METRON

RIVISTA INTERNAZIONALE DI STATISTICA — REVUE INTERNATIONALE DE STATISTIQUE
INTERNATIONAL REVIEW OF STATISTICS — INTERNATIONALE STATISTISCHE ZEITSCHRIFT

DIRETTORE PROPRIETARIO — DIRECTEUR ET PROPRIÉTAIRE
EDITOR AND PROPRIETOR — HERAUSGEBER UND EIGENTHÜMER

Prof. Dott. Corrado Gini, *direttore dell'Istituto di Statistica e Politica Economica della R. Università di Roma, presidente dell'Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia*

COMITATO DIRETTIVO — COMITÉ DE DIRECTION
EDITORIAL COMMITTEE — DIREKTION-KOMITEE

Prof. A. Andréadès, *de Science des finances à l'Université d'Athènes* (Grèce).
Prof. A. E. Bunge, *director general de Estadistica de la Nacion, Buenos Ayres* (Argentina).
Prof. F. P. Cantelli, *professore di Matematica Attuariale nel R. Istituto Superiore di Studi Commerciali di Napoli* (Italia).
Prof. C. V. L. Charlier, *professor der Astronomie an der Universität Lund* (Schweden).
Prof. F. von Fellner, *o. off. Universitäts-Professor in Budapest* (Ungarn).
Prof. A. Flores de Lemus, *jefe de Estadistica del Ministero de Hacienda. Madrid* (España).
Prof. M. Greenwood, *professor of Epidemiology and Vital Statistics in the University of London* (England).
Sir G. H. Knibbs, *former director of the Commonwealth Institute of Science and Industry. Melbourne* (Australia).
Ing. L. March, *directeur honoraire de la Statistique générale de la France. Paris* (France).
Prof. H. W. Methorst, *directeur de l'Office permanent de l'Institut International de Statistique et du Bureau central de Statistique. La Haye* (Pays Bas).
Prof. A. Julin, *secrétaire général du Ministère de l'Industrie et du Travail. Bruxelles* (Belgique).
Prof. R. Pearl, *director of the Institute for Biological Research at the J. Hopkins University. Baltimore* (U. S. A.).
Prof. H. Westergaard, *professor in the University of Copenhagen* (Denmark).

AMMINISTRATORE — ADMINISTRATEUR — MANAGER — VERWALTER

Dott. Silvio Orlandi, *Istituto di Statistica e Politica Economica della R. Università di Roma.*

SEGRETARI DI REDAZIONE — SECRÉTAIRES DE RÉDACTION
EDITORIAL SECRETARIES — REDACTIONSSECRETÄRE

Prof. Luigi Galvani – Dott. Mario Saibante

Vol. VII. N. 4. **31 - XII - 1928.**

SOMMARIO — SOMMAIRE — CONTENTS — INHALT

Cecil Calvert Craig. *An Application of Thiele's Semi-invariants to the Sampling Problem* . . . . . pag. 3
Jacques Delevsky. *Une formulation mathématique de la loi de la population* . . . . . » 75
Ernst Waizner. *Das Volkseinkommen Alt-Oetterreichs und seine Verteilung auf die Nachfolgestaaten* . . . . . » 97
Carlo Loy-Prunas e Carlo Sequi-Caput. *La popolazione studentesca dell'Università di Cagliari dalle origini ai nostri giorni* » 184
Bibliografia . . . . . » 322

ROMA

AMMINISTRAZIONE DEL « METRON »
R. UNIVERSITÀ — ISTITUTO DI STATISTICA
:: :: :: E POLITICA ECONOMICA :: :: ::

ARTICOLI GIUNTI ALLA RIVISTA CHE VERRANNO PUBBLICATI NEI PROSSIMI NUMERI.
(*Secondo l'ordine d'arrivo*).

ARTIKEL DIE AN DIE ZEITSCHRIFT ANGELANGT SIND UND WELCHE IN DEN NACHFOLGENDEN NUMMERN ERSCHEINEN WERDEN.
(*Nach der Reihenfolge des Eingangs*).

ARTICLES REÇUS PAR LA REVUE ET À PARAÎTRE PROCHAINEMENT.
(*D'après la date de reception*).

ARTICLES RECEIVED BY THE REVIEW WHICH WILL BE PUBLISHED IN FUTURES ISSUES.
(*According to date of receipt*)

C. Gini e L. Galvani. *Di alcune estensioni del concetto di media.*

G. Darmois. *Analyse et comparaison des séries statistiques qui se developpent dans le temps.*

V. Romanowsky. *On the moments of means of functions of one and more random variables.*

R. Roy. *La demande dans ses rapports avec la repartition des revenus.*

Gli Autori degli articoli inviati per la pubblicazione nella Rivista, rinunciano in favore della medesima alla proprietà letteraria degli articoli stessi, qualora vengano pubblicati.

The Authors of papers sent for publications in the Review are supposed to give up their copyright in favour of the Rewiev if the papers are published.

Les Auteurs des articles envoyés à la Revue pour y être publiés, renoncent, en faveur de celle-ci, à la propriété littéraire de leurs articles, s'ils sont acceptés.

Die Verfasser der zur Veröffentlichung in der Zeitschrift zugesandten Aufsätze, werden, falls selbige veroffentlicht werden, auf ihre Verfasserrechte zu Gunsten der Zeitschrift verzichten müssen.

CECIL CALVERT CRAIG

An Application of Thiele's Semi-invariants to the Sampling Problem

Introduction

The late Professor A. A. TSCHUPROW in a series of papers [1] has made a sustained and successful effort to obtain detailed and exact results in the problem of sampling for statistical characteristics from an infinite parent population. But to push his methods further and obtain more of these results, which are certainly needed, causes any would-be investigator to pause and inquire into the possibility of devising a still more powerful method, especially one that would simplify and reduce the bulk of the algebra involved.

As a more powerful and at the same time more simple method than that used by TSCHUPROW I offer in this paper one based on the theory of the semi-invariants of THIELE [2]. I shall show how exact results can be obtained by a process of mechanical computation which can be shown to and carried out by any reasonably intelligent undergraduate assistant. I shall develop the method for the distributions of moments about the mean and for the distributions of two moments about the mean. It will be shown how particular terms of a result can be computed separately, and how results to any desired degree of approximation may be obtained with an accurate measure of the magnitude of the terms omitted. Examples of the calculations and

---

[1] TSCHUPROW, A. A., *On the Mathematical Expectation of Moments of Frequency Distributions;* « Biometrika », Vol. XII (1918-1919), pp. 140-211, and Vol. XIII (1920-1921), pp. 283-309.

[2] THIELE, T. N., *Theory of Observations;* Charles and Edwin Layton, London, 1903; Chapters VI-VIII.

new results will be given. Then by taking advantage of a peculiar and important property of semi-invariants and with the aid of the semi-invariants of the distribution function for the second and the third moments about the mean and of the one for the second and fourth moments about the mean, I shall take up the problem of the distribution of the relative or absolute moments, α_3 and α_4, defined in the usual way, with considerably better success than has hitherto been won.

CHAPTER I

Semi-invariants and Moments

I shall begin with a brief discussion of semi-invariants and their relation to moments in which I will state four important known properties of theirs which are fundamental in the developments that follow. I will also develop the necessary and hitherto lacking explicit relation connecting semi-invariants and moments.

Given a statistical series, $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_N$, consisting of N recorded values of the same variate x, it has been customary to use certain symmetric functions of these N values, called moments, for the purpose of characterizing the series or distribution. The nth moment about the point from which x is measured is defined:

$$\nu'_n = \sum_{i=1}^{N} x_i^n / N . \tag{1}$$

If x varies continuously, then for the totality of possible values of x, the nth moment about the origin for x is defined:

$$\mu'_n = \int_{-\infty}^{\infty} x^n f(x)\, dx \Big/ \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx \tag{2}$$

where $f(x)$ is the probability function for x, i. e.,

$$f(x)\, dx / N$$

is the probability that a value of x chosen at random will fall between the limits

$$x \pm \frac{dx}{2}$$

With this definition it is to be observed that the integral in the denominator of (2) is equal to N.

The definition (2) is the one usually given for moments but in the case of the probability function it is better to choose the unit of measure for $f(x)$ in such a way that

$$f(x)\,dx$$

itself gives the probability that a value of x chosen at random will fall between the limits

$$x \pm \frac{dx}{2}\,.$$

In this case, evidently,

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1,$$

and

$$\mu'_n = \int_{-\infty}^{\infty} x^n f(x)\,dx \qquad (2')$$

Moments defined in this way are said to be unifrequency moments and are the moments used in all that follows.

Thiele ([1]) suggested another set of symmetric functions of the N values of x to be used instead of moments for the characterization of frequency functions which possess properties which make them of great advantage in many problems. These functions he called semi-invariants. For a set of N values of a discrete variate, x, they are defined:

$$N e^{\lambda_1 t + \frac{1}{2!}\lambda_2 t^2 + \cdots} = \sum_{i=1}^{N} e^{x_i t} \qquad (3)$$

in which λ_n is the nth semi-invariant of the frequency function for x. For the totality of possible values of a continuous variate, x, they are given by

$$e^{\lambda_1 t + \frac{1}{2!}\lambda_2 t^2 + \frac{1}{3!}\lambda_3 t^3 + \cdots} = \int_{-\infty}^{\infty} dx\, f(x)\, e^{xt}. \qquad (4)$$

([1]) THIELE, T. N., Loc. cit.

Equations (3) and (4) are both identities in the arbitrary parameter t. It is obvious that the semi-invariants are functions of the moments and vice-versa. Equations connecting moments and semi-invariants are obtained by equating the coefficients of equal powers of t in (3) and (4).

For greater familiarity with the method of semi-invariants and their properties the reader is advised to consult the works of THIELE (1), CHARLIER (2), WICKSELL (3), and JORGENSEN (4). In particular I will only mention here the four properties which are perhaps the most useful and remarkable. The first is the property of all the semi-invariants of order higher than the first of being independent of the origin from which the values of x are measured. The second is that if a variate x is itself the sum of any number of independent variates, each with its own probability function, then the semi-invariants of x are respectively the sums of the corresponding semi-invariants of the component variates (5). The third is the remarkable reciprocal or inversion theorem, which is: If $f(x)$ is a frequency function (probability function), and if

$$e^{g(wi)} = \int_{-\infty}^{\infty} dx\, f(x)\, e^{x\,wi} = U(w) \qquad (i = \sqrt{-1})$$

then

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dw e^{g(wi)}\, e^{-x\,wi} \qquad (5)$$

and

$$e^{g(wi)} = e^{\lambda_1 wi + \frac{1}{2!}\lambda_2 (wi)^2 + \frac{1}{3!}\lambda_3 (wi)^3 + \ldots}$$

---

(1) THIELE, T. N. Loc. cit, and other works. See bibliography at end of paper.

(2) CHARLIER, C. V. L., Various papers published in the « Arkiv for Matematik, Astronomi och Fysik », Stockholm. In particular see *Frequency Curves of Tipe A in Heterograde Statistics*, Band 9, No. 25 (1914).

(3) WICKSELL, S D., Various papers published in the Arkiv mentioned above and also in the « Kungl. Svenska Vetenskapsakademiens Handlingar ». In particular see, *The Correlation Function of Type A*, in the latter publication, Band 58, No. 3 (1917).

(4) JORGENSEN, N. R., *Undersogelser over Frequensflader og Korrelation*; Arnold Busck, Copenhagen (1916).

(5) THIELE, T. N., Loc. cit., p. 39.

which means that if the semi-invariants of x are known then (5) gives $f(x)$. WICKSELL calls $U(w)$ the reciprocal function of $f(x)$. If the right-hand side of (5) is rewritten

$$f(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dw\, e^{-(x-\lambda_1)wi + \frac{\lambda_2 (wi)^2}{2}}\left[1 - A_3 (wi)^3 + A_4 (wi)^4 + \ldots\right] \qquad (6)$$

the A's are the coefficients in CHARLIER's Type A series [1] and these up to the fifth coincide with the semi-invariants of x. It is obvious that the conditions for convergence on $f(x)$ for (5) and (6) are not the same in terms of the λ's as they are in terms of the A's. The no satisfactory answer to the questions of convergence raised by (5) or (6) has been given from the theoretical point of view, it is to be expected, I think, that for this investigation the λ's will be found more useful than either the moments or the A's.

The fourth of these properties which I shall use is an extension of the reciprocal theorem. It may be stated as follows: Let X_1, $X_2, \ldots, X_s$ be s variates with the correlation function $F(X_1, X_2, \ldots, X_s)$, then the frequency function $P(z)$ of any given function $h(X_1, X_2, \ldots, X_s)$ of the same variates is given by

$$P(z) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dw\, e^{-zwi}\, U(w)$$

where

$$U(w) = \int\int\ldots\int_{-\infty}^{\infty} dX_1\, dX_2 \ldots dX_s\, F(X_1, X_2, \ldots, X_s)\, e^{h(X_1, X_2, \ldots, X_s)wi}$$

If the s variates are independent, each with its own probability function, the theorem still holds with the change that $F(X_1, X_2, \ldots, X_s)$ is now replaced by the product of the s separate frequency functions [2].

The definition of semi-invariants is readily extended for frequency functions of two or more variates. For instance, if $f(x, y)$ is the probability function of the variates, x and y, that is if

$$f(x, y)\, dx\, dy.$$

---

[1] CHARLIER, C. V. L., Loc. cit.

[2] CHARLIER, C. V. L., *Contributions to the Mathematical Theory of Statistics* 3, 4; « Arkiv for Matematik, Astronomi och Fysik » (Stockholm), Band 8, No. 4 (1912).

expresses the probability that a value of x and a value of y chosen at random simultaneously fall within the limits

$$x \pm \frac{1}{2} dx, \qquad y \pm \frac{1}{2} dy,$$

then the semi-invariants of x and y are defined by

$$e^{(\lambda_{10} s + \lambda_{01} t) + \frac{1}{2!}(\lambda_{10} s + \lambda_{01} t)^{(2)} + \frac{1}{3!}(\lambda_{10} s + \lambda_{01} t)^{(3)} + \cdots} = \int_{-\infty}^{\infty}\int dx\, dy\, f(x, y)\, e^{(xs + yt)} \tag{7}$$

for continuous variates, in which

$$(\lambda_{10} s + \lambda_{01} t)^{(n)}$$

denotes a symbolic modification of the binomial expansion, the meaning of which is made clear by the following illustration:

$$(\lambda_{10} s + \lambda_{01} t)^{(3)} = \lambda_{30} s^3 + 3\lambda_{21} s^2 t + 3\lambda_{12} st^2 + \lambda_{03} t^3.$$

Needless to say, λ_{rs} is one of the semi-invariants of the $(r + s)$ *th* order of the distribution function for x and y, or as is commonly said, for the frequency surface whose equation is

$$z = f(x, y).$$

Again, if in (7) s and t be replaced respectively by si and ti, then the left-hand side may set equal to a $U(s, t)$ which will then be the reciprocal function of $f(x, y)$ and then by the extension of the inversion theorem to the case of two variates,

$$f(x, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} ds\, dt\, U(s, t)\, e^{-(xsi + yti)} \tag{8}$$

If the right-hand side be rewritten as follows,

$$f(x, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} ds\, dt\, e^{-[(x - \lambda_{10}) si + (y - \lambda_{01}) ti] + \frac{1}{2}(\lambda_{10} si + \lambda_{01} ti)^{(2)}} \times [1 - \{A_{30}(si)^3 + A_{21} s^2 ti^3 + A_{12} st^2 i^3 + A_{03}(ti)^3\} + \ldots] \tag{9}$$

the A's are the coefficients in the CHARLIER Type A series for two variates. It is clear from the above example for two variates how to

generalize the definition of semi-invariants for any number of variates. The theory of the main part of this paper makes use of such a generalization.

Since it is often necessary to find the value of a certain semi-invariant in terms of moments and vice-versa there is a need for formulas which enable this to be done directly. I shall here give the derivation of the two necessary formulas which hitherto have been lacking.

Starting with the set of linear equations pointed out by THIELE [1]:

$$\mu'_1 = \lambda_1$$
$$\mu'_2 = \lambda_1 \mu'_1 + \lambda_2$$
$$\mu'_3 = \lambda_1 \mu'_2 + 2\lambda_2 \mu'_1 + \lambda_3$$
$$\mu'_4 = \lambda_1 \mu'_3 + 3\lambda_2 \mu'_2 + 3\lambda_3 \mu'_1 + \lambda_4$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$
$$\mu'_n = \lambda_1 \mu'_{n-1} + (n-1)\lambda_2 \mu'_{n-2} + \frac{(n-1)(n-2)}{2!}\lambda_3 \mu'_{n-3} + \ldots +$$
$$+ \frac{(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)}{(r-1)!}\lambda_r \mu_{n-r} + \ldots$$

it is readiy seen that, since $\mu'_0 = \lambda_0 = 1$,

$$\lambda_n = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \ldots\ldots\ldots & \mu'_1 \\ \mu'_1 & 1 & 0 & 0 & \ldots\ldots\ldots & \mu'_2 \\ \mu'_2 & \binom{2}{1}\mu'_1 & 1 & 0 & \ldots\ldots\ldots & \mu'_3 \\ \mu'_3 & \binom{3}{1}\mu'_2 & \binom{3}{2}\mu'_1 & 1 & \ldots\ldots\ldots & \mu'_4 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \mu'_{n-1} & \binom{n-1}{1}\mu'_{n-2} & \binom{n-1}{2}\mu'_{n-3} & \binom{n-1}{3}\mu'_{n-4} & \ldots & \mu'_n \end{vmatrix}$$

$$\left(\binom{n}{r} = {}_nC_r\right)$$

---

[1] THIELE, T. N., Loc. cit., p. 25.

and that

$$\mu'_n = (-1)^n \begin{vmatrix} -\binom{0}{0}\lambda_1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -\binom{1}{0}\lambda_2 & -\binom{1}{1}\lambda_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -\binom{2}{0}\lambda_3 & -\binom{2}{1}\lambda_2 & -\binom{2}{2}\lambda_1 & 1 & \dots & 0 \\ -\binom{3}{0}\lambda_4 & -\binom{3}{1}\lambda_3 & -\binom{3}{2}\lambda_2 & -\binom{3}{3}\lambda_1 & \dots & 0 \\ -\binom{4}{0}\lambda_5 & -\binom{4}{1}\lambda_4 & -\binom{4}{2}\lambda_3 & -\binom{4}{3}\lambda_2 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ -\binom{n-1}{0}\lambda_n & -\binom{n-1}{1}\lambda_{n-1} & -\binom{n-1}{2}\lambda_{n-2} & -\binom{n-1}{3}\lambda_{n-3} & \dots & -\binom{n-1}{n-1}\lambda_1 \end{vmatrix}$$

The expansions of these two determinants are accomplished in the same way; on account of a slight advantage in simplicity I shall deal with the latter first. Examination of the results for low values of n suggested that,

$$\mu'_n = \lambda_n + \binom{n}{1}\lambda_{n-1}\lambda_1 + \binom{n}{2}\lambda_{n-2}\lambda_2 + \dots + \binom{n}{r}\lambda_{n-r}\lambda_r + \dots$$
$$+ \frac{n!}{(n-4)!\,(2!)^2\,2!}\lambda_{n-4}\lambda^2_2 + \dots + \frac{n!}{(a!)^r\,(b!)^s\,(c!)^t \dots r!\,s!\,t! \dots}\lambda^r_a\lambda^s_b\lambda^t_c \dots$$
$$(ar + bs + ct + \dots = n)$$

with no combination of values of a, b, c, ... repeated, or that

$$\mu'_n = \Sigma\,\Sigma\,\Sigma \dots \frac{n!}{(a!)^r\,(b!)^s\,(c!)^t \dots r!\,s!\,t! \dots}\lambda^r_a\,\lambda^s_b\,\lambda^t_c \dots \qquad (10)$$

where

$$a > b > c > \dots$$

and

$$ar + bs + ct + \dots = n$$

To complete the proof by induction, expand by minors with regard to the elements of the last row, assuming that the law holds for μ'_{n-1}, μ'_{n-2}, ..., μ'_1.

It is seen that the minor of $-\binom{n-1}{a}\lambda_{n-a}$ is simply μ'_a and that all signs come positive. Then consider the composition of the term in

$$\lambda^r_a \ \lambda^s_b \ \lambda^t_c \ldots$$

with

$$a > b > c > \ldots$$
$$ar + bs + ct + \ldots = n$$

in the final result; it is evidently obtained as the sum of the products of $\binom{n-1}{n-a}\lambda_a$ by the term in its minor, i. e., in μ'_{n-a}, in $\lambda_a{}^{r-1}\lambda^s_b\lambda^t_c\ldots$, of $\binom{n-1}{n-b}\lambda_b$ by the term in its minor in $\lambda^r_a\lambda_b{}^{s-1}\lambda^t_c\ldots$, of $\binom{n-1}{n-c}\lambda_c$ by the term in its minor in $\lambda^r_a\lambda^s_b\lambda_c{}^{t-1}\ldots$, etc. Whence the sought coefficient is then,

$$\binom{n-1}{n-a}\frac{(n-a)!}{(a!)^{r-1}(b!)^s(c!)^t\ldots(r-1)!\,s!\,t!} +$$
$$+\binom{n-1}{n-b}\frac{(n-b)!}{(a!)^r(b!)^{s-1}(c!)^t\ldots r!\,(s-1)!\,t!\ldots} + \ldots$$
$$= \frac{(n-1)!}{(a!)^r(b!)^s(c!)^t\ldots r!\,s!\,t!\ldots}\left[\frac{r\,a!}{(a-1)!} + \frac{sb!}{(b-1)!} + \frac{tc!}{(c-1)!} + \ldots\right]$$
$$= \frac{n!}{(a!)^r(b!)^s(c!)^t\ldots r!\,s!\,t!\ldots}$$

since the term in the brackets reduces to $ar + bs + ct + \ldots = n$. Thus the law holds for any value of n if it holds for all lower values.

The law for the expansion of λ_n in terms of μ''s is

$$\lambda_n = \mu'_n - \frac{n!}{(n-1)!\,1!}\mu'_{n-1}\mu'_1 - \frac{n!}{(n-2)!\,2!}\mu'_{n-2}\mu'_2 +$$
$$+\frac{2!\,n!}{(n-2)!\,2!}\mu'_{n-2}\mu'_1{}^2 - \frac{3!\,n!}{(n-3)!\,3!}\mu'_{n-3}\mu_1{}^3 + \ldots$$
$$+\frac{(-1)^{(r+s+t+\ldots)-1}[(r+s+t+\ldots)-1]!\,n!}{(a!)^r(b!)^s(c!)^t\ldots r!\,s!\,t!\ldots}\mu'_a{}^r\mu'_b{}^s\mu'_c{}^t\ldots + \ldots$$

in which, as before,

$$a > b > c > \ldots$$

and

$$ar + bs + ct + \ldots = n.$$

This can also be compactly expressed:

$$\lambda_n = \Sigma\Sigma\Sigma\ldots \frac{(-1)^{(r+s+t+\ldots)-1}[(r+s+t+\ldots)-1]!\, n!\, \mu'_a{}^r\, \mu'_b{}^s\, \mu'_c{}^t \ldots}{(a!)^r\,(b!)^s\,(c!)^t \ldots r!\, s!\, t! \ldots} \tag{11}$$

with the same restrictions on the $a, b, c, \ldots$ and $r, s, t, \ldots$ as before. The proof proceeds just as in the first case. The law is assumed to hold for $\lambda_{n-1}, \lambda_{n-2}, \ldots, \lambda_1$. Then on expansion by minors with reference to the elements of the last row, it is seen that every minor is precisely a λ of lower order and that the product of every element of the last row, except μ'_n, by its minor is negative. The coefficient of μ'_n in the expansion of the determinant is obviously unity which is also given by the formula to be established. And the coefficient of any other term $\mu'_a{}^r\, \mu'_b{}^s\, \mu'_c{}^t \ldots$ in the expansion of the determinant is

$$-\binom{n-1}{n-1-a}\frac{(n-a)!\,(-1)^{(r+s+t+\ldots)-2}[(r+s+t+\ldots)-2]!}{(a!)^{r-1}\,(b!)^s\,(c!)^t \ldots (r-1)!\, s!\, t! \ldots}$$

$$-\binom{n-1}{n-1-b}\frac{(n-b)!\,(-1)^{(r+s+t+\ldots)-2}[(r+s+t\ldots)-2]!}{(a!)^r\,(b!)^{s-1}\,(c!)^t \ldots r!\,(s-1)!\, t! \ldots} - \ldots$$

$$= \frac{(n-1)!\,(-1)^{(r+s+t+\ldots)-1}[(r+s+t+\ldots)-2]!}{(a!)^r\,(b!)^s\,(c!)^t \ldots r!\, s!\, t! \ldots} \times$$

$$\Big[r(n-a) + s(n-b) + t(n-c) + \ldots\Big]$$

The term in the brackets is

$$\begin{aligned} &rn - ra + sn - sb + tn - tc + \ldots \\ &= n(r+s+t+\ldots) - (ra + sb + tc + \ldots) \\ &= n[(r+s+t+\ldots) - 1] \end{aligned}$$

which is the result required.

By way of illustration of these two formulas and for future reference in this paper I list below some results obtained from them.

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= \mu'_1 \\
\lambda_2 &= \mu'_2 - \mu'_1{}^2 \\
\lambda_3 &= \mu'_3 - 3\mu'_2\mu'_1 + 2\mu'_1{}^3 \\
\lambda_4 &= \mu'_4 - 4\mu'_3\mu'_1 - 3\mu'_2{}^2 + 12\mu'_2\mu'_1{}^2 - 6\mu'_1{}^4 \\
\lambda_5 &= \mu'_5 - 5\mu'_4\mu'_1 - 10\mu'_3\mu'_2 + 20\mu'_3\mu'_1{}^2 + 30\mu'_2{}^2\mu'_1 \\
&\quad - 60\mu'_2\mu'_1{}^3 + 24\mu'_1{}^5 \\
\lambda_6 &= \mu'_6 - 6\mu'_5\mu'_1 - 15\mu'_4\mu'_2 + 30\mu'_4\mu'_1{}^2 - 10\mu'_3{}^2 + 120\mu'_3\mu'_2\mu'_1 \\
&\quad - 120\mu'_3\mu'_1{}^3 + 30\mu'_2{}^3 - 180\mu'_2{}^2\mu'_1{}^2 + 360\mu'_2\mu'_1{}^4 - 120\mu'_1{}^6.
\end{aligned} \tag{12}$$

In case the origin from which values of x are measured is chosen at the mean of those values, $\lambda_1=\mu'_1=0$, and then:

$$
\begin{aligned}
\mu_1 &= \lambda_1 = 0 \\
\mu_2 &= \lambda_2 \\
\mu_3 &= \lambda_3 \\
\mu_4 &= \lambda_4 + 3\lambda^2_2 \\
\mu_5 &= \lambda_5 + 10\,\lambda_3\,\lambda_2 \\
\mu_6 &= \lambda_6 + 15\,\lambda_4\,\lambda_2 + 10\,\lambda^2_3 + 15\,\lambda^3_2 \\
\mu_7 &= \lambda_7 + 21\,\lambda_5\,\lambda_2 + 35\,\lambda_4\,\lambda_3 + 105\,\lambda_3\,\lambda^2_2 \\
\mu_8 &= \lambda_8 + 28\,\lambda_6\,\lambda_2 + 56\,\lambda_5\,\lambda_3 + 35\,\lambda^2_4 + 210\,\lambda_4\,\lambda^2_2 + 280\,\lambda^2_3\,\lambda_2 + 105\,\lambda^4_2 \\
\mu_9 &= \lambda_9 + 36\,\lambda_7\,\lambda_2 + 84\,\lambda_6\,\lambda_3 + 126\,\lambda_5\,\lambda_4 + 378\,\lambda_5\,\lambda^2_2 + 1260\,\lambda_4\,\lambda_3\,\lambda_2 + 280\,\lambda^3_3 \\
&\quad + 1260\,\lambda_3\,\lambda^3_2 \\
\mu_{10} &= \lambda_{10} + 45\,\lambda_8\,\lambda_2 + 120\,\lambda_7\,\lambda_3 + 210\,\lambda_6\,\lambda_4 + 126\,\lambda^2_5 + 630\,\lambda_6\,\lambda^2_2 + 2520\,\lambda_5\,\lambda_3\,\lambda_2 \\
&\quad + 1575\,\lambda^2_4\,\lambda_2 + 2100\,\lambda_4\,\lambda^2_3 + 3150\,\lambda_4\,\lambda^3_2 + 6300\,\lambda^2_3\,\lambda^2_2 + 945\,\lambda^5_2 \\
\mu_{11} &= \lambda_{11} + 55\,\lambda_9\,\lambda_2 + 165\,\lambda_8\,\lambda_3 + 330\,\lambda_7\,\lambda_4 + 462\,\lambda_6\,\lambda_5 + 990\,\lambda_7\,\lambda^2_2 + 4620\,\lambda_6\,\lambda_3\,\lambda_2 \\
&\quad + 6930\,\lambda_5\,\lambda_4\,\lambda_2 + 4620\,\lambda_5\,\lambda^2_3 + 5775\,\lambda^2_4\,\lambda_3 + 6930\,\lambda_5\,\lambda^3_2 + 34650\,\lambda_4\,\lambda_3\,\lambda^2_2 \\
&\quad + 15400\,\lambda^3_3\,\lambda_2 + 17325\,\lambda_3\,\lambda^4_2 \\
\mu_{12} &= \lambda_{12} + 66\,\lambda_{10}\,\lambda_2 + 220\,\lambda_9\,\lambda_3 + 495\,\lambda_8\,\lambda_4 + 792\,\lambda_7\,\lambda_5 + 462\,\lambda^2_6 + 1485\,\lambda_8\,\lambda^2_2 \\
&\quad + 7920\,\lambda_7\,\lambda_3\,\lambda_2 + 13860\,\lambda_6\,\lambda_4\,\lambda_2 + 9240\,\lambda_6\,\lambda^2_3 + 8316\,\lambda^2_5\,\lambda_2 + 27720\,\lambda_5\,\lambda_4\,\lambda_3 \\
&\quad + 5775\,\lambda^3_4 + 13860\,\lambda_6\,\lambda^3_2 + 83160\,\lambda_5\,\lambda_3\,\lambda^2_2 + 51975\,\lambda^2_4\,\lambda^2_2 + 138600\,\lambda_4\,\lambda^2_3\,\lambda_2 \\
&\quad + 15400\,\lambda^4_3 + 51975\,\lambda_4\,\lambda^4_2 + 138600\,\lambda^2_3\,\lambda^3_2 + 10395\,\lambda^6_2\,.
\end{aligned}
\tag{13}
$$

CHAPTER II

Semi-invariants of Moments about a Fixed Point

In order to give the reader greater familiarity with the method of semi-invariants applied to problems of sampling and to show its power in that direction I shall show how it is applied to a problem that has been successfully dealt with in other ways. The elegant solution given below is due to Professor S. D. WICKSELL and is taken from ihs unpublished notes with his permission.

The formulation of the problem is as follows: From an infinite parent distribution a value of an x_1, a value of an x_2, a value of an x_3, . . . , and a value of an x_N are each chosen at random and independently of each other. The process is repeated indefinitely many times. We wish to find the semi-invariants of the distribution function of values of the power-sum $(x_1{}^r+x_2{}^r+\ldots+x_N{}^r)/N$, which is, of

course, the r-th unifrequency moment of a sample of N or a sample r-th moment, given the moments, μ'_1, μ'_2, μ'_3, ... of the parent distribution.

Then, by definition, the required semi-invariants, b_1, b_2, b_3, ... are given by the equation,

$$e^{b_1 t + \frac{1}{2!} b_2 t^2 + \frac{1}{3!} b_3 t^3 + \dots}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \dots \int_{-\infty}^{\infty} dx_N f_1(x_1) \dots f_N(x_N) \, e^{\left[\frac{x_1^r + x_2^r + \dots + x_N^r}{N} - \mu'_r\right] t}$$

in which $f_s(x_s)$ is the distribution function of values of x_s. The right-hand side can be rewritten,

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx_1 f_1(x_1) \, e^{\left(\frac{x_1^r}{N} - \frac{\mu'_r}{N}\right) t} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} dx_2 f_2(x_2) \, e^{\left(\frac{x_2^r}{N} - \frac{\mu'_r}{N}\right) t}$$

$$\dots \int_{-\infty}^{\infty} dx_N f_N(x_N) \, e^{\left(\frac{x_N^r}{N} - \frac{\mu'_r}{N}\right) t}$$

Now if $f(x)$ be the distribution function for the parent distribution, then obviously,

$$f_1(x_1) = f_2(x_2) = \dots = f_N(x_N),$$

and the above can be replaced by,

$$e^{b'_1 t + \frac{1}{2!} b'_2 t^2 + \frac{1}{3!} b'_3 t^3 + \dots} \; e^{b'_1 t + \frac{1}{2!} b'_2 t^2 + \frac{1}{3!} b'_3 t^3 + \dots}$$

$$\dots e^{b'_1 t + \frac{1}{2!} b'_2 t^2 + \frac{1}{3!} b'_3 t^3 + \dots}$$

in which the definition of b'_s is apparent. Then finally,

$$e^{b_1 t + \frac{1}{2!} b_2 t^2 + \frac{1}{3!} b_3 t^3 + \dots} = e^{N\left(b'_1 t + \frac{1}{2!} b_2 t^2 + \frac{1}{3!} b'_3 t^3 + \dots\right)}$$

The values of the b'_s's and hence of the b_s's are readily written out by means of the known law connecting moments and semi-invariants. Thus from the first five of the relations (12) there follow at once, on observing that $b_1 = \mu'_r - \mu'_r = 0$,

$$b_1 = 0$$

$$b_2 = \frac{1}{N} \int_{-\infty}^{\infty} dx \, f(x) \, (x^r - \mu'_r)^2 = \frac{1}{N} (\mu'_{2r} - \mu'^2_r).$$

$$b_3 = \frac{1}{N^2}\left[\mu'_{3,r} - 3\,\mu'_{2,r}\mu'_{1,r} + 2\,\mu'^3_{1,r}\right]$$

$$b_4 = \frac{1}{N^3}\left[(\mu'_{4,r} - 4\,\mu'_{3,r}\mu'_{1,r} + 6\,\mu'_{2,r}\mu'^2_{1,r} - 3\,\mu'^4_{1,r}) - 3\,(\mu'_{2,r} - \mu'^2_{1,r})^2\right]$$

$$= \frac{1}{N^3}\left(\mu'_{4,r} - 4\,\mu'_{3,r}\mu'_{1,r} - 3\,\mu'^2_{2,r} + 12\,\mu'_{2,r}\mu'^2_{1,r} - 6\,\mu'^4_{1,r}\right) \qquad (14)$$

$$b_5 = \frac{1}{N^4}\left(\mu'_{5,r} - 5\,\mu'_{4,r}\mu'_{1,r} - 10\,\mu'_{3,r}\mu'_{2,r} + 20\,\mu'_{3,r}\mu'^2_{1,r} + 30\,\mu'^2_{2,r}\mu'_{1,r} - 60\,\mu'_{2,r}\mu'^3_{1,r} + 24\,\mu'^5_{1,r}\right)$$

Here the moments are computed about a *fixed point*, the origin from which the x's of the parent distribution are counted.

An easy generalization is effected by supposing the x_1, the $x_2, \ldots,$ and the x_N, each to be drawn from separate and distinct parent distributions, each with its own frequency function.

An interesting particular case is that in which $r = 2$ and the parent distribution is normal. Here it can be readily shown that

$$b_k = \left(\frac{2}{N}\right)^{k-1} b'^{k-1}_2\,(k-1)\,!\,(b'_2 - k b'^2_1)$$

In particular if $b'_1 = 0$,

$$b_k = \left(\frac{2}{N}\right)^{k-1} b'^k_2\,(k-1)\,!$$

that is, the error function for ν'_2 taken around the mean of the parent distribution is a Pearson's Type III curve! We get in this case

$$F(\nu'_2) = \frac{(\nu'_2)^{N/2-1}\, e^{-\frac{\nu'_2}{b'_2}}}{(2b'_2)^{N/2}\,\Gamma(N/2)}$$

as has altready been shown by HELMERT [1]. A proof based on the present method is easily carried thru by induction in the same way that the formula for λ_n in terms of moments is found, that is, by noting how λ_n is made up of products of binomial coefficients into λ's of lower orders.

---

[1] HELMERT, F. R., « Zeitschrift für Mathematik und Physik », Vol. XXI, (1876) p. 202.

See also CZUBER, E., *Theorie der Beobachtungsfehler*, Leipzig (1891) p. 149.

CHAPTER III

The Semi-invariants of Moments about the Mean

The problem to be attacked is as follows: Let x be a variate with the probability function $f(x)$. N repetitions of x have been observed with the values, $x_1, x_2, \ldots, x_N$, and the mean,

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{x_i}{N} = \nu'_1,$$

has been computed. Setting

$$\delta_i = x_i - \nu'_1,$$

the values of the moments about the mean

$$\nu_n = \sum_{i=1}^{N} \frac{\delta_i^n}{N},$$

have next been computed. Required to find the semi-invariants of the frequency function for ν_n, for particular values of n, for infinitely many sets of N repetitions of x, on the assumption that the semi-invariants of $f(x)$ are known, and that each of the N repetitions of x in each single set is independent of all the others.

A. *The Correlation Function of the* δ's, *i. e., of Deviations from the Mean.*

The N δ's in each set satisfy the relation,

$$\sum_{i=1}^{N} \delta_i = 0.$$

But let

$$F(\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_{N-1})$$

be the correlation or probability function of the first $N-1$ δ's of each set which form a set of correlated variates in the usual sense of the word. That is, let

$$F(\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_{N-1})\, d\delta_1\, d\delta_2 \ldots d\delta_{N-1}$$

give the probability that the first $N-1$ δ's simultaneously fall within the limits,

$$\delta_1 \pm \frac{1}{2} d\delta_1,\ \delta_2 \pm \frac{1}{2} d\delta_2, \ldots,\ \delta_{N-1} \pm \frac{1}{2} d\delta_{N-1}$$

respectively.

Then the semi-invariants of $F(\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_{N-1})$ are defined by,

$$e^{\left(\sum_{i=1}^{N-1} \lambda_i t_i\right) + \frac{1}{2!}\left(\sum_{i=1}^{N-1} \lambda_i t_i\right)^{(2)} + \frac{1}{3!}\left(\sum_{i=1}^{N-1} \lambda_i t_i\right)^{(3)} + \ldots}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} d\delta_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\delta_2 \ldots \int_{-\infty}^{\infty} d\delta_{N-1} F(\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_{N-1})\, e^{\sum_{N-1}^{i=1} \delta_i t_i} \qquad (15)$$

in which

$$\left(\sum_{i=1}^{N-1} \lambda\ t_i\right)^{(r)}$$

denotes a symbolic multinomial expansion; its meaning is clear from the example,

$$\left(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i t_i\right)^{(2)} = \lambda_{20} t_1^2 + 2\lambda_{11} t_1 t_2 + \lambda_{02} t_2^2,$$

and in which

$$e^{\left(\sum_{i=1}^{N-1} \delta_i t_i\right)}$$

is expanded in an analogous manner. In fact, the right-hand side becomes after expansion,

$$1 + \left(\sum_{i=1}^{N-1} \nu_i t_i\right) + \frac{1}{2!}\left(\sum_{i=1}^{N-1} \nu_i t_i\right)^{(2)} + \frac{1}{3!}\left(\sum_{i=1}^{N-1} \nu_i t_i\right)^{(3)} + \ldots$$

and values of λ's in terms of ν's are found by equating coefficients of like powers of the t's. It is to be noted that

$$\nu_{10\ldots0} = \nu_{010\ldots0} = \ldots = \nu_{00\ldots01} = \lambda_{10\ldots0} = \lambda_{010\ldots0} = \ldots \lambda_{00\ldots01}.$$

Now set

$$\delta_i = \sum_{i=1}^{N} a_{ij} x_j, \quad \text{with} \quad \begin{cases} a_{ij} = -1/N, & i \neq j \\ a_{ii} = \dfrac{N-1}{N} \end{cases}$$

and it follows at once that,

$$e^{\left(\sum_{i=1}^{N-1} \lambda_i t_i\right) + \frac{1}{2!}\left(\sum_{i=1}^{N-1} \lambda_i t_i\right)^{(2)} + \frac{1}{3!}\left(\sum_{i=1}^{N-1} \lambda_i t_i\right)^{(3)} + \ldots}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} dx_2 \ldots \int_{-\infty}^{\infty} dx_N\, f(x_1) \cdot f(x_2) \ldots f(x_N)\, e^{\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{N} a_{ij} x_j t_i} \qquad (16)$$

$$= e^{\lambda_1 \left(\sum_{i=1}^{N-1} a_{i1} t_i\right) + \frac{\lambda_2}{2!}\left(\sum_{i=1}^{N-1} a_{i1} t_i\right)^{(2)} + \ldots}$$

$$e^{\lambda_1 \left(\sum_{i=1}^{N-1} a_{i2} t_i\right) + \frac{\lambda_2}{2!}\left(\sum_{i=1}^{N-1} a_{i2} t_i\right)^{(2)} + \ldots}$$

in which λ_1, λ_2, ... are the semi-invariants of $f(x)$. Thus, then,

$$\left(\sum_{i=1}^{N-1} \lambda_i t_i\right)^{(k)} = \lambda_k \left[\left(\sum_{i=1}^{N-1} a_{i1} t_i\right)^k + \left(\sum_{i=1}^{N-1} a_{i2} t_i\right)^k + \ldots + \left(\sum_{i=1}^{N-1} a_{iN} t_i\right)^k\right] \quad (16\,a)$$

or

$$\frac{k!}{k_1!\,k_2!\ldots k_{N-1}!}\lambda_{k_1 k_2 \ldots k_{N-1}} = \lambda_k \frac{k!}{k_1!\,k_2!\ldots k_{N-1}!} \times$$
$$\left[a_{11}^{k_1} a_{21}^{k_2} \ldots a_{N-1,1}^{k_{N-1}} + a_{21}^{k_1} a_{22}^{k_2} \ldots a_{N-1,2}^{k_{N-1}} + \ldots\right]$$

where

$$k_1 + k_2 + \ldots + k_{N-1} = k,$$

which gives

$$\begin{aligned}\lambda_{k_1 k_2 k_3 \ldots k_{N-1}} &= \lambda_k \sum_{j=1}^{N} a_{j1}^{k_1} a_{j2}^{k_2} \ldots a_{j,N-1}^{k_{N-1}} \\ &= \lambda_k \sum_{j=1}^{N} a_{1j}^{k_1} a_{2j}^{k_2} \ldots a_{N-1,j}^{k_{N-1}} \qquad (17) \\ &= \lambda_k \frac{1}{N^k}\left[\sum_{i=1}^{N-1} (-1)^{k-k_i} (N-1)^{k_i} + \ldots (-1)^k\right]\end{aligned}$$

The summation, of course, refers to the various k's which appear in the subscript on the left-hand side. The essential trick in this development is the expression of the δ's as linear functions of the N independent x's [1]

On account of the relation,

$$\sum_{i=1}^{N} \delta_i = 0,$$

the correlation function,

$$F(\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_{N-1}, \delta_N)$$

does not exist in the usual sense of the word. But there is a probability that a certain set of N δ's will occur in a given order and not another set. This probability is the probability that the first $N-1$ of the δ's occur for then the appearance of the last is a certainty. But it is found that if one proceeds as if there were a correlation function,

$$F(\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_{N-1}, \delta_N)$$

and uses it in (15) and in (16) in the same way that $F(\delta_1, \ldots, \delta_{N-1})$ is used that one gets true results, that the marginal semi-invariants

---

[1] See THIELE, T. N. Loc. cit., p. 36.

of the two functions agree as they should. Why is this? The answer is that one does not stop with (15) but proceeds to (16) and it is valid in either case. But now for $F(\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_{N-1}, \delta_N)$, keeping the above remarks in mind the formula (17) can be written in a more compact form:

$$\lambda_{k_1 k_2 \ldots k_N} = \frac{\lambda_k}{N^k}\left[\sum_{i=1}^{N}(-1)^{k-k_i}(N-1)^{k_i}\right] \qquad (17)$$

This gives the necessary relation between the semi-invariants of f and F.

All semi-invariants $\lambda_{k_1, k_2 \ldots k_N}$ of F whose subscripts are permutations of the same set of N numbers shall be said to be of the same type. It follows at once that all semi-invariants of the same type are equal as may be seen from the above.

It may be remarked here that the method used above is also adapted to the case in which the set $x_1, x_2, \ldots, x_N$, are observed values of N different variates each with its own distinct frequency function. However in order to reduce the results to a usable compass, relations between the N frequency functions would have to be postulated.

B. *The Frequency Function for* $\nu_n = \sum_{i=1}^{N} \frac{\delta_i^n}{N}$.

Let $P(\nu_n)$ be the probability function for ν_n. Then the semi-invariants, S_r, of $P(\nu_n)$ are defined by,

$$e^{S_1 t + \frac{1}{2!} S_2 t^2 + \frac{1}{3!} S_3 t_3 + \ldots} = \int_{-\infty}^{\infty} d\nu_n \, P(\nu_n) \, e^{\nu_n t} \qquad (18)$$

The problem is now to express the semi-invariants, S_r, in terms of the semi-invariants, $\lambda_{lmn} \ldots$, of the correlation function for δ's found in the last section. For this purpose the right-hand side of (18) is replaced by,

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\delta_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\delta_2 \ldots \int_{-\infty}^{\infty} d\delta_N \, F(\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_N) \, e^{\sum_{i=1}^{N} \delta_i^n \, t/N}$$

making use again of the fourth of the properties of semi-invariants mentioned in the first chapter. Next the semi-invariants $L_{rst} \ldots$,

of the correlation function for n-th *powers* of the δ's are defined by,

$$e^{\left(\sum_{i=1}^{N} L_i t_i\right) + \frac{1}{2!}\left(\sum_{i=1}^{N} L_i t_i\right)^{(2)} + \frac{1}{3!}\left(\sum_{i=1}^{N} L_i t_i\right)^{(3)} + \dots} = \int_{-\infty}^{\infty} d\delta_1 \dots \int_{-\infty}^{\infty} d\delta_N F(\delta_1, \dots, \delta_N)\, e^{\left(\sum_{i=1}^{N} \delta_i^n t_i\right)} \tag{19}$$

Then the relation between the S's and the L's is immediately seen to be,

$$S_k = \frac{1}{N^k} \sum \frac{k!}{k_1!\, k_2! \dots k_r!} L_{k_1 k_2 \dots k_r}, \tag{20}$$

in which the summation is to be performed for all values of k_1, k_2, $\dots$, k_r, such that $k_1 + k_2 + \dots + k_r = k$.

Also we have on expansion of the right-hand side of (19),

$$e^{\left(\sum_{i=1}^{N} L_i t_i\right) + \frac{1}{2!}\left(\sum_{i=1}^{N} L_i t_i\right)^{(2)} + \frac{1}{3!}\left(\sum_{i=1}^{N} L_i t_i\right)^{(3)} + \dots} = 1 + \left(\sum_{i=1}^{N} \nu_{ni} t_i\right) + \frac{1}{2!}\left(\sum_{i=1}^{N} \nu_{ni} t_i\right)^{(2)} + \frac{1}{3!}\left(\sum_{i=1}^{N} \nu_{ni} t_i\right)^{(3)} + \dots \tag{21}$$

This is the last link in the chain from the sought S'_s to the known λ's of $f(x)$. But the means for expressing the S'_s directly and explicitly in terms of the semi-invariants of $f(x)$ are still lacking. The next sections deal with this shortcoming, showing the possibility of writing such an explicit relation and developing the practical method of calculating the S'_s in terms of the λ'_s of $f(x)$.

C. *Explicit Relations between the S'_s and the Semi-invariants of the Correlation Function of the δ'_s.*

The explicit relations (10) and (11) which give moments in terms of semi-invariants and vice-versa are immediately applicable in the calculation of the S'_s. Set in (21) and (15) they give,

$$\sum_{i=1}^{N} (L_i t_i)^{(n)} = \tag{22}$$

$$= \Sigma\Sigma \dots \frac{(-1)^{(r+s+t+\dots)-1}[(r+s+t+\dots)-1]!\,[(\sum_{i=1}^{N} \nu_{ni} t_i)^{(a)}]^r [(\sum_{i=1}^{N} \nu_{ni} t_i)^{(b)}]^s \dots}{(a!)^r (b!)^s (c!)^t \dots r!\, s!\, t! \dots}$$

and

$$(\sum_{i=1}^{N} \nu_i t_i)^{(n)} = \Sigma\Sigma \dots \frac{n!\,[(\sum_{i=1}^{N} \lambda_i t_i)^{(a)}]^r [\sum_{i=1}^{N} \lambda_i t_i)^{(b)}]^s \dots}{(a!)^r (b!)^s (c!)^t \dots r!\, s!\, t!} \tag{23}$$

in which the L 's can be found in terms of the moments of F and these moments in turn found in terms of the semi-invariants of f by equating the coefficients of like powers of the t 's on both sides of the two equations. Examples of the applications of these two formulas follow:

$$(\sum_{i=1}^{N} L_i t_i)^{(3)} = (\sum_{i=1}^{N} \nu_{2\,i}\, t_i)^{(3)} - 3\,(\sum_{i=1}^{N} \nu_{2\,i}\, t_i)^{(2)}\,(\sum_{i=1}^{N} \nu_{2\,i}\, t_i) + 2\,(\sum_{i=1}^{N} \nu_{2\,i}\, t_i)^3 \qquad (24)$$

gives

$$\begin{aligned}
L_{30\,\cdots\,0} &= \nu_{60\,\cdots\,0} - 3\,\nu_{40\,\cdots\,0}\,\nu_{20\,\cdots\,0} + 2\,\nu^3{}_{20\,\cdots\,0} \\
L_{210\,\cdots\,0} &= \nu_{420\,\cdots\,0} - \nu_{40\,\cdots\,0}\,\nu_{020\,\cdots\,0} - 2\,\nu_{220\,\cdots\,0}\,\nu_{20\,\cdots\,0} + 2\,\nu^2{}_{20\,0\,\cdots}\,\nu_{020\,\cdots\,0} \\
L_{1110\,\cdots\,0} &= \nu_{2220\,\cdots\,0} - \nu_{220\,\cdots\,0}\,\nu_{0020\,\cdots\,0} - \nu_{2020\,\cdots\,0}\,\nu_{020\,\cdots\,0} \qquad (24\,a) \\
&\quad - \nu_{0220\,\cdots\,0}\,\nu_{20\,\cdots\,0} + \nu_{20\,\cdots\,0}\,\nu_{020\,\cdots\,0}\,\nu_{0020\,\cdots\,0}\,.
\end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned}
(\sum_{i=1}^{N} \nu_i t_i)^{(6)} &= (\sum_{i=1}^{N} \lambda_i t_i)^{(6)} + 15\,(\sum_{i=1}^{N} \lambda_i t_i)^{(4)}\,(\sum_{i=1}^{N} \lambda_i t_i)^{(2)} + \\
&\quad + 10\,[(\sum_{i=1}^{N} \lambda_i t_i)^{(3)}]^2 + 15\,[(\sum_{i=1}^{N} \lambda_i t_i)^{(2)}]^3
\end{aligned}$$

gives

$$\begin{aligned}
\nu_{60\,\cdots\,0} &= \lambda_{60\,\cdots\,0} + 15\,\lambda_{40\,\cdots\,0}\,\lambda_{20\,\cdots\,0} + 10\,\lambda^2{}_{30\,\cdots\,0} + 15\,\lambda^3{}_{20\,\cdots\,0} \\
\nu_{420\,\cdots\,0} &= \lambda_{420\,\cdots\,0} + \lambda_{40\,\cdots\,0}\,\lambda_{020\,\cdots\,0} + 8\,\lambda_{310\,\cdots\,0}\,\lambda_{110\,\cdots\,0} + 6\,\lambda_{220\,\cdots\,0}\,\lambda_{20\,\cdots\,0} \\
&\quad + 6\,\lambda^2{}_{210\,\cdots\,0} + 4\,\lambda_{30\,\cdots\,0}\,\lambda_{120\,\cdots\,0} + 3\,\lambda^2{}_{20\,\cdots\,0}\,\lambda_{020\,\cdots\,0} + 12\,\lambda_{20\,\cdots\,0}\,\lambda^2{}_{110\,\cdots\,0}\,.
\end{aligned}$$

In actual computation it is always kept in mind that all ν 's and λ 's of the same type are equal and the work and the space needed are thereby greatly reduced.

However by substituting the expression for L 's given in (22) into the right-hand member of (20) a direct expression for S 's in terms of the moments of F is obtained. In fact, I get,

$$S_k(\nu_n) = \frac{1}{N^k}\,\Sigma\Sigma\ldots \qquad (25)$$

$$\ldots\ \frac{(-1)^{(r+s+t+\ldots)-1}[(r+s+t+\ldots)-1]!\,k!\,\nu^r{}_{a_1 n,\,a_2 n,\ldots}\,\nu^s{}_{b_1 n,\,b_2 n,\ldots}\,\nu^t{}_{c_1 n,\,c_2 n,\ldots}}{[a_1!\,a_2!\ldots]^r\,[b_1!\,b_2!\ldots]^s\,[c_1!\,c_2!\ldots]^t\ldots r!\,s!\,t!\ldots}$$

the summation including all terms such that

$$\left\{\begin{array}{l}
r(a_1+a_2+\ldots)+s(b_1+b_2+\ldots)+t(c_1+c_2+\ldots)+\ldots = k \\
a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \ldots \\
b_1 \geq b_2 \geq b_3 \geq \ldots \\
c_1 \geq c_2 \geq c_3 \geq \ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots \\
(a_1+a_2+a_3+\ldots) > (b_1+b_2+\ldots) \geq (c_1+c_2+\ldots) > \ldots
\end{array}\right.$$

This follows since

$$S_k(\nu_n) = \frac{1}{N^k} \Sigma \ldots \Sigma L_{k_1 k_2 k_3 \ldots} \frac{k!}{k_1!\ k_2!\ k_3! \ldots} = \frac{1}{N^k} \left(\sum_{i=1}^{N} L_i\right)^{(k)}$$

and

$$\left(\sum_{i=1}^{N} L_i\right)^{(k)} = \tag{26}$$

$$\frac{(-1)^{(r+s+t+\ldots)-1}[(r+s+t+\ldots)-1]!\ k!\left[\left(\sum_{i=1}^{N} \nu_{ni}\right)^{(a)}\right]^r \left[\left(\sum_{i=1}^{N} \nu_{ni}\right)^{(b)}\right]^s \left[\left(\sum_{i=1}^{N} \nu_{ni}\right)^{(c)}\right]^t \ldots}{(a!)^r\,(b!)^s\,(c!)^t \ldots r!\ s!\ t! \ldots}$$

merely by omitting the t's which are not at all essential.

For future reference I give below the first five S's for ν_n obtained from (26). In these expressions and in the remainder of this paper zeros after the first in subscripts are omitted since no ambiguity is thereby introduced.

$$S_1(\nu_n) = \nu_{n,0} \tag{27}$$

$$S_2(\nu_n) = \frac{1}{N}\left[\nu_{2n,0} + (N-1)\,\nu_{n,n,0} - N\,\nu^2_{n,0}\right]$$

$$S_3(\nu_n) = \frac{1}{N_2}\Big[\nu_{3n,0} + 3(N-1)\,\nu_{2n,n,0} + (N-1)(N-2)\,\nu_{n,n,n,0} - 3N\nu_{2n,0}\,\nu_{n,0} - 3N(N-1)\,\nu_{n,n,0}\,\nu_{n,0} + 2N^2\nu^3_{n,0}\Big].$$

$$\begin{aligned} S_4(\nu_n) = \frac{1}{N^3}\Big[&\nu_{4n,0} + 4(N-1)\,\nu_{3n,n,0} + 3(N-1)\,\nu_{2n,2n,0} \\ &+ 6(N-1)(N-2)\,\nu_{2n,n,n,0} + (N-1)(N-2)(N-3)\,\nu_{n,n,n,n,0} \\ &- 4N\nu_{3n,0}\,\nu_{n,0} - 12N(N-1)\,\nu_{2n,n,0}\,\nu_{n,0} \\ &- 4N(N-1)(N-2)\,\nu_{n,n,n,0}\,\nu_{n,0} - 3N\nu^2_{2n,0} + 12N^2\nu_{2n,0}\,\nu^2_{n,0} \\ &- 6N(N-1)\,\nu_{2n,0}\,\nu_{n,n,0} + 12N^2(N-1)\,\nu_{n,n,0}\,\nu^2_{n,0} \\ &- 3N(N-1)^2\,\nu^2_{n,n,0} - 6N^3\nu^4_{n,0}\Big]. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_5(\nu_n) = \frac{1}{N^4}\Big[&\nu_{5n,0} + 5(N-1)\,\nu_{4n,n,0} + 10(N-1)\,\nu_{3n,2n,0} \\ &+ 10(N-1)(N-2)\,\nu_{3n,n,n,0} + 15(N-1)(N-2)\,\nu_{2n,2n,n,0} \\ &+ 10(N-1)(N-2)(N-3)\,\nu_{2n,n,n,n,0} \\ &+ (N-1)(N-2)(N-3)(N-4)\,\nu_{n,n,n,n,n,0} \\ &- 5N\,\nu_{4n,0}\,\nu_{n,0} - 20N(N-1)\,\nu_{3n,n,0}\,\nu_{n,0} \\ &- 15N(N-1)\,\nu_{2n,2n,0}\,\nu_{n,0} - 30N(N-1)(N-2)\,\nu_{2n,n,n,0}\,\nu_{n,0} \\ &- 5N(N-1)(N-2)(N-3)\,\nu_{n,n,n,n,0}\,\nu_{n,0} - 10N\,\nu_{3n,0}\,\nu_{2n,0} \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&- 10\,N\,(N-1)\,\nu_{3n,0}\,\nu_{n,n,0} - 30\,N\,(N-1)\,\nu_{2n,n,0}\,\nu_{2n,0} \qquad (27)\\
&- 30\,N\,(N-1)^2\,\nu_{2n,n,0}\,\nu_{n,n,0} - 10N(N-1)(N-2)\nu_{n,n,n,0}\,\nu_{2n,0}\\
&- 10\,N\,(N-1)^2\,(N-2)\,\nu_{n,n,n,0}\,\nu_{n,n,0} + 20\,N^2\,\nu_{3n,0}\,\nu^2_{n,0}\\
&+ 60\,N^2\,(N-1)\,\nu_{2n,n,0}\,\nu^2_{n,0} + 20N^2(N-1)\,(N-2)\,\nu_{n,n,n,0}\,\nu^2_{n,0}\\
&+ 30\,N^2\,\nu^2_{2n,0}\,\nu_{n,0} + 60\,N^2\,(N-1)\,\nu_{2n,0}\,\nu_{n,n,0}\,\nu_{n,0}\\
&+ 30\,N^2\,(N-1)^2\,\nu^2_{n,n,0}\,\nu_{n,0} - 60\,N^3\,\nu_{2n,0}\,\nu^3_{n,0}\\
&- 60\,N^3\,(N-1)\,\nu_{n,n,0}\,\nu^3_{n,0} + 24\,N^4\,\nu^5_{n,0}\Big].
\end{aligned}
$$

In order to avoid numerical slips in these five results I have also obtained them by direct calculation as a check. The direct calculation grows somewhat tedious in the last.

In the expression (26) for $(\sum_{i=1}^{N} L_i)^{(k)}$ the $(\sum_{i=1}^{N} \nu_{ni})^{(p)}$'s could be replaced by their values in terms of $(\sum_{i=1}^{N} \lambda_i)^{(np)}$'s and these could again be explicitly expressed in terms of the semi-invariants of $f(x)$ by (16[a]). Thus it is possible to write down the general formula for the *mth* semi-invariant of the *nth* moment but it is also possible to foresee that there is little to be gained by actually putting it together. It would be a super-compounding of (25) in which the law of formation of terms is already sufficiently complicated. Actual substitution in such a formula would have to be accomplished piecemeal; it would be equivalent in each case to a calculation of the kind that is now to be explained.

D. *Actual Calculation of the* S 's.

As an example of the use of the formulas that have been developed for computing the S 's, the calculation of $S_2(\nu_4)$ is here given in detail.

From (27),

$$S_2(\nu_4) = \frac{1}{N}[\nu_{80\ldots0} + (N-1)\,\nu_{440\ldots0} - N\,\nu^2_{40\ldots0}].$$

and from the value of ν_8 in terms of λ 's,

$$
\begin{aligned}
(\Sigma\,\nu_i\,t_i)^{(8)} = {} & (\Sigma\,\lambda_i\,t_i)^{(8)} + 28\,(\Sigma\,\lambda_i\,t_i)^{(6)}\,(\Sigma\,\lambda_i\,t_i)^{(2)} + 56\,(\Sigma\,\lambda_i\,t_i)^{(5)}\,(\Sigma\,\lambda_i\,t_i)^{(3)}\\
& + 35\,[(\Sigma\,\lambda_i\,t_i)^{(4)}]^2 + 210\,(\Sigma\,\lambda_i\,t_i)^{(4)}\,[(\Sigma\,\lambda_i\,t_i)^{(2)}]^2\\
& + 280\,[(\Sigma\,\lambda_i\,t_i)^{(3)}]^2\,(\Sigma\,\lambda_i\,t_i)^{(2)} + 105\,[(\Sigma\,\lambda_i\,t_i)^{(2)}]^4.
\end{aligned}
$$

(Summations are always with regard to i from 1 to N). In what follows only the essential parts of subscripts are retained. It is to be

remembered that all λ's of the same type are equal. In the above, then, ν_{80} is equal to the coefficient of t_1^8 on the right-hand side; ν_{44} to the coefficient of $t_1^4 t_2^4$ on the right-hand side divided by $\binom{8}{4}$. This gives,

$$\nu_{80}=\lambda_{80}+28\lambda_{60}\lambda_{20}+56\lambda_{50}\lambda_{30}+35\lambda^2_{40}+210\lambda_{40}\lambda^2_{20}+280\lambda^2_{30}\lambda_{20}+105\lambda^4_{20}$$

$$\begin{aligned}\nu_{44}=\lambda_{44}&+(12\lambda_{42}\lambda_{20}+16\lambda_{33}\lambda_{11})+(8\lambda_{41}\lambda_{30}+48\lambda_{32}\lambda_{21})+(\lambda^2_{40}+16\lambda^2_{31}\\&+18\lambda^2_{22})+(6\lambda_{40}\lambda^2_{20}+96\lambda_{31}\lambda_{20}\lambda_{11}+36\lambda_{22}\lambda^2_{20}+72\lambda_{22}\lambda^2_{11})\\&+(16\lambda^2_{30}\lambda_{11}+48\lambda_{30}\lambda_{21}\lambda_{20}+144\lambda^2_{21}\lambda_{11}+72\lambda^2_{21}\lambda_{20})+(9\lambda^4_{20}\\&+72\lambda^2_{20}\lambda^2_{11}+24\lambda^4_{11}).\end{aligned}$$

And in a similar way,

$$\nu^2_{40}=\lambda^2_{40}+6\lambda_{40}\lambda^2_{20}+9\lambda^4_{20}.$$

Terms in ν_{44} which will contribute to the same coefficients of semi-invariants of $f(x)$ in the final result are enclosed within parentheses. The final result will contain terms in λ_8, λ_6, λ_2, $\lambda_5\lambda_3$, λ^2_4, $\lambda^2_3\lambda_2$, and λ_2^4 together with their coefficients which are polynomials in N. Therefore in substituting the values of ν_{80}, ν_{44}, and ν^2_{40} in $S_2(\nu_4)$, the terms are arranged so that those contributing to the same coefficient in the final result are grouped together and enclosed within braces. Thus,

$$\begin{aligned}S_2(\nu_4)=\frac{1}{N}\Big[&\Big\{\lambda_{80}+(N-1)\lambda_{44}\Big\}+\Big\{28\lambda_{60}\lambda_{20}+(N-1)(12\lambda_{42}\lambda_{20}\\&+16\lambda_{33}\lambda_{11})\Big\}+\Big\{56\lambda_{50}\lambda_{30}+(N-1)(8\lambda_{41}\lambda_{30}+48\lambda_{32}\lambda_{21})\Big\}\\&+\Big\{35\lambda^2_{40}+(N-1)(\lambda^2_{40}+16\lambda^2_{31}+18\lambda^2_{22})-N\lambda^2_{40}\Big\}\\&+\Big\{210\lambda_{40}\lambda^2_{20}+(N-1)(6\lambda_{40}\lambda^2_{20}+96\lambda_{31}\lambda_{20}\lambda_{11}+36\lambda_{22}\lambda^2_{20}\\&+72\lambda_{22}\lambda^2_{11})-6N\lambda_{40}\lambda^2_{20}\Big\}+\Big\{280\lambda^2_{30}\lambda_{20}+(N-1)(16\lambda^2_{30}\lambda_{11}\\&+48\lambda_{30}\lambda_{21}\lambda_{20}+144\lambda^2_{21}\lambda_{11}+72\lambda^2_{21}\lambda_{20})\Big\}+\Big\{105\lambda^4_{20}\\&+(N-1)(9\lambda^4_{20}+72\lambda^2_{20}\lambda^2_{11}+24\lambda^4_{11})-9N\lambda^4_{20}\Big\}\Big].\end{aligned}$$

Each term in (28) is now reduced in turn. The coefficient of λ_8 is

$$\begin{aligned}\frac{1}{N_8}\Big\{&[(N-1)^8+N-1]+(N-1)[2(N-1)^4+N-2]\Big\}\\&=\frac{(N-1)^2(N^2-3N+3)^2}{N^7}\end{aligned}$$

The coefficient of $\lambda_6 \lambda_2$ is,

$$\frac{1}{N^8}\Big\{28[(N-1)^6+N-1][(N-1)^2+N-1]+(N-1)\Big(12[(N-1)^4+(N-1)^2+N-2][(N-1)^2+N-1]+16[-2(N-1)^3+N-2][-2(N-1)+N-2]\Big)\Big\}$$
$$=\frac{4N(N-1)(7N^4-39N^3+90N^2-99N+45)}{N^7}.$$

Of $\lambda_5 \lambda_3$

$$\frac{1}{N^8}\Big\{56[(N-1)^5-N+1][(N-1)^3-(N-1)]+(N-1)\Big(8[-(N-1)^4+(N-1)-(N-2)][(N-1)^3-(N-1)]+48[(N-1)^3-(N-1)^2-(N-2)][-(N-1)^2+(N-1)-(N-2)]\Big)\Big\}$$
$$=\frac{48N(N-1)(N-2)^2(N^2-3N+3)}{N^7}.$$

And in the same manner the coefficient of λ^2_4 is found to be,

$$\frac{2N(N-1)(17N^4-111N^3+309N^2-405N+207)}{N^7}$$

The coefficient of $\lambda_4 \lambda^2_2$ is,

$$\frac{12N^2(N-1)(17N^3-71N^2+117N-69)}{N^7}$$

Of $\lambda^2_3 \lambda_2$:

$$\frac{72N^2(N-1)(N-2)^2(3N-5)}{N^7}$$

And finally of λ^4_2

$$\frac{24N^3(N-1)(4N^2-9N+6)}{N^7}.$$

Collecting, we have,

$$S_2(\nu_4)=\frac{1}{N^7}\Big[(N-1)^2(N^2-3N+3)^2\lambda_8+4(N-1)^2(7N^4-39N^3+90N^2-99N+45)\lambda_6\lambda_2+48N(N-1)(N-2)^2(N^2-3N+3)\lambda_5\lambda_3+2N(N-1)(17N^4-111N^3+309N^2-405N+207)\lambda^2_4+12N^2(N-1)(17N^3-71N^2+117N-69)\lambda_4\lambda^2_2+72N^2(N-1)(N-2)^2(3N-5)\lambda^2_3\lambda_2+24N^3(N-1)(4N^2-9N+6)\lambda^4_2\Big].$$

There are two main steps in the calculation, the picking out of the coefficients of certain power products of t's in symbolic expansions of the type $[(\Sigma \lambda_i t_i)^{(a)}]^r [(\Sigma \lambda_i t_i)^{(b)}]^s \ldots$, and the substitution and reduction of terms of the type $\lambda_{xyz} \ldots$ in terms of polynomials in N. The first step can be mechanically carried out by the use of the D-operator of combinatory analysis (1). An example of its use in this connection follows. It is required to find the coefficient of $t_1^6 t_2^3$ in

$$378\,(\Sigma \lambda_i t_i)^{(5)} [(\Sigma \lambda_i t_i)^{(2)}]^2.$$

The operators, D_5, D_2, and D_2, are applied in succession on (63), thus,

$$D_5 D^2_2 (63) = D^2_2 [(5)(13) + (41)(22) + (32)(31) + (23)(4)].$$
$$= 2(5)(2)(11) + 2(41)(2)^2 + (41)(11)^2 + 2(32)(2)(11) + (32)(2)^2.$$

In Macmahon's notation this would be written,

$$D_5 D^2_2 (\overline{X}_6 \overline{X}_3) = D^2_2 [x_5 \overline{X}_1 \overline{X}_3 + x_1 x_1 \overline{X}_2 \overline{X}_2 + x_3 x_2 \overline{X}_3 \overline{X}_1 + x_2 x_3 \overline{X}_4],$$ etc.

In the parenthesis notation I use instead, I always keep the partitions of 5, 2, and 2 separated; if I did not but ran them together as MACMAHON does (which is quite satisfactory for his purpose) there would often be ambiguity in the separation which would have to be effected later.

The result indicates the manner in which the total coefficient of t_1^6, t_2^3, is made up by products of terms from each of the three factors. The first says that there are two made up of a fifth power from the first, a square from one of the last two, and a second degree cross-product from the last two. The terms are actually $t_1^5 \cdot t_2^2 \cdot t_1 t_2$ and $t_1^5 \cdot t_1 t_2 \cdot t_2^2$. This takes no account of the numerical factors (products of binomial coefficients) which would appear in the actual expansion. Supplying them; they are 2 in the first term since $t_1 t_2$ would occur multiplied by 2, 5 in the second since $t_4 t_2$ would enter with a coefficient 5, 20 in the third, and so on. Then writing in the corresponding λ's, the sought coefficient is,

$$378\,(4 \lambda_{50} \lambda_{20} \lambda_{11} + 10 \lambda_{41} \lambda^2_{20} + 20 \lambda_{41} \lambda^2_{11} + 40 \lambda_{32} \lambda_{20} \lambda_{11} + 10 \lambda_{32} \lambda^2_{20})$$

The total of the numerical coefficient inside the parenthesis is 84, which is $\binom{9}{3}$ as it should be, which serves as a check on the calcula-

(1) See MACMAHON, P. A., *An introduction to Combinatory Analysis;* Cambridge University Press, 1920; p. 24 ff.

tion. Obviously the total number of ways of forming terms in $t_1^6 t_2^3$ in

$$(\Sigma \lambda_i t_i)^{(5)} [(\lambda_i t_i)^{(2)}]^2$$

is the same as if the expression were,

$$(\Sigma \lambda_i t_i)^{(9)}.$$

But the expression

$$378 (\Sigma \lambda_i t_i)^{(5)} [(\Sigma \lambda_i t_i)^{(2)}]^2$$

is but one of the terms in the value of,

$$(\Sigma \nu_i t_i)^{(9)}$$

in terms of semi-invariants. If I am finding the value of $\nu_{630\ldots0}$, I recall that this is accomplished by equating coefficients of $t_1^6 t_2^3$ on both sides of the equation which gives

$$(\Sigma \nu_i t_i)^{(9)}$$

in terms of semi-invariants. It will then be necessary to divide both sides of the equation obtained by thus equating coefficients by the coefficient of $t_1^6 t_2^3$ on the left-hand side of the equation which is, of course, $\binom{9}{3}$. Performing this division the term in the value of $\nu_{630\ldots0}$ contributed by,

$$378 (\Sigma \lambda_5 t_i)^{(5)} [(\Sigma \lambda_i t_i)^{(2)}]^2$$

is

$$18 \lambda_{50} \lambda_{20} \lambda_{11} + 45 \lambda_{41} \lambda^2_{20} + 90 \lambda_{41} \lambda^2_{11} + 180 \lambda_{32} \lambda_{20} \lambda_{11} + 45 \lambda_{32} \lambda^2_{20}.$$

It is to be noticed that the sum of the numerical coefficients is, as it should be, 378.

CHAPTER IV

The Semi-invariants of the Correlation Function of Two Moments about the Mean

The method which has been developed for finding the semi-invariants of the frequency function for a single moment about the mean is readily extended to finding the semi-invariants of the frequency or correlation function for two moments about the mean. Just as before I find a general formula which gives these semi-invariants in terms of the semi-invariants of $F(\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_N)$; once

this is accomplished the calculation of these semi-invariants is carried out in exactly the same way as in the case of a single moment about the mean.

Consider the *mth* and *nth* moments about the mean, — the defining equation for the semi-invariants, $S_{kl}\ (\nu_m\ ,\ \nu_n)$ of the correlation function for them is,

$$e^{(S_{10}\,s + S_{01}\,t) + \frac{1}{2!}(S_{10}\,s + S_{01}\,t)^{(2)} + \frac{1}{3!}(S_{10}\,s + S_{01}\,t)^{(3)} + \cdots} \tag{29}$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} d\,\delta_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\,\delta_2 \ldots \int_{-\infty}^{\infty} d\,\delta_N\, F\,(\delta_1\ ,\ \delta_2\ ,\ \ldots\ ,\ \delta_N)\, e^{\frac{(\sum_{i=1}^{N} \delta_i^{\,m} s + \sum_{i=1}^{N} \delta_i^{\,n} t)}{N}}$$

And analogous to the L's in the case of one moment, now I have L's and M's defined by,

$$e^{(\sum_i L_i s_i + \sum_j M_j t_j) + \frac{1}{2!}(\sum_i L_i s_i + \sum_j M_j t_j)^{(2)} + \frac{1}{3!}(\sum_i L_i t_i + \sum_j M_j t_j)^{(3)} + \ldots}$$
$$= \int d\,\delta_1 \ldots \int d\,\delta_N\, F\,(\delta_1\ ,\ \ldots\ ,\ \delta_N)\, e^{(\sum_i \delta_i^{\,m} s_i + \sum_j \delta_j^{\,n} t_j)} \tag{30}$$

If in (29) and (30) $n = 0$ the process of finding the L's and then the S's is exactly that considered in the last chapter. Thus the S_{i0}'s and the S_{0j}'s, the marginal semi-invariants, have already been obtained and the object now is to learn how to compute the S_{ij}'s, the cross semi-invariants.

First, in analogy with the relation between the S's and L's for a single moment, the corresponding relation here is obtained from,

$$S_{h-r,\,r}\, s^{h-r}\, t^{r} = (\sum_i L_i\, s_i)^{(h-r)}\ (\sum_j M_j\, t_j)^{(r)} \,/\, N^h$$

which gives

$$S_{h-r,\,r} = \frac{1}{N^h} \sum \frac{(h-r)!}{k_1!\ k_2! \ldots k_p!} L_{k_1 k_2 \ldots k_p} \sum \frac{r!}{l_1!\ l_2! \ldots l_q!}\ M_{l_1 l_2 \ldots l_q} \tag{31}$$

the summation being performed for all partitions, $k_1\ ,\ k_2\ ,\ \ldots\ k_p$, and $l_1\ ,\ l_2\ ,\ \ldots\ ,\ l_q$, of $h - r$ and r respectively.

For the first four orders of cross semi-invariants the full expressions are given (taking into account the fact that L's and M's of the same type, respectively, are equal).

$$S_{11} = \frac{1}{N^2} \sum L_{10\ldots0} \sum M_{10\ldots0} = \frac{1}{N}\, L_{10\ldots0}\, M_{10\ldots0} + \frac{(N-1)}{N}\, L_{10\ldots0}\, M_{010\ldots0} \tag{32}$$

$$S_{21} = \frac{1}{N^3}(\Sigma L_{20\ldots0} + 2\,\Sigma L_{110\ldots0})(\Sigma M_{10\ldots0})$$

$$= \frac{1}{N^2} L_{20} M_{10} + \frac{N-1}{N^2} L_{20} M_{01} + \frac{2(N-1)}{N^2} L_{110} M_{10}$$

$$+ \frac{(N-1)(N-2)}{N^2} L_{110} M_{001}$$

$$S_{12} = \frac{1}{N^2} L_{10} M_{20} + \frac{N-1}{N^2} L_{01} M_{20} + \frac{2(N-1)}{N^2} L_{10} M_{110}$$

$$+ \frac{(N-1)(N-2)}{N^2} L_{001} M_{110}$$

$$S_{31} = \frac{1}{N_4}(\Sigma L_{30} + 3\,\Sigma L_{210} + 6\,\Sigma L_{1110})(\Sigma M_{10})$$

$$= \frac{1}{N^3} L_{30} M_{10} + \frac{N-1}{N^3} L_{30} M_{01} + \frac{3(N-1)}{N^3} L_{21} M_{10} + \frac{3(N-1)}{N^3} L_{21} M_{01}$$

$$+ \frac{3(N-1)(N-2)}{N^3} L_{21} M_{001} + \frac{3(N-1)(N-2)}{N^3} L_{1110} M_{10}$$

$$+ \frac{(N-1)(N-2)(N-3)}{N^3} L_{1110} M_{0001} \qquad (32)$$

$$S_{22} = \frac{1}{N^4}(\Sigma L_{20} + 2\,\Sigma L_{110})(\Sigma M_{20} + 2\,\Sigma M_{110})$$

$$= \frac{1}{N^3} L_{20} M_{20} + \frac{N-1}{N^3} L_{20} M_{02} + \frac{2(N-1)}{N^3} L_{20} M_{110}$$

$$+ \frac{(N-1)(N-2)}{N^3} L_{20} M_{0110} + \frac{2(N-1)}{N^3} L_{110} M_{20}$$

$$+ \frac{(N-1)(N-2)}{N^3} L_{0110} M_{20} + \frac{2(N-1)}{N^3} L_{110} M_{110}$$

$$+ \frac{4N-1)(N-2)}{N^3} L_{110} M_{011} + \frac{(N-1)(N-2)(N-3)}{N^3} L_{110} M_{00110}.$$

$$S_{13} = \frac{1}{N^3} L_{10} M_{30} + \frac{N-1}{N^3} L_{10} M_{03} + \frac{3(N-1)}{N^3} L_{10} M_{210} + \frac{3(N-1)}{N^3} L_{01} M_{210}$$

$$+ \frac{3(N-1)(N-2)}{N^3} L_{10} M_{1110} + \frac{3(N-1)(N-2)}{N^3} L_{001} M_{210}$$

$$+ \frac{(N-1)(N-2)(N-3)}{N^3} L_{00010} M_{1110}.$$

The next point to be considered is the development of terms of the form $L_{k_1 k_2 \ldots k_p}$, $M_{l_1 l_2 \ldots l_q}$ into terms of the moments of the correlation function $F(\delta_1, \ldots, \delta_N)$. It is obvious from the defining

equation (30) that the general equation (11) applies here if in (11) λ_n be replaced by,

$$(\sum_i L_i s_i + \sum_j M_j t_j)^{(n)}$$

and ν_r by

$$(\sum_i \nu_{mi} s_i + \sum_j \nu_{nj} t_j)^{(r)}$$

The expansion of the right-hand member of (30) is indicated by

$$1 + (\sum_i \nu_{mi} s_i + \sum_j \nu_{nj} t_j) + \frac{1}{2!}(\sum_i \nu_{mi} s_i + \sum_j \nu_{nj} t_j)^{(2)} + \frac{1}{3!}(\sum_i \nu_{mi} s_i + \sum_j \nu_{nj} t_j)^{(3)} + \ldots$$

in which, in the expansion of the various terms, a certain addition of subscripts must take place in the cross-products. This is perhaps best seen from an example. For instance, the expansion of

$$(\sum_i \nu_{mi} s_i + \sum_j \nu_{nj} t_j)^{(2)}$$

is

$$\sum \nu_{2m} s^2_i + \sum \nu_{m,m} s_i s_j + \sum \nu_{m+n} s_i t_i + \sum \nu_m \nu_n s_i t_j + \sum \nu_{2n} t^2_i + \sum \nu_{n,n} t_i t_j . \qquad (33)$$

As a more extended example of the kind of calculation that is required here consider,

$$(\sum_i L_i s_i + \sum_j M_j t_j)^{(3)} = (\sum_i \nu_{mi} s_i + \sum_j \nu_{nj} \nu_j)^{(3)} - 3(\sum_i \nu_{mi} s_i + \sum_j \nu_{nj} t_j)^{(2)} (\sum_i \nu_{mi} s_i + \sum_j \nu_{nj} t_j) + 2(\sum_i \nu_{mi} s_i + \sum_j \nu_{nj} t_i)^3 . \qquad (34)$$

which comes from (30) and which is analogous to (24). Suppose it is required to find $S_{21}(\nu_m, \nu_n)$. First from (32),

$$S_{21} = \frac{1}{N^2} L_{20} M_{10} + \frac{N-1}{N^2} L_{20} M_{01} + \frac{2(N-1)}{N^2} L_{110} M_{10} + \frac{(N-1)(N-2)}{N^2} L_{110} M_{001} .$$

Then from (34) is obtained (analogous to the second equation of (24a)),

$$(\sum L_i s_i)^{(2)} (\sum M_j t_j) = \{(\sum \nu_{mi} s_i)^{(2)} (\sum \nu_{nj} t_j)\{ - (\sum \nu_{ni} s_i)^{(2)} (\sum \nu_{nj} t_j) - 2\{(\sum \nu_{mi} s_i)(\sum \nu_{nj} t_j)\{(\sum \nu_{mi} s_i) + 2(\sum \nu_{mi} s_i)^2 (\sum \nu_{nj} t_j) \qquad (35)$$

in which the braces indicate that the terms in each pair are from the same symbolic expansion term of (34) and that hence the addition of subscripts mentioned above must be performed therein. The ex-

pression for S_{21} obtained from (32) shows the types of terms to be found from (35), viz., $L_{20}\,M_{10}$, $L_{20}\,M_{01}$, $L_{110}\,M_{10}$, and $L_{110}\,M_{001}$. To get these simply requires the coefficients of $s_1^2\,t_1$, $s_1^2\,t_2$, $s_1\,s_2\,t_1$, and $s_1\,s_2\,t_3$ in the right-hand member of (35) respectively. Writing these out, they are

$$\begin{aligned}
L_{20}\,M_{10} &= \nu_{2\,m+n,\,0} - \nu_{2\,m,\,0}\,\nu_{n,\,0} - 2\,\nu_{m+n,\,0}\,\nu_{m,\,0} + 2\,\nu^2_{m,\,0}\,\nu_{n,\,0} \\
L_{20}\,M_{01} &= \nu_{2\,m,\,n,\,0} - \nu_{2\,m,\,0}\,\nu_{n,\,0} - 2\,\nu_{m,\,n,\,0}\,\nu_{m,\,0} + 2\,\nu^2_{m,\,0}\,\nu_{0,\,n,\,0} \\
L_{110}\,M_{10} &= \nu_{m+n,\,m,\,0} - \nu_{m,\,m,\,0}\,\nu_{n,\,0} - \nu_{m+n,\,0}\,\nu_{m,\,0} - \nu_{m,\,n,\,0}\,\nu_{m,\,0} + 2\,\nu^2_{m,\,0}\,\nu_{n,\,0} \\
L_{110}\,M_{001} &= \nu_{m,\,m,\,n,\,0} - \nu_{m,\,m,\,0}\,\nu_{0,\,0,\,n,\,0} - 2\,\nu_{m,\,n,\,0}\,\nu_{m,\,0} + 2\,\nu^2_{m,\,0}\,\nu_{n,\,0}\,.
\end{aligned} \tag{36}$$

(In the third term of the last equation two terms of the same type are combined). Substituting these values in S_{21} and collecting,

$$\begin{aligned}
S_{21} = \frac{1}{N^2}\Big[& \nu_{2\,m+n,\,0} + (N-1)\,\nu_{2\,m,\,n,\,0} + 2\,(N-1)\,\nu_{m+n,\,m,\,0} \\
& + (N-1)\,(N-2)\,\nu_{m,\,m,\,n,\,0} - N\,\nu_{2\,m,\,0}\,\nu_{n,\,0} - N\,(N-1)\,\nu_{m,\,m,\,0}\,\nu_{n,\,0} \\
& - 2\,N\,\nu_{m+n,\,0}\,\nu_{m,\,0} - 2\,N(N-1)\,\nu_{m,\,n,\,0}\,\nu_{m,\,0} + 2\,N^2\,\nu^2_{m,\,0}\,\nu_{n,\,0}\Big].
\end{aligned} \tag{37}$$

As further illustrations the calculation of two of the simplest cases, $S_{11}\,(\nu_2\,,\ \nu_3)$ and $S_{11}\,(\nu_2\,,\ \nu_4)$ are shown in some detail.

First, in general, from (32),

$$S_{11} = \frac{1}{N}\,L_{10}\,M_{10} + \frac{N-1}{N}\,L_{10}\,M_{01}\,.$$

for any two moments, ν_m and ν_n. Then from the relation connecting semi-invariants and moments in general,

$$(\Sigma\,L_i\,s_i + \Sigma\,M_j\,t_j)^{(2)} = (\Sigma\,\nu_{2i}\,s_i + \Sigma\nu_{3j}\,t_j)^{(2)} - (\Sigma\,\nu_{2i}\,s_i + \Sigma\,\nu_{3j}\,t_j)^2.$$

This gives

$$(\Sigma\,L_i\,s_i)\,(\Sigma\,M_j\,t_j) = \Big\{(\Sigma\,\nu_{2i}\,s_i)\,(\Sigma\,\nu_{3j}\,t_j)\Big\} - (\Sigma\,\nu_{2i}\,s_i)\,(\Sigma\,\nu_{3j}\,t_j)$$

from which

$$\begin{aligned}
L_{10}\,M_{10} &= \nu_{50\,\cdots\,0} - \nu_{20\,\cdots\,0}\,\nu_{30\,\cdots\,0} \\
L_{10}\,M_{01} &= \nu_{320\,\cdots\,0} - \nu_{20\,\cdots\,0}\,\nu_{30\,\cdots\,0}\,.
\end{aligned}$$

Substituting these in (38),

$$\begin{aligned}
S_{11}\,(\nu_2\,,\,\nu_3) &= \frac{1}{N}\Big[\nu_{50} - \nu_{20}\,\nu_{30} + (N-1)\,(\nu_{32} - \nu_{20}\,\nu_{30})\Big] \\
&= \frac{1}{N}\Big[\nu_{50} + (N-1)\,\nu_{32} - N\,\nu_{20}\,\nu_{30}\Big].
\end{aligned} \tag{39}$$

From

$$(\Sigma\,\nu_i\,t_i)^{(5)} = (\Sigma\,\lambda_i\,t_i)^{(5)} + 10\,(\Sigma\,\lambda_i\,t_i)^{(3)}\,(\Sigma\,\lambda_i\,t_i)^{(2)},$$

are obtained,

$$\nu_{50} = \lambda_{50} + 10\,\lambda_{20}\,\lambda_{30}$$
$$\nu_{32} = \nu_{32} + \lambda_{30}\,\lambda_{20} + 6\,\lambda_{21}\,\lambda_{11} + 3\,\lambda_{21}\,\lambda_{20},$$

and setting these in (39),

$$S_{11}(\nu_2, \nu_3) = \frac{1}{N}\Big[\lambda_{50} + 10\,\lambda_{30}\,\lambda_{20} + (N-1)(\lambda_{32} + \lambda_{30}\,\lambda_{20} + 6\,\lambda_{21}\,\lambda_{11} + 3\,\lambda_{21}\,\lambda_{20} - N\,\lambda_{30}\,\lambda_{20}\Big]$$
$$= \frac{1}{N}\Big[\lambda_{50} + (N-1)\,\lambda_{32} + 9\,\lambda_{30}\,\lambda_{20} + (N-1)(6\,\lambda_{21}\,\lambda_{11} + 2\,\lambda_{21}\,\lambda_{20})\Big]$$

And on replacing the semi-invariants of $F(\delta_1, \ldots, \delta_N)$ by their values in terms of the semi-invariants of $f(x)$, finally,

$$S_{11}(\nu_2, \nu_3) = \frac{1}{N^6}\Big[N^2(N-1)^2(N-2)\,\lambda_5 + 6\,N^3(N-1)(N-2)\,\lambda_3\,\lambda_2\Big]$$
$$= \frac{1}{N^4}\Big[(N-1)^2(N-2)\,\lambda_5 + 6\,N(N-1)(N-2)\,\lambda_3\,\lambda_2\Big] \qquad (40)$$

For $S_{11}(\nu_2, \nu_4)$, analogous to (39),

$$S_{11}(\nu_2, \nu_4) = \frac{1}{N}\Big[\nu_{60} + (N-1)\,\nu_{42} - N\,\nu_{40}\,\nu_{20}\Big] \qquad (41)$$

From

$$(\Sigma\nu_i\,t_i)^{(6)} = (\Sigma\lambda_i\,t_i)^{(6)} + 15\,(\Sigma\lambda_i\,t_i)^{(4)}(\Sigma\lambda_i\,t_i)^{(2)} + 10\,[(\Sigma\lambda_i\,t_i)^{(3)}]^2 + 15\,[(\Sigma\lambda_i\,t_i)^{(2)}]^3.$$

are obtained

$$\nu_{60} = \lambda_{60} + 15\,\lambda_{40}\,\lambda_{20} + 10\,\lambda^2{}_{30} + 15\,\lambda^3{}_{20}$$
$$\nu_{42} = \lambda_{42} + (\lambda_{40}\,\lambda_{20} + 8\lambda_{31}\,\lambda_{11} + 6\lambda_{22}\,\lambda_{20}) + (4\lambda_{30}\,\lambda_{21} + 6\lambda^2{}_{21}) + (3\lambda^3{}_{20} + 12\lambda_{20}\,\lambda^2{}_{11})$$

Also

$$\nu_{40}\,\nu_{20} = \lambda_{40}\,\lambda_{20} + 3\,\lambda^3{}_{20}.$$

Substituting these in (41), collecting and arranging terms,

$$S_{11}(\nu_2, \nu_4) = \frac{1}{N}\Big[\lambda_{60} + (N-1)\,\lambda_{42} + 14\,\lambda_{40}\,\lambda_{20} + (N-1)(8\,\lambda_{31}\,\lambda_{11} + 6\,\lambda_{22}\,\lambda_{20}) + 10\,\lambda^2{}_{30} + (N-1)(4\,\lambda_{30}\,\lambda_{21} + 6\,\lambda^2{}_{21}) + 12\,\lambda^3{}_{20} + 12\,(N-1)\,\lambda_{20}\,\lambda^2{}_{11}\Big]$$

Again introducing the semi-invariants of $f(x)$, reducing and cancelling an N^2 from numerator and denominator, finally

$$S_{11}(\nu_2, \nu_4) = \frac{1}{N^5}\Big[(N-1)^2(N^2 - 3N3 +)\lambda_6 + 2N(N-1)(7N^2 - 18N + 15)\lambda_4\,\lambda_2 + 6\,N(N-1)(N-2)^2\,\lambda^2{}_3 + 12\,N^2(N-1)^2\,\lambda^3{}_2\Big] \qquad (22)$$

It may be observed by way of application that if in these results, $S_{11}(\nu_2, \nu_3)$ were divided by $\sqrt{S_2(\nu_2)} \cdot \sqrt{S_2(\nu_3)}$ and

$$S_{11}(\nu_2, \nu_4) \quad \text{by} \quad \sqrt{S_2(\nu_2)} \cdot \sqrt{S_2(\nu_4)}$$

the results would be the ordinary Pearsonian coefficients of correlation between ν_2 and ν_3, and ν_2 and ν_4, respectively. If, in particular, $f(x)$ be assumed normal, in which case $\lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5 = \ldots = 0$, then

$$r_{\nu_2, \nu_3} = 0$$

and

$$r_{\nu_2, \nu_4} = \frac{N-1}{2\sqrt{4N^2 - 9N + 6}}.$$

It is natural to look for a general law for writing out S_{pq}'s in terms of the moments of $F(\delta_1, \ldots, \delta_N)$, analogous to the one given for writing out S_p's given by (25). This latter should, of course, be a special case of the law for S_{pq}'s, found by setting $q = 0$. Its form is easily obtained by analogy. In addition to (37) I also worked out in detail $S_{31}(\nu_m, \nu_n)$. This further confirmed that the law in question is

$$S_{kl}(\nu_m, \nu_n) = \frac{1}{N^{k+l}} \times \tag{43}$$

$$\Sigma \frac{(-1)^{(r+s+t+\ldots)-1}[(r+s+t+\ldots)-1]!\, k!l!\, \nu_{a_1 n, a_2 n, \ldots} \nu_{\alpha_1 n, \alpha_2 n, \ldots} \{^{r}\} \nu_{b_1 n, b_2 n, \ldots} \nu_{\beta_1 n, \beta_2 n, \ldots} \{^{s}\} \ldots}{(a_1!\, a_2! \ldots \alpha_1!\, \alpha_2! \ldots)^r (b_1!\, b_2! \ldots \beta_1!\, \beta_2! \ldots)^s \ldots r!\, s!}$$

in which

$$r(a_1 + a_2 + \ldots) + s(b_1 + b_2 + \ldots) + \ldots = k$$
$$r(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots) + s(\beta_1 + \beta_2 + \ldots) + \ldots = l$$
$$a_1 \geq a_2 \geq \ldots$$
$$b_1 \geq b_2 \geq \ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \ldots$$
$$\beta_1 \geq \beta_2 \geq \ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$(a_1 + a_2 + \ldots) > (b_1 + b_2 + \ldots) > \ldots$$
$$(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots) > (\beta_1 + \beta_2 + \ldots) > \ldots$$

This law may readily be derived directly. Going back to (29), it is seen that,

$$(S_{10}\, s + S_{01}\, t)^{(k+l)} =$$
$$\frac{1}{N^{k+l}} \Sigma \frac{(-1)^{(r+s+t\ldots)-1}[(r+s+t+\ldots)-1]!\,(k+l)!}{(a!)^r (b!)^s \ldots r!\, s! \ldots} \times$$
$$\times [(\Sigma \nu_{mi}\, s_i + \Sigma \nu_{nj}\, t_j)^{(a)}]^r [(\Sigma \nu_{mi}\, s_i + \Sigma \nu_{nj}\, t_j)^{(b)}]^s \ldots$$

in which,

$$ar + bs + \ldots = k + l,$$

etc., (see under (10)).

To find S_{kl}, observe that on the left-hand side the coefficient of $s^k t^l$ is $\frac{(k+l)!}{k!\,l!}$ and that this is equal to on the right-hand side the sum of the coefficients of all such terms as

$$s_1^{a_1 r} s_2^{a_2 r} \ldots s_1^{b_1 s} s_2^{b_2 s} \ldots t_1^{\alpha_1 r} t_2^{\alpha_2 r} \ldots t_1^{\beta_1 s} t_2^{\beta_2 s} \ldots$$

in which

$$r(a_1 + a_2 + \ldots) + s(b_1 + b_2 + \ldots) + \ldots = k$$
$$r(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots) + s(\beta_1 + \beta_2 + \ldots) + \ldots = l.$$

This sum divided by $\frac{(k+l)!}{k!\,l!}$ gives then, the value for S_{kl} and this is precisely the right-hand side of (43).

As a conclusion to this section I have here collected the general expressions for $S_{kl}(\nu_m, \nu_n)$ up to the fourth order, some of which are already derived above directly.

$$S_{11}(\nu_m, \nu_n) = \frac{1}{N}\left[\nu_{m+n,0} + (N-1)\,\nu_{m,n,0} - N\,\nu_{m,0}\,\nu_{n,0}\right]$$

$$\begin{aligned} S_{21}(\nu_m, \nu_n) = \frac{1}{N^2}\Big[&\nu_{2m+n,0} + (N-1)\,\nu_{2m,n,0} + 2(N-1)\,\nu_{m+n,m,0} \\ &+ (N-1)(N-2)\,\nu_{m,m,n,0} - N\,\nu_{2m,0}\,\nu_{n,0} - N(N-1)\,\nu_{m,m,0}\,\nu_{n,0} \\ &- 2N\,\nu_{m+n,0}\,\nu_{m,0} - 2N(N-1)\,\nu_{m,n,0}\,\nu_{m,0} + 2N^2\,\nu^2_{m,0}\,\nu_{n,0}\Big]. \end{aligned}$$

$S_{12}(\nu_m, \nu_n)$ is, of course, the above with the m and n interchanged.

$$\begin{aligned} S_{31}(\nu_m, \nu_n) = \frac{1}{N^3}\Big[&\nu_{3m+n,0} + (N-1)\,\nu_{3m,n,0} + 3(N-1)\,\nu_{2m+n,m,0} \\ &+ 3(N-1)\,\nu_{2m,m+n,0} + 3(N-1)(N-2)\,\nu_{2m,m,n,0} \\ &+ 3(N-1)(N-2)\,\nu_{m+n,m,m,0} + (N-1)(N-2)(N-3)\,\nu_{m,m,m,n,0} \\ &- N\,\nu_{3m,0}\,\nu_{n,0} - 3N(N-1)\,\nu_{2m,m,0}\,\nu_{n,0} \\ &- N(N-1)(N-2)\,\nu_{m,m,m,0}\,\nu_{n,0} - 3N\,\nu_{2m+n,0}\,\nu_{m,0} \\ &- 3N(N-1)\,\nu_{2m,n,0}\,\nu_{m,0} - 6N(N-1)\,\nu_{m+n,m,0}\,\nu_{m,0} \\ &- 3N(N-1)(N-2)\,\nu_{m,m,n,0}\,\nu_{m,0} - 3N\,\nu_{2m,0}\,\nu_{m+n,0} \\ &- 3N(N-1)\,\nu_{2m,0}\,\nu_{m,n,0} - 3N(N-1)\,\nu_{m,m,0}\,\nu_{m+n,0} \\ &- 3N(N-1)^2\,\nu_{m,m,0}\,\nu_{m,n,0} + 6N^2\,\nu_{2m,0}\,\nu_{m,0}\,\nu_{n,0} + 6N^2\,\nu_{m+n,0}\,\nu^2_{m,0} \\ &+ 6N^2(N-1)\,\nu_{m,m,0}\,\nu_{m,0}\,\nu_{n,0} + 6N^2(N-1)\,\nu_{m,n,0}\,\nu^2_{m,0} \\ &- 6N^3\,\nu^3_{m,0}\,\nu_{n,0}\Big] \end{aligned} \qquad (45)$$

$$S_{22}(\nu_m, \nu_n) = \frac{1}{N^3}\Big[\nu_{2m+2n,0} + 2(N-1)\nu_{2m+n,n,0} + 2(N-1)\nu_{m+2n,m,0}$$
$$+ (N-1)\nu_{2m,2n,} + 2(N-1)\nu_{m+n,m+n} + (N-1)(N-2)\nu_{2m,n,n,0}$$
$$+ (N-1)(N-2)\nu_{2n,m,m,0} + 4(N-1)(N-2)\nu_{m+n,m,n,0}$$
$$+ (N-1)(N-2)(N-3)\nu_{m,m,n,n,0} - 2N\nu_{2m+n,0}\nu_{n,0}$$
$$- 2N\nu_{2n+m,0}\nu_{m,0} - 2N(N-1)\nu_{2m,n,0}\nu_{n,0} - 2N(N-1)\nu_{2n,m,0}\nu_{m,0}$$
$$- 4N(N-1)\nu_{m+n,m,0}\nu_{n,0} - 4N(N-1)\nu_{m+n,n,0}\nu_{m,0} \qquad (45)$$
$$- 2N(N-1)(N-2)\nu_{m,m,n,0}\nu_{n,0} - 2N(N-1)(N-2)\nu_{n,n,m,0}\nu_{m,0}$$
$$- N\nu_{2m,0}\nu_{2n,0} - N(N-1)\nu_{2m,0}\nu_{n,n,0} - N(N-1)\nu_{2n,0}\nu_{m,m,0}$$
$$- 2N\nu^2_{m+n,0} - 4N(N-1)\nu_{m+n,0}\nu_{m,n,0} - 2N(N-1)^2\nu^2_{m,n,0}$$
$$- N(N-1)^2\nu_{m,m,0}\nu_{n,n,0} + 2N^2\nu_{2m,0}\nu^2_{n,0} + 2N^2\nu_{2n,0}\nu^2_{m,0}$$
$$+ 8N^2\nu_{m+n,0}\nu_{m,0}\nu_{n,0} + 8N^2(N-1)\nu_{m,n,0}\nu_{m,0}\nu_{n,0}$$
$$+ 2N^2(N-1)\nu^2_{m,0}\nu_{n,n,0} + 2N^2(N-1)\nu^2_{n,0}\nu_{m,m,0} - 6N^3\nu^2_{m.0}\nu^2_{n,0}\Big]$$

$S_{13}(\nu_m, \nu_n)$ is obtained from $S_{31}(\nu_m, \nu_n)$.

The form of the result (44) suggests the generalization which could be effected for finding the semi-invariants of the correlation function for any number of moments about the mean. But the applications to be made in the present paper only require the results for two moments and nothing would be gained by writing out the even more complicated expressions analogous to those of (45).

CHAPTER V

The Correlation Function for Powers of Moments

It is of some interest and it is also a further illustration of the method of semi-invariants to show how use can be made of the results of the two preceding chapters in finding the semi-invariants of powers of moments about the mean, that is, of the frequency functions of such moments.

A. *Semi-invariants of Powers of Moments about the Mean.*

After the semi-invariants of the frequency function of ν_n have been found, the semi-invariants of $\nu_n{}^p$ are found in exactly the same way that the semi-invariants of the frequency function for x^p are found from the semi-invariants of $f(x)$, the frequency function for

x. It is to be recalled that the semi-invariants of $f(x)$ are defined by,

$$e^{\lambda_1 t + \frac{1}{2!}\lambda_2 t^2 + \frac{1}{3!}\lambda_3 t^3 + \cdots} = \int_{-\infty}^{\infty} dx\, f(x)\, e^{xt} \tag{46}$$

Then the semi-invariants, L_i, for the distribution function for x^p are defined by,

$$e^{L_1 t + \frac{1}{2!}L_2 t^2 + \frac{1}{3!}L_3 t^3 + \cdots} = \int_{-\infty}^{\infty} dx\, f(x)\, e^{x^p t} \tag{47}$$

On expansion of the right-hand member it appears from comparison with (11) that L_i can be written out in terms of the moments of $f(x)$ by means of the relation,

$$L_n = \Sigma \frac{(-1)^{(r+s+t+\cdots)-1}[(r+s+t+\ldots)-1]!\, n!\, \nu^r_{pa}\, \nu^s_{pb}\, \nu^t_{pc} \cdots}{(a!)^r\, (b!)^s\, (c!)^t \ldots r!\, s!\, t! \ldots} \tag{48}$$

with the same restrictions on $a, b, c, \ldots$, and $r, s, t, \ldots$, as in (10). But since by (10) the moments of $f(x)$ can be immediately written out in terms of the semi-invariants of $f(x)$, the L's can readily be calculated in terms of λ's.

As an example, let. $p = 2$ and the origin be at the mean; to find L_1, L_2, L_3, and L_4. By (48),

$$L_1 = \nu_2$$
$$L_2 = \nu_4 - \nu_2^2$$
$$L_3 = \nu_6 - 3\,\nu_4\,\nu_2 + 2\,\nu_2^3$$
$$L_4 = \nu_8 - 4\,\nu_6\,\nu_2 - 3\,\nu^2_4 + 12\,\nu_4\,\nu_2^2 - 6\,\nu_2^4.$$

And from (10),

$$\nu_2 = \lambda_2$$
$$\nu_3 = \lambda_3$$
$$\nu_4 = \lambda_4 + 3\,\lambda_2^2$$
$$\nu_6 = \lambda_6 + 15\,\lambda_4\,\lambda_2 + 10\,\lambda_3^2 + 15\,\lambda_2^3$$
$$\nu_8 = \lambda_8 + 28\,\lambda_6\,\lambda_2 + 56\,\lambda_5\,\lambda_3 + 35\,\lambda_4^2 + 210\,\lambda_4\,\lambda^2_2 + 280\,\lambda_3^2\,\lambda_2 + 105\,\lambda_2^4.$$

Substituting these values in the above and collecting,

$$L_1 = \lambda_2$$
$$L_2 = \lambda_4 + \lambda_2^2$$
$$L_3 = \lambda_6 + 12\,\lambda_4\,\lambda_2 + 10\,\lambda_3^2 + 8\,\lambda_2^3$$
$$L_4 = \lambda_8 + 24\,\lambda_6\,\lambda_2 + 56\,\lambda_5\,\lambda_3 + 32\,\lambda_4^2 + 144\,\lambda_4\,\lambda_2^2 + 240\,\lambda_3^2\,\lambda_2 + 48\,\lambda_2^4.$$

Incidentally it appears that if $f(x)$ is normal the distribution of x^2 is by no means normal.

B. *Semi-invariants of the Correlation Function for Powers of two Moments about the Mean.*

After the semi-invariants of the correlation function for ν_m and ν_n have been found, the semi-invariants for the correlation function for ν_m^p and ν_n^q are found in precisely the same way that the semi-invariants of the correlation function for x^p and y^q are found from the semi-invariants of $\varphi(x, y)$, the correlation function for x and y. And it is easy to see how this latter process is carried out. The semi-invariants of $\varphi(x, y)$ are defined from the equation,

$$e^{(\lambda_{10} s + \lambda_{01} t) + \frac{1}{2!}(\lambda_{10} s + \lambda_{01} t)^{(2)} + \frac{1}{3!}(\lambda_{10} s + \lambda_{01} t)^{(3)} + \dots} = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy\, \varphi(x, y)\, e^{(xs+yt)} \tag{49}$$

The semi-invariants for the correlation function for x^p and y^q are defined by,

$$e^{(L_{10} s + L_{01} t) + \frac{1}{2!}(L_{10} s + L_{01} t)^{(2)} + \frac{1}{3!}(L_{10} s + L_{01} t)^{(3)} + \dots} = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy\, \varphi(x, y)\, e^{(x^p s + y^q t)} \tag{50}$$

Again after expansion of the right-hand of 50) and comparison with the general expression for semi-invariants in terms of moments, it is seen that,

$$e^{(L_{10} s + L_{01} t)^{(k+l)}} = \Sigma \frac{(-1)^{(r+s+t+\dots)-1}[(r+s+t+\dots)-1]!\,(k+l)!}{(a!)^r (b!)^s (c!)^t \dots r!\, s!\, t! \dots} \times [(\nu_p s + \nu_q t)^{(a)}]^r [(\nu_p s + \nu_q t)^{(b)}]^s \dots \tag{51}$$

in which

$$ar + bs + \dots = k + l, \quad \text{etc.},$$

from which, just as in (43),

$$L_{kl} = \Sigma \frac{(-1)^{(r+s+t+\dots)-1}[(r+s+t+\dots)-1]!\, k!\, l!}{(a_1!\, a_2! \dots \alpha_1!\, \alpha_2! \dots)^r (b_1!\, b_2! \dots \beta_1!\, \beta_2! \dots)^s \dots} \times \times \frac{\{\nu_{a_1 p, a_2 p, \dots} \nu_{\alpha_1 q, \alpha_2 q, \dots}\}^r \{\nu_{b_1 p, b_2 p, \dots} \nu_{\beta_1 q, \beta_2 q, \dots}\}^s \dots}{r!\, s! \dots} \tag{52}$$

with the same restrictions on the a's, b's, ..., α's, β's, ..., r's, s's, t's, ... as in (43). From (49) and the general relation

for moments in terms of semi-invariants,

$$\nu_{kl} = \Sigma \frac{k!\, l!\, [\lambda_{a_1 a_2} \lambda_{\alpha_1 \alpha_2}]^r [\lambda_{b_1 b_2} \lambda_{\beta_1 \beta_2}]^s \ldots}{(a_1!\, a_2!\, \alpha_1!\, \alpha_2!)^r (b_1!\, b_2!\, \beta_1!\, \beta_2!)^s \ldots r!\, s! \ldots} \qquad (53)$$

Then by means of the these two last equations, the L_{kl} 's can be computed in terms of the semi-invariants of $\varphi(x, y)$.

CHAPTER VI.

On Obtaining Results to Given Degrees of Approximation.

The third and fourth chapters of this paper describe straightforward and quite mechanical processes for the computation of any semi-invariant of any moment about the mean, or for finding the cross-semi-invariants for any two moments about the mean. The process is reduced to a routine of algebraic computation that could be taught to any intelligent high school graduate. No knowledge of the properties of a special class of functions, such as KRAMP's faculty functions, is needed to carry the calculation of $S_p(\nu_m)$ or $S_{pq}(\nu_m, \nu_n)$ thru in detail.

But it has to be admitted that the systematic calculation of the first semi-invariants of the first four moments about the mean becomes very long and tedious for $S_3(\nu_4)$ and $S_4(\nu_3)$, and that for $S_4(\nu_4)$ truly an enormous amount of labor is involved in getting its complete expression. As it appears from writing out ν_{16} in terms of λ's by means of the relation connecting moments and semi-invariants, the complete expression for $S_4(\nu_4)$ contains 55 terms, each one a polynomial in N (of degree eight or higher as is apparent from other considerations) times a product, $\lambda_r \lambda_s \lambda_t \ldots$, of semi-invariants of $f(x)$ such that $r + s + t + \ldots = 16$. I suppose that everybody who has attacked the problem of describing the variation of moments about the mean due to sampling has done so with the hope of discovering a direct and comparatively simple law for writing out the *mth* moment or semi-invariant of the *nth* moment about the mean or semi-invariant. One of the most brilliant of the persons to attack this problem was THIELE himself. He wrote out a few of the semi-invariants of semi-invariants but he gave it up as too difficult long before he got to $S_4(\lambda_4)$ [1]. I have carried his method far enough to see that it

[1] THIELE, T. N., Loc. cit., p. 44 ff.

would hardly be possible to take it any further than he did. Certainly the results he obtained gave him no clue at all to any general form of semi-invariants of semi-invariants.

Consider the coefficient of λ_2^8 in $S_4(\nu_4)$; it appears to be

$$\frac{6912\,(N-1)\,(272\,N^4-1467\,N^3+3363\,N^2-3717\,N+1638)}{N^8} \qquad (54)$$

and it is presumably one of the simplest of the 55 in the full expression. It does not look as if study of it would be likely to help much in the discovery of any general law. In fact, when I consider that any general expression for $S_m(\nu_n)$ must be capable of expansion into 55 terms for m and n each equal to 4 and into a great many more if m and n be each increased by unity, and that it must give complicated and apparently unpredictable polynomials in N for each one of its terms, these facts seem to me to preclude any possibility of a general expression for $S_m(\nu_n)$ which is at all simple. A high degree of complexity is inherent in the problem and it may even be, fully conceived, that it is of the same order as that of the general expression for $S_m(\nu_n)$ I have shown the possibility of writing above. Such a conclusion looks reasonable to me after two years study of the matter. It rather seems that the best hopes of effectively further simplifying the problem of sampling for statistical characteristics lie either in the discovery of a new kind of symmetric function of all the observations which may be used to characterize frequency functions and which will be more amenable than either moments or semi-invariants for use in sampling problems, or in, what may very well prove to be much better and more feasible, the abandonment of the method of characterizing frequency functions by symmetric functions of all the observations altogether,

But, on the other hand, it is certainly a pertinent question to inquire just what use could be made of $S_4(\nu_4)$ if it were written out in its entirety. The answer is, of course, that the magnitude or order of magnitude of the successive terms could be studied. But the method developed in this paper provides the means of determining these without having to write out the complete expressions or even the separate terms in full. If the complete expression were obtained the next step would be to introduce hypotheses which would permit greatly cutting its unwieldy bulk for practical use. Aside from its mere size a more important difficulty arises from the fact that it

would contain in all but the last few terms semi-invariants of orders higher than are ever computed in practice from sample distributions for reasons that are universally recognized. (All but the last ten terms of $S_4(\nu_4)$ contain semi-invariants of order higher than four). It has been the general practice to follow the advice of THIELE in regard to the use of the higher semi-invariants, namely, that they should be determined from theoretical considerations rather than from computation alone (1).

The simplest case of such theoretical considerations is the one in which it is supposed that the parent distribution from which the sample is taken is normal, in which case all the semi-invariants of order higher than the second vanish. Another is to assume that in case λ_3 and λ_4 are small that the parent distribution can be described with the three terms of the type A series alone. THIELE gives a warning, hardly needed, against setting the higher semi-invariants equal to zero when λ_3 and λ_4 are not small (2). Still another is explained by WICKSELL and comes naturally from his genetic theory of frequency functions and from the addition theorem for semi-invariants which establishes the second of the important properties of semi-invariants mentioned in the first chapter (3). It is, in particular, that if in the type A expansion for $f(x)$,

$$f(\xi) = \varphi(\xi) + \beta_3 \frac{d^3\varphi(\xi)}{d\xi^3} + \beta_4 \frac{d^4\varphi(\xi)}{d\xi_4} + \beta_5 \frac{d^5\varphi(\xi)}{d\xi^5} + \left(\beta_6 + \frac{\beta^2_3}{2}\right)\frac{d^6\varphi(\xi)}{d\xi^6} + \cdots$$

where

$$\xi = \frac{x - m_x}{\sigma_x}$$

and

$$\beta_r = \frac{\lambda_r}{r!\,\lambda_2^{r/2}}, \quad (r \geq 3)$$

that the β's decrease in the constant ratio of $s^{1/2}$ where s is the number of error sources contributing to the value of x. That is, if $\lambda_2^{1/2}$ be taken of order of unity, β_3 will be of order $s^{-1/2}$, β_4 of order s^{-1}, and so on. If further an assumption be made as to the comparative magni-

(1) THIELE, T. N., Loc. cit., p. 49.
(2) THIELE, T. N., Loc. cit., p. 49.
(3) WICKSELL, S. D., Loc. cit., (on p. 6) p. 16 ff.

tudes of s and N, the number of repetitions composing a sample, the process of calculation here outlined permits the computation of the $S_m(\nu_n)$'s to any desired degree of approximation without inclusion of superfluous terms in the process, a circumstance that greatly decreases the amount of algebraic labor involved.

As an example of the usefulness in computation of this last assumption, let it be assumed that s and N are both at least equal to 100, and let it be required to approximate the value of $S_3(\nu_4)/\lambda_2^6$ to the order 1/100. (Such an assumption as to the magnitude of s and N is immediately applicable in all cases in which $\beta_4 \leq .01$ and $N \geq 100$; and it is to be observed that even so extreme a value of β_4 as .04 is compensated for by an $N \geq 400$, for saving all terms of order $1/N$ and over will still give an approximation of order 1/100). In the calculation of $S_3(\nu_4)$ in full the first step is the substitution in the third formula of (27). This is quickly done and the next step is the conversion of the $\nu_{rst}\ldots$'s into semi-invariants $\lambda_{rst}\ldots$ of $F(\delta_1, \ldots, \delta_N)$ by the use of the expression for moments in terms of semi-invariants and the D-operator as previously explained. This is carried out in order for each of the terms of the final result, all the parts that contribute to each one being obtained in full before passing on to the next. For instance, one term in $S_3(\nu_4)$ will be a polynomial in N times $\lambda_4 \lambda^4_2$, and all the terms which contribute to this polynomial are obtained independently of and separately from the others. Fixing the attention on this one term, the polynomial times $\lambda_4 \lambda^4_2$ is obtained on the reduction of:

$$\frac{1}{N^2}\Big[51975\,\lambda_{40}\lambda^4_{20}+3\,(N-1)\,(735\,\lambda_{40}\lambda^4_{20}+5040\,\lambda_{40}\lambda^2_{20}\lambda^2_{11}+1680\,\lambda_{40}\lambda^4_{11}$$
$$+13440\,\lambda_{31}\lambda^3_{20}\lambda_{11}+13440\,\lambda_{31}\lambda_{20}\lambda^3_{11}+2520\,\lambda_{22}\lambda^4_{20}+15120\,\lambda_{22}\lambda^2_{20}\lambda^2_{11}$$
$$+(N-1)\,(N-2)\,(27\,\lambda_{40}\lambda^4_{20}+216\,\lambda_{40}\lambda^2_{20}\lambda^2_{11}+72\,\lambda_{40}\lambda^4_{11}$$
$$+864\,\lambda_{31}\lambda^3_{20}\lambda_{11}+3456\,\lambda_{31}\lambda^2_{20}\lambda^2_{11}+3456\,\lambda_{31}\lambda_{20}\lambda^3_{11}+2304\,\lambda_{31}\lambda^4_{11}$$
$$+324\,\lambda_{22}\lambda^4_{20}+3240\,\lambda_{22}\lambda^2_{20}\lambda^2_{11}+5184\,\lambda_{22}\lambda_{20}\lambda^3_{11}+2592\,\lambda_{22}\lambda^4_{11}$$
$$+2592\,\lambda_{211}\lambda^3_{20}\lambda_{11}+5184\,\lambda_{211}\lambda^2_{20}\lambda^2_{11}+12096\,\lambda_{211}\lambda_{20}\lambda^3_{11}+10368\,\lambda_{211}\lambda^4_{11})$$
$$-3N(105\,\lambda_{40}\lambda^4_{20}+630\,\lambda_{40}\lambda^4_{20})-3\,N(N-1)\,(9\,\lambda_{40}\lambda^4_{20}+72\,\lambda_{40}\lambda^2_{20}\lambda^2_{11}$$
$$+24\,\lambda_{40}\lambda^4_{11}+18\,\lambda_{40}\lambda^4_{20}+288\,\lambda_{31}\lambda^3_{20}\lambda_{11}+108\,\lambda_{22}\lambda^4_{20}+216\,\lambda_{22}\lambda^2_{20}\lambda^2_{11})$$
$$+54\,N^2\,\lambda_{40}\lambda^4_{20}\Big]$$

Noting that,

$$\frac{\lambda_4\lambda^4_2}{\lambda_2^6} = \beta_4 \cdot 4!$$

it is seen that in the expression just written out only terms of order zero and over need be saved. But it is extremely useful here to note that, except for numerical coefficients, on collection of coefficients of like terms that no term is of order higher than -2 in N. It is necessary now to recall the general expression for terms of the type $\lambda_{rst\ldots}$ in terms of semi-invariants of $f(x)$. The equation (17) which gives this is here repeated,

$$\lambda_{k_1 k_2 k_3 \ldots k_N} = \lambda_k \frac{1}{N^k}\left[\sum_{i=1}^{N} (-1)^{k-k_i}(N-1)^{k_i}\right].$$

in which

$$k_1 + k_2 + k_3 + \ldots + k_N = k.$$

Thus is obtained,

$$\lambda_{40} = \frac{\lambda_4}{N^4}\left[(N-1)^4+(N-1)\right] = \frac{N(N-1)(N^2-3N+3)}{N^4}\lambda_4$$

$$\lambda_{31} = \frac{\lambda_4}{N^4}\left[-(N-1)^3-(N-1)+(N-2)\right] = -\frac{N(N^2-3N+3)}{N^4}\lambda_4$$

$$\lambda_{22} = \frac{\lambda_4}{N^4}\left[2(N-1)^2+(N-2)\right] = \frac{N(2N-3)}{N^4}\lambda_4$$

$$\lambda_{211} = \frac{\lambda_4}{N^4}\left[(N-1)^2-2(N-1)+N-3\right] = \frac{N(N-3)}{N^4}\lambda_4$$

$$\lambda_{20} = \frac{\lambda_2}{N^2}\left[(N-1)^2+N-1\right] = \frac{N(N-1)}{N^2}\lambda_2$$

$$\lambda_{11} = \frac{\lambda_2}{N^2}\left[-2(N-1)+N-2\right] = -\frac{N}{N^2}\lambda_2,$$

and in general the value of $\lambda_{k_1 k_2 \ldots k_N}$ given directly on substitution in (17) can be written as fast as one can write. The important fact for the approximation process in hand is that $\lambda_{k0\ldots0}$ is of order zero in N, but that $\lambda_{k_1 k_2 \ldots k_N}$ is only of order $k_s - k$ in N if k_s is equal to the largest of the k_r's in the subscript and $k_1+k_2+\ldots+k_N=k$. Going back to the expression of page 41, this shows that the term, $\lambda_{40}\lambda^2_{20}\lambda^2_{11}$, for instance is of order -2 in N. The numerical coefficient is of order 2 in N, so that the result is a term of order -2 in N, since the general multiplier outside the brackets is of that order. Such a term is to be rejected and on similar grounds terms are thrown out until terms in $\lambda_{40}\lambda^4_{20}$ are left! But this is not all, for a computer with a little experience in this kind of computation would, on account of the special suitability of the D-operator for this purpose, never have computed but a few of the terms rejected, those on the

border line. Now the remaining terms are collected and there results,

$$\frac{49824\,\lambda_{40}\,\lambda^4_{20}}{N^2}.$$

Another simplification in calculation arises here, for since 49824 is of order 2 in N, only terms of order zero in N need be saved in $\lambda_{40}\,\lambda^4_{20}$. Thus finally the only term of zero order in N arising from the whole expression on page 41 is $\frac{49824}{N^2}\lambda_4\,\lambda_2^4$, and the only term of order -1 in N arising from this group of terms in $S_3(\nu_4)/\lambda_2^6$ is $\frac{49824}{N^2}\beta_4 \cdot 4!$. Since this particular component term of $S_3(\nu_4)$ is as complicated as any that appear in it, and since for s and N both 100 the terms involving the higher orders of semi-invariants of $f(x)$ will drop out immediately in spite of the growing factorial multipliers involved, it is seen that under these assumptions it is easy to get an approximation to $S_3(\nu_4)/\lambda^6_2$ of order -1 in N. Because the process is so reduced under these assumptions, either higher orders of approximation could be made, or smaller values of s and N, or both, could be used. And the great advantage of this process is that here the approximations are made sufficiently far along in the calculation for their effect on the final result to be watched and measured.

Frequency functions, $f(x)$, whose semi-invariants follow simple recursion laws offer interesting possibilities for investigation in sampling problems by this method. The most obvious is the case in which $f(x)$ is the normal curve of error. Here all the semi-invariants above the second are zero and every $S_r(\nu_n)$ and $S_{rs}(\nu_m\,,\,\nu_n)$ is at once reduced to at most one term. The study of this case alone is a matter of the greatest interest and importance. A second case of this kind is the one in which $f(x)$ is PEARSON's Type III curve. If the equation be written, in standard units with the origin at the mean, in the form,

$$f(x) = \frac{b^b\,e^{-b}}{a^b\,\Gamma(b)}(a+x)^{b-1}\,e^{-\frac{b}{a}x} \tag{55}$$

then it is easily shown that,

$$\lambda_r = \frac{(r-1)!\,a^r}{b^{r-1}} \tag{56}$$

and

$$\beta_r = \frac{1}{rb^{r/2-1}} \quad (1)$$

(1) STEFFENSEN, J. F., *Matematisk Iagttagelseslaere*; G. E. C. Gads, Copenhagen, 1923; p. 60.

Since $b = \frac{4}{\alpha^2_3}$, here it can be seen just how much the β_r's decrease in magnitude for any given degree of skewness, and then from the above a great deal can be learned about sampling in this very interesting case. A third case has already been mentioned, that in which it is assumed that $f(x)$ can be represented by means of the first three terms of a Type A series. Under the hypothesis of WICKSELL mentioned above another term may sometimes be added and $f(x)$ expressed,

$$f(x) = \varphi(x) + \beta_3 \varphi^{III}(x) + \beta_4 \varphi^{IV}(x) + \frac{\beta^2_3}{2} \varphi^{VI}(x), \qquad (57)$$

(in which x is measured in standard units) a form first reached by Edgeworth [1].

CHAPTER VII

The Semi-invariants of α_3 and α_4

It is the object of the present chapter to apply the method of semi-invariants and the results already obtained for the semi-invariants of the frequency functions of moments about the mean due to sampling to the task of finding better approximations than we have now to the values of the characteristics of the frequency functions of α_3 and α_4 due to sampling, where these quantities are defined by,

$$\alpha_3 = \frac{\nu_3}{\nu_2^{3/2}} \quad ; \quad \alpha_4 = \frac{\nu_4}{\nu_2^2}$$

The fact that all but the first order semi-invariants are independent of the origin from which the variate is measured makes available a method which other investigators using moments alone could not employ.

A. For α_3.

The semi-invariants, b_1, b_2, b_3, . . . for α_3 are defined by,

$$e^{b_1 t + \frac{1}{2!} b_2 t^2 + \frac{1}{3!} b_3 t^3 + \cdots} = \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha_3 \varphi(\alpha_3) e^{\alpha_3 t}, \qquad (58)$$

---

[1] EDGEWORTH, F. Y., *The Law of Error*; « Cambridge Philosophical Transactions », Vol. XX, (1905) pp. 36-65; 113-132. See also WICKSELL, S. D. Loc. cit., p. 16.

with

$$\alpha_3 = \frac{\nu_3}{\nu_2^{3/2}},$$

and in which $\varphi(\alpha_3)$ is the probability function for α_3.

Now I can write,

$$\nu_2 = \nu'_2 + \varepsilon_1, \tag{59}$$

in which ν'_2 is the value of the second moment about the mean for the parent distribution, and ε_1, then, is defined as the difference between the value of ν_2 obtained from the sample and the true or « presumptive » value as THIELE called it. This is in reality, of course, only a change in origin for ν_2. Taking the mean of both sides of (59), I get,

$$\frac{N-1}{N}\lambda_2 = \lambda_2 + M\varepsilon_1$$

whence it appears that the mean of the ε_1's is $-\frac{1}{N}\lambda_2$ and is of the order -1 in N, a very important fact for what follows.

Writing,

$$\alpha_3 = \frac{\nu_3}{\nu'^{3/2}_2\left(1+\frac{\varepsilon_1}{\nu'_2}\right)^{3/2}} = \frac{\nu_3}{\nu'^{3/2}_2}\left(1+\frac{\varepsilon_1}{\nu'_2}\right)^{-3/2}, \tag{60}$$

and expanding the binomial factor, I get an expression for α_3 (supposing there to be no difficulties over convergence, - a point to be discussed later) which enables me to substitute for $\varphi(\alpha_3)$ a probability function of which the semi-invariants are known, namely, $\theta(\nu_2, \nu_3)$, by which I designate the correlation function for ν_2 and ν_3. That is, I write now,

$$e^{b_1 t + \frac{1}{2!}b_2 t^2 + \frac{1}{3!}b_3 t^3 + \ldots}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} d\nu_2\, d\nu_3\, \theta(\nu_2, \nu_3)\, e^{\frac{\nu_3}{\nu'^{3/2}_2}\left(1+\frac{\varepsilon_1}{\nu'_2}\right)^{-3/2} t} \tag{61}$$

But still another shift of origin will be useful. I write

$$\nu_3 = \nu'_3 + \varepsilon_2,$$

in which ν'_3 is the value of ν_3 for the parent distribution and ε_2 the error, then, in ν_3 due to sampling. Taking the mean of both sides of this equation,

$$\frac{(N-1)(N-2)}{N^2}\lambda_3 = \lambda_3 + M\varepsilon_2$$

whence it appears that the mean of the ε_2's is $\frac{-(3N-2)}{N^2}\lambda_3$ and is also of order -1 in N. Then (61) is written finally,

$$e^{b_1 t + \frac{1}{2!}b_2 t^2 + \frac{1}{3!}} e^{b_3 t^3 + \cdots} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} d\nu_2\, d\nu_3\, \theta(\nu_2, \nu_3)\, e^{\frac{(\nu'_2+\varepsilon_2)}{\nu'_2{}^{3/2}}\left(1+\frac{\varepsilon_1}{\nu'_2}\right)^{-3/2} t} \tag{62}$$

On expanding and equating coefficients of t, I have,

$$b_1 = \frac{\lambda_3}{\nu'_2{}^{3/2}}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{\bar{\nu}_{10}}{\nu'_2} + \frac{15}{8}\frac{\bar{\nu}_{20}}{\nu'_2{}^2} - \frac{35}{16}\frac{\bar{\nu}_{30}}{\nu'_2{}^3} + \cdots\right) + \frac{1}{\nu'_2{}^{3/2}}\left(\bar{\nu}_{01} - \frac{3}{2}\frac{\bar{\nu}_{11}}{\nu'_2} + \frac{15}{8}\frac{\bar{\nu}_{21}}{\nu'_2{}^2} + \cdots\right) \tag{63}$$

in which $\bar{\nu}_{rs}$ is the *rs-th* moment of $\theta(\nu_2, \nu_3)$,

$$b_2 = \frac{\lambda^2_3}{\nu'_2{}^3}\left(1 - 3\frac{\bar{\nu}_{10}}{\nu'_2} + 6\frac{\bar{\nu}^{20}}{\nu'_2{}^2} - 10\frac{\bar{\nu}_{30}}{\nu'_2{}^3} + \cdots\right) + 2\frac{\lambda_3}{\nu'_2{}^3}\left(\bar{\nu}_{01} - 3\frac{\bar{\nu}_{11}}{\nu'_2} + 6\frac{\bar{\nu}_{21}}{\nu'_2{}^2} - 10\frac{\bar{\nu}_{31}}{\nu'_2{}^3} + \cdots\right) + \frac{1}{\nu'_2{}^3}\left(\bar{\nu}_{02} - 3\frac{\bar{\nu}_{12}}{\nu'_2} + 6\frac{\bar{\nu}_{22}}{\nu'_2{}^2} - 10\frac{\bar{\nu}_{32}}{\nu'_2{}^3} + \cdots\right) - b_1{}^2 \tag{64}$$

$$b_3 = \frac{\lambda^3_3}{\nu'_2{}^{9/2}}\left(1 - \frac{9}{2}\frac{\bar{\nu}_{10}}{\nu'_2} + \frac{99}{8}\frac{\bar{\nu}_{20}}{\nu'_2{}^2} - \frac{429}{16}\frac{\bar{\nu}_{30}}{\nu'_2{}^3} + \cdots\right) + 3\frac{\lambda^2_3}{\nu'_2{}^{9/2}}\left(\bar{\nu}_{01} - \frac{9}{2}\frac{\bar{\nu}_{11}}{\nu'_2} + \frac{99}{8}\frac{\bar{\nu}_{21}}{\nu'_2{}^2} - \frac{429}{16}\frac{\bar{\nu}_{31}}{\nu'_2{}^3} + \cdots\right) + \frac{3\lambda_3}{\nu'_2{}^{9/2}}\left(\bar{\nu}_{02} - \frac{9}{2}\frac{\bar{\nu}_{12}}{\nu'_2} + \frac{99}{8}\frac{\bar{\nu}_{22}}{\nu'_2{}^2} - \frac{429}{16}\frac{\bar{\nu}_{32}}{\nu'_2{}^3} + \cdots\right) + \frac{1}{\nu'_2{}^{9/2}}\left(\bar{\nu}_{03} - \frac{9}{2}\frac{\bar{\nu}_{13}}{\nu'_2} + \frac{99}{8}\frac{\bar{\nu}_{23}}{\nu'_2{}^2} - \frac{429}{16}\frac{\bar{\nu}_{33}}{\nu'_2{}^3} + \cdots\right) - 3\,b_1\,b_2 - b_1{}^3. \tag{65}$$

$$b_4 = \frac{\lambda^4_3}{\nu'^6_2}\left(1 - 6\,\frac{\bar{\nu}_{10}}{\nu'_2} + 21\,\frac{\bar{\nu}_{20}}{\nu'^2_2} - 56\,\frac{\bar{\nu}_{30}}{\nu'^3_2} + \ldots\right) \tag{66}$$

$$+ 4\,\frac{\lambda^3_3}{\nu'^6_2}\left(\bar{\nu}_{01} - 6\,\frac{\bar{\nu}_{11}}{\nu'_2} + 21\,\frac{\bar{\nu}_{21}}{\nu'^2_2} - 56\,\frac{\bar{\nu}_{31}}{\nu'^3_2} + \ldots\right)$$

$$+ \frac{6\,\lambda^2_3}{\nu'^6_2}\left(\bar{\nu}_{02} - 6\,\frac{\bar{\nu}_{12}}{\nu'_2} + 21\,\frac{\bar{\nu}_{22}}{\nu'^2_2} - 56\,\frac{\bar{\nu}_{32}}{\nu'^3_2} + \ldots\right)$$

$$+ \frac{4\,\lambda_3}{\nu'^6_2}\left(\bar{\nu}_{03} - 6\,\frac{\bar{\nu}_{13}}{\nu'_2} + 21\,\frac{\bar{\nu}_{23}}{\nu'^2_2} - 56\,\frac{\bar{\nu}_{33}}{\nu'^3_2} + \ldots\right)$$

$$+ \frac{1}{\nu'^6_2}\left(\bar{\nu}_{04} - 6\,\frac{\bar{\nu}_{14}}{\nu'_2} + 21\,\frac{\bar{\nu}_{24}}{\nu'^2_2} - 56\,\frac{\bar{\nu}_{34}}{\nu'^3_2} + \ldots\right)$$

$$- 4\,b_1 b_3 - 3\,b^2_2 - 6\,b_2 b_1^2 - b_1^4.$$

To discuss the convergence of these developments let me begin with that for b_1, looking first at the series,

$$1 - \frac{3}{2}\,\frac{\bar{\nu}_{10}}{\nu'_2} + \frac{15}{8}\,\frac{\bar{\nu}_{20}}{\nu'^2_2} - \frac{35}{16}\,\frac{\bar{\nu}_{30}}{\nu'^3_2} + \ldots$$

The ratio of two consecutive numerical coefficients rapidly approaches unity. The moments $\frac{\bar{\nu}_{k0}}{\nu'^k_2}$ for low values of k at first rapidly decrease with increasing k, as may be seen from,

$$\bar{\nu}_{10} = S_{10}$$

$$\bar{\nu}_{20} = S_{20} + S^2_{10}$$

$$\bar{\nu}_{30} = S_{30} + 3\,S_{20}\,S_{10} + S^3_{10}$$

since $\frac{S_{k0}}{\nu'^k_2}$ is of order $1 - k$ in N for $k = 2, 3, 4, \ldots$, and of order -1 in N for $k = 1$. But what happens for large values of k? It is natural to inquire if $\frac{\bar{\nu}_{k0}}{\nu'^k_2}$ always decreases as k increases; if so convergence may be secured. Now a restriction upon the sampling which will certainly bring this about seems so unobjectionable that I shall take this way out. It is not a very severe restriction upon the distribution of sample ν_2's to rule out those which differ less than an arbitrarily small quantity from zero, or which shall then deviate from their mean by more than a certain fixed amount on the negative side. Now for even moderate values of N the distribution

of ν_2's has a very small skewness and it will not much increase the severity of the condition imposed to further restrict the positive deviations of the ν_2's considered from their mean to the same numerical quantity. Now the mean of ν_2's due to sampling is $\frac{N-1}{N}\lambda_2$ and my restriction means that only values of ν_2 which lie *within*

$$\frac{N-1}{N}\lambda_2 - \frac{N-1}{N}\lambda_2 \quad \text{and} \quad \frac{N-1}{N}\lambda_2 + \frac{N-1}{N}\nu_2$$

are to be admitted to my distribution of sample ν_2's. Now let me repeat my question as to values of $\frac{\bar{\nu}_{k0}}{\nu'_2{}^k}$ for increasing k's. I have,

$$\bar{\nu}_{k0} = \int_{-a\lambda_2}^{a\lambda_2} \nu_2{}^k P(\nu_2)\, d\nu_2$$

with $a < 1$, and $P(\nu_2)$, the frequency function for ν_2, which function is always positive and has a finite upper bound M. Further, then,

$$\bar{\nu}_{k0} \leq M \int_{-a\lambda_2}^{a\lambda_2} \nu_2{}^k\, d\nu_2 = \frac{2M a^{k+1} \lambda_2{}^{k+1}}{k+1}$$

and

$$\frac{\bar{\nu}_{k0}}{\nu'_2{}^k} \leq 2\frac{M\lambda_2}{k+1} a^{k+1} \qquad (\nu'_2 = \lambda_2)$$

whence now $\frac{\bar{\nu}_{k0}}{\nu'_2{}^k}$ *is decreasing with increasing* k and it is apparent, moreover, that convergence has been secured.

Now noticing that the order of the moments with regard to ν_3 is constant in the second series which occurs in the expression for b_1, it is seen that the same argument applies in that case also and that thus that series will converge, too, under the same conditions. Moreover not only will the value for b_1 as expressed in (63) be convergent but all terms in it after the first few will be small. Besides the circumstance under the assumption made which contributes to this, as has just been explained, there is also another which helps with increasing orders of $\bar{\nu}_{kl}$, in which $k+l$ is said to be the order. In b_1 there are two terms of every order $k+l$ and their numerical coefficients are of opposite sign. The sum of these coefficients for terms of order

$k+l$ is easily shown by means of STIRLING's formula to approach zero as $\frac{1}{\sqrt{k+l}}$, and since the $\bar{\nu}$'s of the same order of magnitude are also of the same order, here is another convergency factor.

Now on examining the expressions for b_2, b_3, and b_4, the same arguments which were used in the convergency discussion for b_1 are found to apply here also in the case of each of these expressions. And besides, the remaining terms, the $-b_1^2$, in b_2, the $-3b_1b_2 - b_1^4$ in b_3, and the $-4b_1b_3 - 3b_2^2 - 6b_2b_1^2 - b_1^4$ in b_4, are found when their previously obtained values are substituted to have the effect of cancelling out terms so as to leave in b_2 only terms of order -1 or less in N, in b_3 only terms of order -2 or less in N, and in b_4 only terms of order -3 or less in N.

In case the parent distribution is normal, $\sigma_{\nu_2} = \sqrt{2/N}\,\lambda_2$ and my restriction means that only sample ν_2's which fall within an interval of $\sqrt{N/2}$ of their own standard units from their mean are retained to form the distribution of sample ν_2's. If the parent distribution is not normal, the reciprocal of the more general expression for σ_{ν_2} multiplied by λ_2 will be used instead of $\sqrt{N/2}$. In either case it is easy to judge of the severity of the restriction for any N.

Moreover the restriction will not have the effect of materially changing values of $\bar{\nu}_{kl}$'s of low orders. Thus the values obtained from the previous work for these quantities will be available and the error made will be on the safe side, that is, the values obtained will be too large rather than too small.

Indeed there seems to be no reason to suppose that the expressions given for the b's do not converge under no restrictions whatever. However a proof of this seems to demand more information about the higher moments, $\bar{\nu}_{kl}$, than I have been able to get. And on the other hand, this restriction still leaves the results which are needed in practice. It ought, particularly, to be pointed out that all empirical tests made in order to check the results here found are bound to be carried out in such a way that the restrictions here made will be fulfilled.

I will now proceed to the determination of the b's to the order of approximation which is secured by retaining all terms of order -3 and higher in N.

The necessary expressions for $\bar{\nu}_k$'s in terms of S's are first written down. They are,

$$\bar{\nu}_{10} = S_{10} \qquad \bar{\nu}_{11} = S_{11} + S_{10} S_{01}$$
$$\bar{\nu}_{01} = S_{01} \qquad \bar{\nu}_{02} = S_{02} + S^2_{01}$$
$$\bar{\nu}_{20} = S_{20} + S^2_{10}$$
$$\bar{\nu}_{30} = S_{30} + 3\,S_{20} S_{10} + S^3_{10}$$
$$\bar{\nu}_{21} = S_{21} + S_{20} S_{01} + 2\,S_{11} S_{10} + S^2_{10} S_{01}$$
$$\bar{\nu}_{12} = S_{12} + S_{02} S_{10} + 2\,S_{11} S_{01} + S^2_{01} S_{10}$$
$$\bar{\nu}_{03} = S_{03} + 3\,S_{02} S_{01} + S^3_{01}$$
$$\bar{\nu}_{40} = S_{40} + 4\,S_{30} S_{10} + 3\,S^2_{20} + 6\,S_{20} S^2_{10} + S^4_{10}$$
$$\bar{\nu}_{31} = S_{31} + S_{30} S_{01} + 3\,S_{21} S_{10} + 3\,S_{20} S_{11} + 3\,S_{20} S_{10} S_{01} + 3\,S_{11} S^2_{10} + S^3_{10} S_{01}$$
$$\bar{\nu}_{22} = S_{22} + 2\,S_{21} S_{01} + 2\,S_{12} S_{10} + S_{20} S_{02} + 2\,S^2_{11} + S_{20} S^2_{01} + 4\,S_{11} S_{10} S_{01} + S_{02} S^2_{10} + S^2_{10} S^2_{01}$$
$$\bar{\nu}_{13} = S_{13} + S_{03} S_{10} + 3\,S_{12} S_{01} + 3\,S_{02} S_{11} + 3\,S_{02} S_{10} S_{01} + 3\,S_{11} S^2_{01} + S_{10} S^3_{01}$$
$$\bar{\nu}_{04} = S_{04} + 4\,S_{03} S_{01} + 3\,S^2_{02} + 6\,S_{02} S^2_{01} + S^4_{01}$$
$$\bar{\nu}_{50} = \ldots + 15\,S^2_{20} S_{10} + \ldots + 10\,S_{30} S_{20} + \ldots$$
$$\bar{\nu}_{41} = \ldots + 3\,S^2_{20} S_{01} + 12\,S_{20} S_{11} S_{10} + \ldots + 4\,S_{30} S_{11} + 6\,S_{21} S_{20} + \ldots$$
$$\bar{\nu}_{32} = \ldots + 6\,S_{20} S_{11} S_{01} + 3\,S_{20} S_{02} S_{10} + 6\,S^2_{11} S_{10} + \ldots + S_{30} S_{02} + 6\,S_{21} S_{11} + 3\,S_{12} S_{20} + \ldots$$
$$\bar{\nu}_{23} = \ldots + 6\,S_{02} S_{11} S_{10} + 3\,S_{20} S_{02} S_{01} + 6\,S^2_{11} S_{01} + \ldots + S_{03} S_{20} + 6\,S_{12} S_{11} + 3\,S_{21} S_{02} + \ldots$$
$$\bar{\nu}_{14} = \ldots + 3\,S^2_{02} S_{10} + 12\,S_{02} S_{11} S_{01} + \ldots + 4\,S_{03} S_{11} + 6\,S_{12} S_{02} + \ldots$$
$$\bar{\nu}_{60} = \ldots + 15\,S^3_{20} + \ldots$$
$$\bar{\nu}_{51} = \ldots + 15\,S^2_{20} S_{11} + \ldots$$
$$\bar{\nu}_{42} = \ldots + 3\,S^2_{20} S_{02} + 12\,S_{20} S^2_{11} + \ldots$$
$$\bar{\nu}_{33} = \ldots + 9\,S_{20} S_{11} S_{02} + 6\,S^3_{11} + \ldots$$
$$\bar{\nu}_{24} = \ldots + 3\,S_{20} S^2_{02} + 12\,S_{02} S^2_{11} + \ldots$$

Substituting these values in (63) — (66) inclusive and reducing, I get, setting

$$S_{kl}(\nu_m, \nu_n) / \nu'^{\frac{km+ln}{2}}_2 = g_{kl}(\nu_m, \nu_n),$$

$$b_1 = \alpha_3 \left(1 - \frac{3}{2} g_{10} + \frac{15}{8} g_{20} + \frac{15}{8} g^2_{10} - \frac{35}{16} g_{30} - \frac{105}{16} g_{20} g_{10} - \frac{35}{16} g^3_{10} + \frac{315}{128} g_{40} + \frac{315}{32} g_{30} g_{10} + \frac{945}{128} g^2_{20} + \frac{945}{64} g_{20} g^2_{10} - \frac{3465}{128} g_{30} g_{20} - \frac{10395}{256} g^2_{20} g_{10} + \frac{45045}{1024} g^3_{20}\right) + \left(g_{01} - \frac{3}{2} g_{11} - \frac{3}{2} g_{10} g_{01} + \frac{15}{8} g_{21}\right.$$

$$+\frac{15}{8}g_{20}g_{01}+\frac{15}{4}g_{11}g_{10}+\frac{15}{8}g^2_{10}g_{01}-\frac{35}{16}g_{31}-\frac{35}{16}g_{30}g_{01}-\frac{105}{16}g_{21}g_{10}$$
$$-\frac{105}{16}g_{20}g_{11}-\frac{105}{16}g_{20}g_{10}g_{01}-\frac{105}{16}g_{11}g^2_{10}$$
$$+\frac{945}{128}g^2_{20}g_{01}+\frac{945}{32}g_{20}g_{11}g_{10}+\frac{315}{32}g_{30}g_{11}+\frac{945}{64}g_{21}g_{20}$$
$$-\frac{10395}{256}g^2_{20}g_{11}\Big)$$

$$b_2=\alpha_2{}^3\Big(\frac{9}{4}g_{20}-\frac{45}{8}g_{30}-\frac{45}{4}g_{20}g_{10}+\frac{645}{64}g_{40}+\frac{135}{4}g_{30}g_{10}+\frac{855}{32}g^2_{20}$$
$$+\frac{135}{4}g_{20}g^2_{10}-\frac{4725}{32}g_{30}g_{20}-\frac{5985}{32}g^2_{20}g_{10}+\frac{38955}{128}g^3_{20}\Big)$$
$$+2\,\alpha_3\Big(-\frac{3}{2}g_{11}+\frac{33}{8}g_{21}+\frac{9}{4}g_{20}g_{01}+6\,g_{11}g_{10}-\frac{125}{16}g_{31}$$
$$-\frac{45}{8}g_{30}g_{01}-\frac{165}{8}g_{21}g_{20}-\frac{165}{8}g_{20}g_{11}-\frac{45}{4}g_{20}g_{10}g_{01}-15\,g_{11}g^2_{10}$$
$$+\frac{2295}{32}g_{21}g_{20}+\frac{375}{8}g_{30}g_{11}+\frac{855}{32}g^2_{20}g_{01}+\frac{495}{4}g_{20}g_{11}g_{10}\qquad(68)$$
$$-\frac{16065}{64}g^2_{20}g_{11}\Big)+\Big(g_{02}-3\,g_{12}-3\,g_{02}g_{10}-3\,g_{11}g_{01}+6\,g_{22}$$
$$+\frac{33}{4}g_{21}g_{01}+12\,g_{12}g_{10}+6\,g_{20}g_{02}+\frac{39}{4}g^2_{11}+\frac{9}{4}g_{20}g^2_{01}$$
$$+12\,g_{11}g_{10}g_{01}+6\,g^2_{10}g_{02}-10\,g_{30}g_{02}-\frac{435}{8}g_{21}g_{11}-30\,g_{12}g_{20}$$
$$-30\,g_{20}g_{02}g_{10}-\frac{165}{4}g_{20}g_{11}g_{01}-\frac{195}{4}g^2_{11}g_{10}+45\,g^2_{20}g_{02}$$
$$+\frac{2565}{16}g_{20}g^2_{11}\Big)$$

$$b_3=\alpha^3{}_3\Big(-\frac{27}{8}g_{30}+\frac{405}{32}g_{40}+\frac{405}{16}g_{30}g_{10}+\frac{405}{16}g^2_{20}-\frac{16605}{64}g_{30}g_{20}$$
$$-\frac{6885}{32}g^2_{20}g_{10}+\frac{88965}{128}g^3_{20}\Big)+3\,\alpha^2{}_3\Big(\frac{9}{4}g_{21}-9\,g_{31}-\frac{27}{8}g_{30}g_{01}$$
$$-\frac{117}{8}g_{21}g_{10}-18\,g_{20}g_{11}+\frac{3735}{32}g_{21}g_{20}+\frac{1215}{16}g_{30}g_{11}+\frac{405}{16}g^2_{20}g_{01}$$
$$+135\,g_{20}g_{11}g_{10}-\frac{17055}{32}g^2_{20}g_{11}\Big)+3\,\alpha_3\Big(-\frac{3}{2}g_{12}+\frac{51}{8}g_{22}$$
$$+\frac{9}{2}g_{21}g_{01}+\frac{33}{4}g_{12}g_{10}+\frac{9}{2}g_{20}g_{02}+\frac{33}{4}g^2_{11}-\frac{117}{8}g_{30}g_{02}$$

$$-\frac{663}{8}g_{21}g_{11}-\frac{717}{16}g_{12}g_{20}-\frac{117}{4}g_{20}g_{02}g_{10}-36\,g_{20}g_{11}g_{01} \tag{68}$$
$$-\frac{429}{8}g^2_{11}g_{10}+\frac{1395}{16}g^2_{20}g_{02}+\frac{10215}{32}g_{20}g^2_{11}\Big)+\Big(g_{03}-\frac{9}{2}g_{13}$$
$$-\frac{9}{2}g_{03}g_{10}-\frac{9}{2}g_{12}g_{01}-9\,g_{02}g_{11}+\frac{99}{8}g_{03}g_{20}+\frac{243}{4}g_{12}g_{11}$$
$$+\frac{63}{2}g_{21}g_{02}+\frac{27}{2}g_{20}g_{02}g_{01}+\frac{99}{2}g_{11}g_{02}g_{10}+\frac{99}{4}g^2_{11}g_{01}$$
$$-\frac{1557}{8}g_{20}g_{11}g_{02}-\frac{909}{8}g^3_{11}\Big)$$

$$b_4=\alpha_3{}^4\Big(\frac{81}{16}g_{40}-\frac{1215}{8}g_{20}g_{30}+\frac{4455}{8}g^3_{20}\Big)+4\,\alpha^3{}_3\Big(\frac{27}{8}g_{31}+\frac{81}{2}g_{30}g_{11}$$
$$+\frac{1053}{16}g_{21}g_{20}-405\,g^2_{20}g_{11}\Big)+6\,\alpha^2{}_3\Big(-\frac{27}{4}g_{30}g_{02}+\frac{9}{4}g_{22}$$
$$-\frac{99}{4}g_{12}g_{20}+\frac{243}{4}g^2_{20}g_{02}-\frac{171}{4}g_{21}g_{11}+\frac{1863}{8}g_{20}g^2_{11}\Big)$$
$$+4\,\alpha_3\Big(-\frac{3}{2}g_{13}+\frac{27}{4}g_{03}g_{20}+\frac{63}{2}g_{12}g_{11}+\frac{27}{2}g_{21}g_{02}-84\,g^3_{11}$$
$$-\frac{513}{4}g_{20}g_{11}g_{02}\Big)+\Big(g_{04}-18g_{03}g_{11}-18g_{12}g_{02}+27\,g_{20}g^2_{02}+126\,g_{02}g^2_{11}\Big)$$

It is to be observed that in b_2 all terms of order zero in N cancel out, that in b_3 all terms of order -1 and higher in N cancel out, and that in b_4 all terms of order -2 and higher in N likewise vanish.

B. *For* α_4.

The semi-invariants, c_1, c_2, c_3, ... of α_4 are defined by,

$$e^{c_1 t+\frac{1}{2!}c_2 t^2+\frac{1}{3!}c_3 t^3+\ldots,-}$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty}d\,\alpha_4\,\psi(\alpha_4)\,e^{\alpha_4 t}\,, \tag{69}$$

with $\alpha_4=\frac{\nu_4}{\nu^2_2}$ and $\psi(\alpha_4)$ the probability function for α_4.

Following the method of the last section, I write,

$$\alpha_4=\frac{\nu'_4+\varepsilon_3}{\nu'_2{}^2\Big(1+\frac{\varepsilon_1}{\nu'_2}\Big)^2}=\frac{\nu'_4+\varepsilon_3}{\nu'_2{}^2}\Big(1+\frac{\varepsilon_1}{\nu'_2}\Big)^{-2}, \tag{70}$$

in which both M_{ε_1}, and M_{ε_3} are of order -1 in N. Writing now,

$$e^{c_1 t + \frac{1}{2!} c_2 t^2 + \frac{1}{3!} c_3 t^3 + \dots} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\nu_2 \, d\nu_4 \, \varphi(\nu_2, \nu_4) \, e^{\frac{\nu'_4 + \varepsilon_3}{\nu'^2_2}\left(1 + \frac{\varepsilon_1}{\nu'_2}\right)^{-2} t} \tag{71}$$

I find,

$$c_1 = \frac{\bar{\nu}'_4}{\nu'^2_2}\left(1 - 2\frac{\bar{\nu}_{10}}{\nu'_2} + 3\frac{\bar{\nu}_{20}}{\nu'^2_2} - 4\frac{\bar{\nu}_{30}}{\nu'^3_2} + 5\frac{\bar{\nu}_{40}}{\nu^2_{14}} - \dots\right) + \frac{1}{\nu'^2_2}\left(\bar{\nu}_{01} - 2\frac{\bar{\nu}_{11}}{\nu'_2} + 3\frac{\bar{\nu}_{21}}{\nu'^2_2} - 4\frac{\bar{\nu}_{31}}{\nu'^3_2} + 5\frac{\bar{\nu}_{41}}{\nu_2^{14}} - \dots\right) \tag{72}$$

$$c_2 = \frac{\nu'^2_4}{\nu'^4_2}\left(1 - 4\frac{\bar{\nu}_{10}}{\nu'_2} + 10\frac{\bar{\nu}_{20}}{\nu'^2_2} - 20\frac{\bar{\nu}_{30}}{\nu'^3_2} + \dots\right) + 2\frac{\nu'_4}{\nu'^4_2}\left(\bar{\nu}_{01} - 4\frac{\bar{\nu}_{11}}{\nu'_2} + 10\frac{\bar{\nu}_{21}}{\nu'^2_2} - 20\frac{\bar{\nu}_{31}}{\nu'^3_2} + \dots\right) + \frac{1}{\nu'^4_2}\left(\bar{\nu}_{02} - 4\frac{\bar{\nu}_{12}}{\nu'_2} + 10\frac{\bar{\nu}_{22}}{\nu'^2_2} - 20\frac{\bar{\nu}_{32}}{\nu'^3_2} + \dots\right) - c_1^2 \tag{73}$$

$$c_3 = \frac{\nu'^3_4}{\nu'^6_2}\left(1 - 6\frac{\bar{\nu}_{10}}{\nu'_2} + 21\frac{\bar{\nu}_{20}}{\nu'^2_2} - 56\frac{\bar{\nu}_{30}}{\nu'^3_2} + \dots\right) + 3\frac{\nu'^2_4}{\nu'^6_2}\left(\bar{\nu}_{01} - 6\frac{\bar{\nu}_{11}}{\nu'_2} + 21\frac{\bar{\nu}_{21}}{\nu'^2_2} - 56\frac{\bar{\nu}_{31}}{\nu'^3_2} + \dots\right) + 3\frac{\nu'_4}{\nu'^6_2}\left(\bar{\nu}_{02} - 6\frac{\bar{\nu}_{12}}{\nu'_2} + 21\frac{\bar{\nu}_{22}}{\nu'^2_2} - 56\frac{\bar{\nu}_{32}}{\nu'^3_2} + \dots\right) + \frac{1}{\nu'^6_2}\left(\bar{\nu}_{03} - 6\frac{\bar{\nu}_{13}}{\nu'_2} + 21\frac{\bar{\nu}_{23}}{\nu'^2_2} - 56\frac{\bar{\nu}_{33}}{\nu'^2_2} + \dots\right) - 3\,c_1 c_2 - c_1^3. \tag{74}$$

$$c_4 = \frac{\nu'^4_4}{\nu'^8_2}\left(1 - 8\frac{\bar{\nu}_{10}}{\nu'_2} + 36\frac{\bar{\nu}_{20}}{\nu'^2_2} - 120\frac{\bar{\nu}_{30}}{\nu'^3_2} + \dots\right) - 4\frac{\nu'^3_4}{\nu'^8_2}\bar{\nu}_{01} - 8\frac{\bar{\nu}_{11}}{\nu'_2} + 36\frac{\bar{\nu}_{21}}{\nu'^2_2} - 120\frac{\bar{\nu}_{31}}{\nu'^3_2} + \dots\right) + 6\frac{\nu'^2_4}{\nu'^8_2}\left(\bar{\nu}_{02} - 8\frac{\bar{\nu}_{12}}{\nu'_2} + 36\frac{\bar{\nu}_{22}}{\nu'^2_2} - 120\frac{\bar{\nu}_{32}}{\nu'^3_2} + \dots\right) \tag{75}$$

$$+ 4\frac{\nu'_4}{\nu'^8_2}\left(\bar{\nu}_{03} - 8\frac{\bar{\nu}_{13}}{\nu'_2} + 36\frac{\bar{\nu}_{23}}{\nu'^2_2} - 120\frac{\bar{\nu}_{33}}{\nu'^3_2} + \ldots\right) \qquad (75)$$

$$+ \frac{1}{\nu'^8_2}\left(\bar{\nu}_{04} - 8\frac{\bar{\nu}_{14}}{\nu'_2} + 36\frac{\bar{\nu}_{24}}{\nu'^2_2} - 120\frac{\bar{\nu}_{34}}{\nu'^3_2} + \ldots\right)$$

$$- 4\,c_1 c_3 - 3\,c^2_2 - 6\,c_2 c_1^2 - c_1^4.$$

The form of the c's is essentially the same as for the b's in the preceding section and the convergency discussion follows the same lines with the same kind of results.

The set of values of $\bar{\nu}_{kl}$'s in terms of the S's used in the last section are also available here, with the difference, of course, that the $\bar{\nu}_{kl}$'s and the S_{ij}'s are now respectively the moments and the semi-invariants for the correlation function for ν_2 and ν_4, instead of ν_2 and ν_3 as before. Making the substitutions, reducing, and saving terms of order -3 and over in N, I find, employing the g notation used for the b's with the corresponding change in meaning,

$$\begin{aligned}
c_1 = {} & \alpha_4 (1 - 2\,g_{10} + 3\,g_{20} + 3\,g^2_{10} - 4\,g_{30} - 12\,g_{20}g_{10} - 4\,g^3_{10} + 5\,g_{40} \\
& + 20\,g_{30}g_{10} + 15\,g^2_{20} + 30\,g_{20}g^2_{10} - 90\,g^2_{20}g_{10} - 60\,g_{30}g_{20} + 105\,g^3_{20}) \\
& + (g_{01} - 2\,g_{11} - 2\,g_{10}g_{01} + 3\,g_{21} + 3\,g_{20}g_{01} + 6\,g_{11}g_{10} + 3\,g^2_{10}g_{01} \\
& - 4\,g_{31} - 4\,g_{30}g_{01} - 12\,g_{21}g_{10} - 12\,g_{20}g_{11} - 12\,g_{20}g_{10}g_{01} - 12\,g_{11}g^2_{10} \\
& + 15\,g^2_{20}g_{01} + 60\,g_{20}g_{11}g_{10} + 20\,g_{30}g_{11} + 30\,g_{21}g_{20} - 90\,g^2_{20}g_{11}).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_2 = {} & \alpha^2_4 (4\,g_{20} - 12\,g_{30} - 24\,g_{20}g_{10} + 25\,g_{40} + 84\,g_{30}g_{10} + 66\,g^2_{20} \qquad (76) \\
& + 84\,g_{20}g^2_{10} - 528\,g^2_{20}g_{10} - 416\,g_{30}g_{20} + 960\,g^3_{20}) + 2\,\alpha_4 (-2\,g_{11} \\
& + 7\,g_{21} + 4\,g_{20}g_{01} + 10\,g_{11}g_{10} - 16\,g_{31} - 12\,g_{30}g_{01} - 42\,g_{21}g_{10} \\
& - 42\,g_{20}g_{11} - 24\,g_{20}g_{10}g_{01} - 30\,g_{11}g^2_{10} + 66\,g^2_{20}g_{01} + 294\,g_{20}g_{11}g_{10} \\
& + 112\,g_{30}g_{11} + 171\,g_{21}g_{20} - 684\,g^2_{20}g_{11}) + (g_{02} - 4\,g_{12} - 4\,g_{02}g_{10} \\
& - 4\,g_{11}g_{01} + 10\,g_{22} + 14\,g_{21}g_{01} + 20\,g_{12}g_{10} + 10\,g_{20}g_{02} + 16\,g^2_{11} \\
& + 4\,g_{20}g^2_{01} + 10\,g_{02}g^2_{10} + 20\,g_{11}g_{10}g_{01} - 84\,g_{20}g_{11}g_{01} - 60\,g_{20}g_{02}g_{10} \\
& - 96\,g^2_{11}g_{10} - 20\,g_{30}g_{02} - 108\,g_{21}g_{11} - 60\,g_{12}g_{20} + 105\,g^2_{20}g_{02} \\
& + 372\,g_{20}g^2_{11})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_3 = {} & \alpha^3_4 (-8\,g_{30} + 36\,g_{40} + 72\,g_{30}g_{10} + 72\,g^2_{20} - 720\,g^2_{20}g_{10} - 864\,g_{30}g_{20} \\
& + 2664\,g^3_{20}) + 3\,\alpha^2_4 (4\,g_{21} - 20\,g_{31} - 8\,g_{30}g_{01} - 32\,g_{21}g_{10} - 40\,g_{20}g_{11} \\
& + 72\,g^2_{20}g_{01} + 408\,g_{20}g_{10}g_{11} + 204\,g_{30}g_{11} + 312\,g_{21}g_{20} - 1680\,g^2_{20}g_{11}) \\
& + 3\,\alpha_4 (-2\,g_{12} + 11\,g_{22} + 8\,g_{21}g_{01} + 14\,g_{12}g_{10} + 8\,g_{20}g_{02} + 14\,g^2_{11} \\
& - 80\,g_{20}g_{11}g_{01} - 64\,g_{20}g_{02}g_{10} - 112\,g^2_{11}g_{10} - 32\,g_{30}g_{02} - 176\,g_{21}g_{11} \\
& - 96\,g_{12}g_{20} + 228\,g^2_{20}g_{02} + 816\,g_{20}g^2_{11}) + (g_{03} - 6\,g_{13} - 6\,g_{03}g_{10} \\
& - 6\,g_{12}g_{01} - 12\,g_{02}g_{11} + 84\,g_{02}g_{11}g_{10} + 24\,g_{20}g_{02}g_{01} + 42\,g^2_{11}g_{01} \\
& + 21\,g_{03}g_{20} + 102\,g_{12}g_{11} + 54\,g_{21}g_{02} - 408\,g_{20}g_{11}g_{02} - 232\,g^3_{11}).
\end{aligned}$$

$$c_4 = \alpha^4{}_4 (16\, g_{40} - 576\, g_{30}\, g_{20} + 2496\, g^3{}_{20}) + 4\, \alpha^3{}_4 (-8\, g_{31} + 120\, g_{30}\, g_{11} + 192\, g_{21}\, g_{20} - 1368\, g^2{}_{20}\, g_{11}) + 6\, \alpha^2{}_4 (4\, g_{22} - 16\, g_{30}\, g_{02} - 96\, g_{21}\, g_{11} - 56\, g_{12}\, g_{20} + 176\, g^2{}_{20}\, g_{02} + 648\, g_{20}\, g^2{}_{11}) + 4\, \alpha_4 (-2\, g_{13} + 12\, g_{03}\, g_{20} + 54\, g_{12}\, g_{11} + 24\, g_{21}\, g_{02} - 288\, g_{20}\, g_{11}\, g_{02} - 180\, g^3{}_{11}) + (g_{04} - 24\, g_{03}\, g_{11} - 24\, g_{12}\, g_{02} + 48\, g_{20}\, g^2{}_{02} + 216\, g^2{}_{11}\, g_{02}).$$

C. *The Semi-invariants of* $\sigma_x = \sqrt{\nu_2}$.

The method developed for the semi-invariants of α_3 and α_4 can also be applied to the case of the standard deviation. It will be interesting in the case the parent distribution is taken to be normal to compare results with those already obtained by others so far as they go.

By definition the semi-invariants, d_1 , d_2 , d_3 , . . . of the standard deviation are given by,

$$e^{d_1 t + \frac{1}{2!} d_2 t^2 + \frac{1}{3!} d_3 t^3 + \ldots} = \int_{-\infty}^{\infty} d\,\sigma_x\, f_1(\sigma_x)\, e^{\sigma_x t} = \int_{-\infty}^{\infty} d\,\nu_2\, f_2(\nu_2)\, e^{\sqrt{\nu_2}\, t} \tag{77}$$

As before, I write,

$$\nu_2 = \nu'_2 + \varepsilon = \lambda_2 + \varepsilon$$

Then,

$$M\varepsilon = -\frac{1}{N}\lambda_2 ,$$

and

$$\sqrt{\nu_2} = \sqrt{\lambda_2}\left(1 + \frac{\varepsilon}{\lambda_2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Rewriting, I have for the determination of the *d's*,

$$e^{d_1 t + \frac{1}{2!} d_2 t^2 + \frac{1}{3!} d_3 t^3 + \ldots} = \int_{\infty}^{\infty} d\,\nu_2\, f_2(\nu_2)\, e^{\lambda_2^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{\varepsilon}{\lambda_2}\right)^{\frac{1}{2}} t} \tag{78}$$

This gives on expansion,

$$
\begin{aligned}
d_1 &= \sqrt{\lambda_2}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\bar{\nu}_1}{\lambda_2} - \frac{1}{8}\frac{\bar{\nu}_2}{\lambda^2_2} + \frac{1}{16}\frac{\bar{\nu}_3}{\lambda^3_2} - \frac{5}{128}\frac{\bar{\nu}_4}{\lambda_2^4} + \ldots\right)\\
d_2 &= \lambda_2\left(1 + \frac{\bar{\nu}_1}{\lambda_2}\right) - d_1^2 \qquad (79)\\
d_3 &= \lambda_2^{3/2}\left(1 + \frac{3}{2}\frac{\bar{\nu}_1}{\lambda_2} + \frac{3}{8}\frac{\bar{\nu}_2}{\lambda_2^2} - \frac{1}{16}\frac{\bar{\nu}_3}{\lambda_2^3} + \frac{3}{128}\frac{\bar{\nu}_4}{\lambda_2^4} + \ldots\right)\\
&\quad - 3\,d_1\,d_2 - d_1^3.\\
d_4 &= \lambda^2_2\,(1 + 2\,\bar{\nu}_1 + \bar{\nu}_2) - 4\,d_1\,d_3 - 3\,d^2_2 - 6\,d_2\,d_1^2 - d_1^4.
\end{aligned}
$$

Once more I write down the expressions for the moments in terms of the semi-invariants.

$$
\begin{aligned}
\bar{\nu}_1 &= S_1\\
\bar{\nu}_2 &= S_2 + S_1^2\\
\bar{\nu}_3 &= S_3 + 3\,S_2\,S_1 + S_1^3 \qquad (80)\\
\bar{\nu}_4 &= S_4 + 4\,S_3\,S_1 + 3\,S^2_2 + 6\,S_2\,S_1^2 + \ldots\\
\bar{\nu}_5 &= \ldots + 10\,S_3\,S_2 + \ldots + 15\,S^2_2\,S_1 + \ldots\\
\bar{\nu}_6 &= \ldots + 15\,S^3_2 + \ldots
\end{aligned}
$$

(Only terms of order -3 or higher in N are saved). Then on substitution and saving terms of order -3 and higher in N, I have (writing a g_{r0} simply as a g_r),

$$
\begin{aligned}
d_1 &= \sigma_x\left(1 + \frac{1}{2}g_1 - \frac{1}{8}g_2 - \frac{1}{8}g_1^2 + \frac{1}{16}g_3 + \frac{3}{16}g_2\,g_1 + \frac{1}{16}g_1^3\right.\\
&\quad - \frac{5}{128}g_4 - \frac{5}{32}g_3\,g_1 - \frac{15}{128}g^2_2 - \frac{15}{64}g_2\,g_1^2 + \frac{35}{128}g_3\,g_2 + \frac{105}{256}g^2_2\,g_1\\
&\quad \left. - \frac{315}{1024}g^3_2\right) \qquad (81)\\
d_2 &= \frac{\lambda_2}{4}\left(g_2 - \frac{1}{2}g_3 - g_2\,g_1 + \frac{5}{16}g_4 + g_3\,g_1 + \frac{7}{8}g^2_2 + g_2\,g_1^2 - \frac{17}{8}g_3\,g_2\right.\\
&\quad \left. - \frac{21}{8}g^2_2\,g_1 + \frac{75}{32}g^3_2\right)\\
d_3 &= \frac{\sigma_x^3}{8}\left(g_3 - \frac{3}{4}g_4 - \frac{3}{2}g_3\,g_1 - \frac{3}{2}g_2^2 + \frac{39}{8}g_3\,g_2 + \frac{15}{4}g_2^2\,g_1 - \frac{83}{16}g^3_2\right)\\
d_4 &= \frac{\lambda^2_2}{16}\left(g_4 - 6\,g_3\,g_1 + 6\,g^3_2\right).
\end{aligned}
$$

CHAPTER VIII

Results Thus Far Obtained

As one of the two concluding sections of this paper, I will now exhibit the results I have so far computed by the methods which have been developed herein.

For the characteristics of the correlation function for ν_2 and ν_3, I have,

$$S_{10}(\nu_2, \nu_3) = S_1(\nu_2) = \frac{1}{N}(N-1)\lambda_2$$

$$S_{01}(\nu_2, \nu_3) = S_1(\nu_3) = \frac{1}{N^2}(N-1)(N-2)\lambda_3$$

$$S_{20}(\nu_2, \nu_3) = S_2(\nu_2) = \frac{1}{N^3}[(N-1)^2\lambda_4 + 2N(N-1)\lambda^2{}_2]$$

$$S_{11}(\nu_2, \nu_3) = \frac{1}{N^4}[(N-1)^2(N-2)\lambda_5 + 6N(N-1)(N-2)\lambda_3\lambda_2]$$

$$\begin{aligned} S_{02}(\nu_2, \nu_3) = \frac{1}{N^5}[&(N-1)^2(N-2)^2\lambda_6 + 9N(N-1)(N-2)^2(\lambda_4\lambda_2 + \lambda^2{}_3) \\ &+ 6N^2(N-1)(N-2)\lambda^3{}_2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{30}(\nu_2, \nu_3) = \frac{1}{N^5}[&(N-1)^3\lambda_6 + 12N(N-1)^2\lambda_4\lambda_2 + 4N(N-1)(N-2)\lambda^2{}_3 \\ &+ 8N^2(N-1)\lambda^3{}_2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{21}(\nu_2, \nu_3) = \frac{1}{N^6}[&(N-1)^3(N-2)\lambda_7 + 16N(N-1)^2(N-2)\lambda_5\lambda_2 \\ &+ 12N(N-1)(N-2)(2N-3)\lambda_4\lambda_3 \\ &+ 48N^2(N-1)(N-2)\lambda_3\lambda^2{}_2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{12}(\nu_2, \nu_3) = \frac{1}{N^7}[&(N-1)^3(N-2)^2\lambda_8 + 21N(N-1)^2(N-2)^2\lambda_6\lambda_2 \\ &+ 6N(N-1)(N-2)^2(8N-11)\lambda_5\lambda_3 \\ &+ 9N(N-1)(N-2)^2(3N-5)\lambda^2{}_4 \\ &+ 18N^2(N-1)(N-2)(6N-11)\lambda_4\lambda^2{}_2 \\ &+ 18N^2(N-1)(N-2)(9N-20)\lambda^2{}_3\lambda_2 \\ &+ 36N^3(N-1)(N-2)\lambda^4{}_2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{03}(\nu_2, \nu_3) = \frac{1}{N^8}[&(N-1)^3(N-2)^3\lambda_9 + 27N(N-1)^2(N-2)^3\lambda_7\lambda_2 \\ &+ 27N(N-1)(N-2)^3(3N-4)\lambda_6\lambda_3 \\ &+ 27N(N-1)(N-2)^3(4N-7)\lambda_5\lambda_4 \\ &+ 54N^2(N-1)(N-2)^2(4N-7)\lambda_5\lambda^2{}_2 \end{aligned}$$

$$+ 162\,N^2\,(N-1)\,(N-2)^2\,(5\,N-12)\,\lambda_4\,\lambda_3\,\lambda_2$$
$$+ 36\,N^2\,(N-1)\,(N-2)\,(7\,N^2-30\,N+34)\,\lambda^3{}_3$$
$$+ 108\,N^3\,(N-1)\,(N-2)\,(5\,N-12)\,\lambda_3\,\lambda^3{}_2]$$

$$S_{40}\,(\nu_2,\,\nu_3) = \frac{1}{N^7}\,[N-1)^4\lambda_8 + 24\,N(N-1)^3\lambda_6\lambda_2 + 32\,N(N-1)^2\,(N-2)\lambda_5\lambda_3$$
$$+ 8\,N\,(N-1)\,(4\,N^2-9\,N+6)\,\lambda^2{}_4 + 144\,N^2\,(N-1)^2\lambda^4\lambda^2{}_2$$
$$+ 96\,N^2\,(N-1)\,(N-2)\,\lambda^2{}_3\,\lambda_2 + 48\,N^3\,(N-1)\,\lambda\,{}_2{}^4].$$

$S_{31}\,(\nu_2\,,\,\nu_3)$, $S_{22}\,(\nu_1\,,\,\nu_3)$, $S_{13}\,(\nu_2\,,\,\nu_3)$ and $S_{04}\,(\nu_2\,,\,\nu_3)$. I have obtained in terms of the semi-invariants of $F\,(\delta_1\,,\,\ldots\,,\,\delta_N)$; their expressions in this form are too long to reproduce here. Their complete reduction is a purely mechanical routine requiring no particular skill or ability. As I have explained, any term can be found independently of all the others, either in full or to any given degree of approximation. In particular, I have computed those end terms which do not vanish when the parent distribution is normal. In the case the parent distribution is not too far from normal (not too far to be successfully represented by a Type *A* series) these are the leading terms in the complete expressions for those *S's*.

In the case, then, that the parent distribution is normal,

$$S_{10}\,(\nu_2\,,\,\nu_3) = \frac{1}{N}\,(N-1)\,\lambda_2$$
$$S_{01}\,(\nu_2\,,\,\nu_3) = 0$$
$$S_{20}\,(\nu_2\,,\,\nu_3) = \frac{2}{N^2}\,(N-1)\,\lambda^2{}_2$$
$$S_{11}\,(\nu_2\,,\,\nu_3) = 0$$
$$S_{02}\,(\nu_2\,,\,\nu_3) = \frac{6}{N^3}\,(N-1)\,(N-2)\,\lambda^3{}_2$$
$$S_{30}\,(\nu_2\,,\,\nu_3) = \frac{8}{N^3}\,(N-1)\,\lambda^3{}_2$$
$$S_{21}\,(\nu_2\,,\,\nu_3) = 0$$
$$S_{12}\,(\nu_2\,,\,\nu_3) = \frac{36\,(N-1)\,(N-2)\,\lambda_2{}^4}{N^4}$$
$$S_{03}\,(\nu_2\,,\,\nu_3) = 0$$
$$S_{40}\,(\nu_2\,,\,\nu_3) = \frac{48}{N^4}\,(N-1)\,\lambda_2{}^4$$
$$S_{31}\,(\nu_2\,,\,\nu_3) = 0$$

$$S_{22}(\nu_2, \nu_3) = \frac{288}{N^5}(N = 1)(N - 2)\lambda^5{}_2$$

$$S_{13}(\nu_2, \nu_3) = 0$$

$$S_{04}(\nu_2, \nu_3) = \frac{648}{N^6}(N - 1)(N - 2)(5N - 12)\lambda_2{}^6.$$

For the characteristics of the correlation function for ν_2 and ν_4 I have,

$$S_{r0}(\nu_2, \nu_4) = S_{r0}(\nu_2, \nu_3)$$

$$S_{01}(\nu_2, \nu_4) = \frac{1}{N^3}[N - 1)(N^2 - 3N + 3)\lambda_4 + 3N(N - 1)^2\lambda^2{}_2]$$

$$\begin{aligned} S_{11}(\nu_2, \nu_4) = \frac{1}{N^5}[&N - 1)^2(N^2 - 3N + 3)\lambda_6 \\ &+ 2N(N - 1)(7N^2 - 18N + 15)\lambda_4\lambda_2 \\ &+ 6N(N - 1)(N - 2)^2\lambda^2{}_3 + 12N^2(N - 1)^2\lambda^3{}_2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{02}(\nu_2, \nu_4) = \frac{1}{N^7}[&(N - 1)^2(N^2 - 3N + 3)^2\lambda_8 \\ &+ 4N(N - 1)(7N^4 - 39N^3 + 90N^2 - 99N + 45)\lambda_6\lambda_2 \\ &+ 48N(N - 1)(N - 2)^2(N^2 - 3N + 3)\lambda_5\lambda_3 \\ &+ 2N(N - 1)(17N^4 - 111N^3 + 309N^2 - 405N + 207)\lambda^2{}_4 \\ &+ 12N^2(N - 1)(17N^3 - 71N^2 + 117N - 69)\lambda_4\lambda_2{}^2 \\ &+ 72N^2(N - 1)(N - 2)^2(3N - 5)\lambda_3{}^2\lambda_2 \\ &+ 24N^3(N - 1)(4N^2 - 9N + 6)\lambda^4{}_2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{21}(\nu_2, \nu_4) = \frac{1}{N_7}[&(N - 1)^3(N^2 - 3N + 3)\lambda_8 \\ &+ 2N(N - 1)^2(13N^2 - 36N + 33)\lambda_6\lambda_2 \\ &+ 8N(N - 1)(N - 2)(5N^2 - 15N + 12)\lambda_5\lambda_3 \\ &+ 2N(N - 1)(17N^3 - 71N^2 + 117N - 69)\lambda^2{}_4 \\ &+ 16N^2(N - 1)(11N^2 - 27N + 21)\lambda_4\lambda^2{}_2 \\ &+ 24N^2(N - 1)(N - 2)(6N - 11)\lambda_3{}^2\lambda_2 \\ &+ 72N^3(N - 1)^2\lambda_2{}^4] \end{aligned}$$

Of the missing semi-invariants of ν_2 and ν_4 up to the fourth order, I have S_{03} in terms of the semi-invariants of $F(\delta_1, \ldots, \delta_N)$. For the others I have complete results only in the case the parent distribution is normal. In this case of the semi-invariants up to the fourth order follow. (Again $S_{r0}(\nu_2, \nu_4) = S_{r0}(\nu_2, \nu_3)$).

$$S_{01}(\nu_2, \nu_4) = \frac{3}{N^2}(N - 1)^2\lambda^2{}_2$$

$$S_{11}(\nu_2, \nu_4) = \frac{12}{N^3}(N - 1)^2\lambda^3{}_2$$

$$S_{02}(\nu_2, \nu_4) = \frac{24}{N^4}(N-1)(4N^2-9N+6)\lambda_2^4$$

$$S_{21}(\nu_2, \nu_4) = \frac{72}{N^4}(N-1)^2\lambda^4{}_2$$

$$S_{12}(\nu_2, \nu_4) = \frac{192}{N^5}(N-1)(4N^2-9N+6)\lambda_2^5$$

$$S_{03}(\nu_2, \nu_4) = \frac{864}{N^6}(N-1)(11N^3-41N^2+59N-31)\lambda_2^6$$

$$S_{31}(\nu_2, \nu_4) = \frac{576}{N^5}(N-1)^2\lambda^5{}_2$$

$$S_{22}(\nu_2, \nu_4) = \frac{1920}{N^6}(N-1)(4N^2-9N+6)\lambda^6{}_2$$

$$S_{13}(\nu_2, \nu_4) = \frac{10368}{N^7}(N-1)(11N^3-41N^2+59N-31)\lambda^7{}_2$$

$$S_{04}(\nu_2, \nu_4) = \frac{6912}{N^8}(N-1)(272N^4-1467N^3+3363N^2-3717N+1638)\lambda_2^8.$$

For the semi-invariants of α_3, in case the parent distribution is normal, I have *to the order* -3 *and higher in* N,

$$b_1 = 0$$
$$b_2 = \frac{6}{N}\left(1-\frac{6}{N}+\frac{21}{N^2}\right)$$
$$b_3 = 0$$
$$b_4 = \frac{1296}{N^3}$$

For the semi-invariants of α_4, in case the parent distribution is normal, I have *to the order* -3 *and higher in* N,

$$c_1 = 3\left(1-\frac{2}{N}+\frac{2}{N^2}-\frac{5}{N^3}\right)$$
$$c_2 = \frac{24}{N}\left(1-\frac{15}{N}+\frac{124}{N^2}\right)$$
$$c_3 = \frac{864}{N^2}\left(2-\frac{11}{N}\right)$$
$$c_4 = \frac{684288}{N^3}$$

The semi-invariants of $\alpha_4 - 3$ which is $4!$ times the A_4 of the Type A series are, in the case parent distribution is normal, the same

as those given for α_4 immediately above with the exception that the first is,

$$c_1 - 3 = -\frac{2}{N}\left(1 - \frac{1}{N} + \frac{5}{2N^2}\right)$$

The semi-invariants of σ_x *to the order* -3 in N are,

$$d_1 = \sqrt{\lambda_2}\left(1 - \frac{3}{4N} - \frac{7}{32N^2} - \frac{9}{128N^3}\right)$$

$$d_2 = \frac{\lambda_2}{2N}\left(1 - \frac{1}{4N} - \frac{3}{8N^2}\right)$$

$$d_3 = \frac{\lambda_2^{3/2}}{4N^2}\left(1 + \frac{3}{4N}\right)$$

$$d_4 = 0.$$

which agree with previous results so far as they have been given [1].

In this place it will also be of interest to point out that the simple law for moments about the mean for ν_2 in samples from a normal parent distribution [2] appears in more simple form still when the semi-invariants of ν_2 are given. Moreover, as can be seen by inspection of the results given above, the same kind of a simple law appears to hold for $S_{kl}(\nu_2, \nu_3)$ and $S_{kl}(\nu_2, \nu_4)$ in the case of a normal parent when l is held constant in either case and k is allowed to vary. The simplicity of what seems to be a general law was very tempting but so far I have had no luck in getting a general proof for it. Perhaps a really simple proof would furnish the key to a method of attack or a calculus which would greatly simplify the whole subject of this paper.

---

[1] See Editorial, *On distributions of the Standard Deviations of Small Samples;* Appendix No. 1 to Papers by STUDENT and R. A. FISHER; « Biometrika », Vol. X (1915), pp. 522-529.

See also ROMANOWSKY, V., *On the Moments of Standard Deviations and of Correlation Coefficients in Samples from Normal;* « Metron », Vol. V, No. 4 (1925), pp. 3-47.

[2] See STUDENT, *On the Probable Error of a Mean;* « Biometrika » Vol. VI, (1908), pp. 1-25.

See also Editorial, « Biometrika », Loc. cit., and V. ROMANOWSKY Loc. cit.

CHAPTER IX

Some Empirically Obtained Results Compared with Those from the Theory

In an effort to get some empirical results to use as a check on the theory and for the purpose of illustrating the application of the theory, too, I made use of the facilities afforded by a HOLLERITH tabulating machine. The mechanical process was as follows.

First, from a table of areas under the normal frequency curve the following normal frequency distribution was made up:

f_x	x
1	0
2	1
9	2
28	3
66	4
121	5
175	6
197	7
175	8
121	9
66	10
28	11
9	12
2	13
1	14
1001	

Then 1001 cards were punched each with a value of x for x running from 0 to 14, the number of cards with each value of x being given by the above frequency table. And on each card, at the same time that the particular value of x was punched, there was also punched the square, the cube, and the fourth power of this value. Then the 1001 cards were thoroly mixed and remixed. From these was then selected at randon a sample of 200. The tabulating machine counted the cards and gave for the 200, Σx, Σx^2 Σx^3, and Σx^4, from which the various characteristics listed below were computed for the sample. The sample

was carefully reshuffled back into the pack and another sample was taken as before. The process was repeated until 400 samples were obtained. The mixing and the selecting were facilitated by separating the cards into sixteen piles into which small portions of samples were shuffled at random and from which samples were made up by taking from one to fifteen cards from one of the various piles quite at random until there were 200 or more in the hand.

Below are exhibited the distributions of the various sample characteristics that were found. For each characteristics are shown as computed and in comparison with those given by the theory for samples of 200 from a normal parent distribution which is infinite and from which an infinite number of samples is taken.

I. The Distribution of Sample Means.

Class intervals	f
6. 625-6. 674	0
6. 675-	2
6. 725-	12
6. 775-	20
6. 825-	22
6. 875-	46
6. 925-	57
6. 975-	66
7. 025-	55
7. 075-	50
7. 125-	40
7. 175-	15
7. 225-	11
7. 275-	3
7. 325-7. 374	1
	400

I list below the observed characteristics, that is, those computed from the distribution given just above, and those given by the known semi-invariants of sample means. THIELE gave [1],

$$S_r(\nu'_1) = N^{1-r}\lambda_r .$$

---

[1] THIELE, T. N., Loc. cit., p. 42.

Then I have, for $N = 200$,

	Observed value	Predicted value
S_1	7.0055	7.0000
S_2	0.0149	0.0200
S_3	0.0001	0.0000
S_4	0.0001	0.0000

II. The Distribution of Sample ν_2's.

Class intervals	f
2.800-2.939	1
2.940-	0
3.080-	1
3.220-	7
3.360-	9
3.500-	25
3.640-	42
3.780-	48
3.920-	63
4.060-	60
4.200-	48
4.340-	40
4.480-	26
4.620-	14
4.760-	13
4.900-5.039	3
	400

For sample ν_2's, then I have for $N = 200$,

	Observed value	Predicted value
S_1	4.08	3.98
S_2	0.1301	0.1592
S_3	0.0017	0.0127
S_4	0.0031	0.0015

III. The Distribution of Sample ν_3's.

Class intervals	f
-5.200- -4.401	1
-4.400-	1
-3.600-	5
-2.800-	18
-2.000-	41

-1.200-	80
-0.400-	90
0.400-	81
1.200-	41
2.000-	33
2.800-	8
3.600-4.399	1
	400

Then for sample ν_3's, for $N = 200$,

	Observed values	Predicted values
S_1	0.1035	0.0000
S_2	1.92	1.89
S_3	-0.129	0.000
S_4	-0.036	1.614

IV. The Distribution of Sample ν_4's.

Class intervals	f
14.750-18.249	1
18.250-	1
21.750-	0
25.250-	1
28.750-	9
32.250-	17
35.750-	26
39.250-	37
42.750-	53
46.250-	55
49.750-	53
53.250-	44
56.750-	40
60.250-	23
63.750-	16
67.250-	12
70.750-	6
74.250-	3
77.750-	2
81.250-84.749	1
	400

For sample ν_4's, then, for $N = 200$

	Observed value	Predicted value
S_1	50.26	47.52
S_2	105.7	120.9
S_3	222.9	950.4
S_4	18433	14916.

V. The Distribution of Sample σ_x's.

Class intervals	f
1.685-1.714	1
1.715-	0
1.745-	0
1.775-	4
1.805-	4
1.835-	4
1.865-	17
1.895-	29
1.925-	43
1.955-	39
1.985-	56
2.015-	54
2.045-	37
2.075-	44
2.105-	30
2.135-	15
2.165-	12
2.195-	9
2.225-2.254	2
	400

For sample σ_x's, then, for $N = 200$,

	Observed value	Predicted value
d_1	2.0178	1.9925
d_2	0.0071	0.0099
d_3	0.0000	0.00005
d_4	0.0000	0.0000

VI. The Distribution of Sample σ_3 's.

Class intervals	f
-0.525-0.456	4
-0.455-	1
-0.385-	4
-0.315-	18
-0.245-	25
-0.175-	34
-0.105-	74
-0.035-	64
0.035-	59
0.105-	54
0.175	26
0.245	24
0.315-	9
0.385-	3
0.455-0.524	1
	400

For sample α_3 's, then, for $N = 200$,

	Observed value	Predicted value
b_1	0.0114	0.0000
b_2	0.028	0.029
b_3	-0.0005	0.0000
b_4	0.0001	0.0002

VII. The Distribution of Sample α_4 's.

Class intervals	f
1.330-1.469	1
1.470-	0
1.610-	0
1.750-	0
1.890-	1
2.030-	0
2.170-	4
2.310-	4
2.450-	27
2.590-	45
2.730-	64

2.870-	60
3.010-	68
3.150-	50
3.290-	38
3.430-	15
3.570-	10
3.710-	8
3.850-	4
3.990-4.139	1
	400

For sample α_4's, for $N = 200$,

	Observed value	Predicted value
c_1	3.005	2.970
c_2	0.115	0.111
c_4	0.002	0.042
c_3	0.0147	0.0855

By finding in each case the standard deviation of the predicted characteristics, using now $N = 400$, I was able to conclude that the agreement between the empirical and the theoretical results was excellent in all cases except for the two higher characteristics of ν_4's and α_4's. Here the discrepancy seems rather serious but a little study of the frequency distributions of the samples of these two quantities suggested what appears to be the true explanation. The values of these two higher characteristics depend very largely upon the frequencies in the tails of the distributions. A little juggling of the values of these frequencies showed that but slight changes would be needed to effect the agreement desired or to make the disagreement twice as bad. Now the assumption on which the comparison between the empirical and the theoretical values is based is that the parent distribution from which samples are taken is infinite. As a matter of fact the parent population here has a total of 1001 members. In particular, the frequencies of large and small values of x in the parent population are actually quite small. The tails of the sample distributions are not by any means samples from an infinite population, not nearly enough so to give approximately the same results for the values of the two highest characteristics of the samples as if they were. For poor sampling in the tails will affect values of Σx^4 most and hence the values of ν_4 and α_4 most.

On the other hand since this is a case of sampling from a finite parent population an application of the theory developed for this kind of sampling is also relevant. In fact, Professor CARVER who has been working on this problem in sampling, tells me that his results lead one to expect just this sort of divergence between the results from sampling from infinite populations and from finite ones. Or really the well known results from the study of hypergeometric series as applied to the case of sampling without replacements are applicable here. It is especially striking that they at once predict what has happened of nearly all the second moments about the means of the sample distributions, namely, that the observed values are smaller than those that would be obtained from sampling with replacements, or what is the same thing, from sampling from an infinite population.

If a practical device were available for carrying on wholesale sampling with replacements we could get results that would be in all cases a more valid check on the theory.

CHAPTER X

Conclusions.

In the concluding section of this paper I will first summarize the contents.

1. The problem was stated and then a brief discussion of the general method of semi-invariants followed. The power of this method for the problem of sampling was made evident by showing how concisely it enables one get the semi-invariants of moments about a fixed point due to sampling.

2. The law which enables one to write semi-invariants in terms of moments and vice-versa was established (1).

3. For the attack on the problem of getting the semi-invariants of moments about the mean due to sampling there was first developed the simple law for writing out the semi-invariants of $F(\delta_1 \ldots, \delta_N)$, the correlation function of the deviations of sample values of x from their own mean.

---

(1) Since completing this paper I have talked with Dr RAGNAR FRISCH of the University of Oslo who tells me that he has recently published this law also in his doctor's thesis at the same university. I have not yet been able to see this paper myself, however.

4. By successive steps the general law for S_{kl} (ν_m, ν_n) in terms of the moments of $F(\delta_1, \ldots, \delta_N)$ was obtained and the possibility of writing down the general law for S_{kl} (ν_m, ν_n) directly in terms of the semi-invariants of the parent distribution was shown.

5. The perfectly mechanical and mathematically simple process for calculating the values of S_{kl} (ν_m, ν_n) in terms of the semi-invariants of the parent distribution was outlined and illustrated by actual calculations.

6. It was shown how certain terms of results may be obtained without reference to others and how results may be found to any degree of approximation with certainty and without calculation of terms afterwards to be discarded.

7. It was indicated how the semi-invariants of correlation functions of powers of moments are easily obtained once the semi-invariants of the moments themselves are found.

8. A method for obtaining the semi-invariants of σ_x, α_3, and α_4 to a given degree of approximation was developed. By this means it is possible to give good results for these quantities in place of the very rough ones hitherto given. The process was carried out in detail in case the parent distribution is normal and in particular the agreement with the known results in the case of σ_x was noted.

9. A list of the results of my own computations of the semi-invariants of the moments about the mean and of two moments about the mean was given. In the case the parent distribution is normal complete results were given up to the characteristics of the fourth order for ν_2, ν_3, and ν_4. This was partly for the purpose of comparison with results from some empirical sampling.

10. Finally the results of the experiment in sampling from a normal parent distribution were exhibited and the characteristics were compared with those obtained from the theory developed by this paper. The agreement was good in all cases but those in which the actual finiteness of the parent distribution makes itself felt.

Of course the investigation undertaken in this paper is only begun so far as actual algebraic and numerical results are concerned. But only a command of mechanical labor is needed to get all that may be required.

Finally, I must not fail to acknowledge my great indebtedness

and my gratitude to Professor SVEN D. WICKSELL of Lund, Sweden, under whose direction I began this paper and by the aid of whose suggestions and criticisms it was carried forward. Any merit it may have is due in a very large degree to his inspiration and help. And I must also express my obligation to Professors JAMES W. GLOVER and HARRY C. CARVER, under whom I continued my work after I returned to America and without whose cooperation and encouragement this investigation could not have been carried to its present stage.

Bibliography on Sampling from an Infinite Parent Distribution

« Biometrika » — Editorials:

1. *On the Distribution of the Standard Deviations of Small Samples*; Appendix to Papers by « STUDENT » and R. A. FISHER; Vol. X (1915), pp. 522-529.
2. *On the Probable Errors of Frequency Constants*; Vol. III (1903) pp. 273-281.
3. *On the Probable Errors of Frequency Constants*, Part II, Vol. IX (1913), pp. 1-10.
4. *On the Probable Errors of Frequency Constants*, Part III, Vol. XIII (1920), 113-132.

CHURCH, A. E. R.,

On the Moments of the Distribution of Squared Standard Deviations for Samples of N Drawn from an Indefinitely Large Population; « Biometrika » Vol XVII (1925), pp. 79-83.

CZUBER, EMANUEL,

Theorie der Beobachtungsfehler; B. G. Teubner, Leipzig (1891); p. 149.

FILON, L. N. G., and K. PEARSON,

On the Probable Errors of Frequency Constants and on the Influence of Random Selection on Variation and Correlation, « Philosophical Transactions of the Royal Society » Series A, Vol. CXCI (1898) p. 229.

FISHER, R. A.,

Frequency Distributions of the Values of the Correlation Coefficient in Samples from an Indefinitely Large Population; « Biometrika » Vol. X (1915), pp. 507-521.

HELMERT, F. R.,

Ueber die Wahrscheinlichkeit der Potenzsummen, usw.; « Zeitschrift für Matematik und Physik » Vol. XXI (1876), p. 202.

HENDERSON, ROBERT,

Frequency Curves and Moments; « Transactions of the Actuarial Society of America » Vol. VIII, p. 30; also reprinted in the « Journal of the Institute of Actuaries », Vol. XLI (1907), pp. 429-442.

ISSERLIS, L.,

1. *On the Conditions under which the « Probable Errors » of Frequency Distributions have Real Significance*; « Proceedings of the Royal Society » Series A, Vol. XCII (1915), pp. 23-41.
2. *On the Value of a Mean as Calculated from a Sample*; « Journal of the Royal Statistical Society», Vol. LXXXI (1918), pp. 75-81.

JORGENSEN, N. R.,

Undersogelser over Frequensflader og Korrelation; Arnold Busck, Copenhagen (1916), p. 122 ff.

NYDELL, STURE,

The Mean Errors of the Characteristics in Logarithmic Normal Distributions; « Skandinavisk Aktuarietidskrift » (1919), pp. 134-144.

PEARL, RAYMOND,

On Certain Points Concerning the Probable Errors of the Standard Deviation; « Biometrika », Vol. VI (1908), pp. 112-116.

PEARSON, KARL,

Further Contributions to the Theory of Small Samples; « Biometrika », Vol. XVII (1925), pp. 176-200.

PEARSON, KARL, and L. N. G. FILON,

See under FILON, L. N. G.,

ROMANOWSKY, V.,

On the Moments of Standard Deviations and of Correlation Coefficients in Samples from Normal; « Metron » Vol. V, No 4 (1925), pp. 3-47.

SHEPPARD. W. F.,

On the Application of the Theory of Error to Cases of Normal Distributions and Normal Correlations; « Philosophical Transactions of the Royal Society », Series A, Vol. CXCII (1898), pp. 101-167.

STEFFENSEN, J. F.,

Matematisk Iagttagelseslaere; G. E. C. Gods, Copenhagen (1923), p. 72 ff.

« STUDENT »,

1. *On the Distribution of the Means of Samples which are not drawn at Random*; « Biometrika », Vol. VII (1909), pp. 210-214.
2. *On the Probable Error of a Mean*; « Biometrika », Vol. VI, (1908), pp. 1-25.

TCHOUPROFF A. A.,

On the Mathematical Expectation of the Moments of Frequency Distributions; « Biometrika », Vol. XII (1918-1919), pp. 140-210; Vol. XIII (1921), pp. 283-308.

THIELE, T. N.,

1. *Elementaer Iagttagelseslaere*; Gylendalske Boghandel, Copenhagen (1897), p. 27 ff.
2. *Forelaesningar over Almendelig Iagttagelseslaere*; C. A. Reitzel, Copenhagen (1889), p. 58 ff.
3. *Theory of Observations*; C. & E. Layton, London (1903), p. 35 ff.

YASUKAWA, KAZUTARO

On the Means, Standard Deviations, Correlations, and Frequency Distributions of Variates; « Biometrika», Vol. XVII (1925), pp. 211-237.

Bibliography on Semi-invariants, etc.

CHARLIER, C. V. L.,

Contributions to the Mathematical Theory of Statistics, No. 5; « Arkiv fær Matematik, Astronomi och Fysik », Band 9, No 25 (1914), or « Meddelanden fran Lunds Astronomiska Observatorium », Series I, No. 57, p. 9.

EDGEWORTH, F. Y.,

The Law of Error; « Cambridge Philosophical Transactions », Volume XX (1905) pp. 36-65; 113-132.

FISCHER, ARNE,

The Mathematical Theory of Probabilities; Macmillan, New York (1922), p. 191 ff.

JORGENSEN, N. R.,

See under this name above, p. 8 ff.

MACMAHON, P. A.,

An Introduction to Combinatory Analysis; Cambridge University Press (1920), p. 24 ff.

STEFFENSEN, J. F.,

See under this name above, p. 21 ff.; p. 60.

THIELE, T. N.,

1. See under this name above, No. 1, p. 19 ff.
2. » » » » No. 2, p. 16 ff.
3. » » » » No. 3, p. 22 ff.

WICKSELL, S. D.,

The Correlation Function of Type A *and the Regression of its Characteristics*; « Kungligla Svenska Vetenskapsakademiens Handlingar », Band 58, No. 3, or « Meddelande fran Lunds Astronomiska Observatorium » Series II, No. 17 (1917), p. 16 ff.

JACQUES DELEVSKY.

Une formulation mathématique de la loi de la population.

I.

Une loi unique et simple de la population existe-t-elle pour l'humanité, pour tous les pays et pour toutes les époques? Une formule d'un déterminisme fatal englobe-t-elle toutes les modalités de l'évolution numérique du genre humain?

Depuis MALTHUS, et même encore avant Malthus, la science sociale connaît le spectre de la surpopulation qui menace la Societé. Fait paradoxal: un autre danger, celui de la dépopulation, a surgi depuis quelque temps dans les pays les plus civilisés. Les deux spectres se livrent bataille, et le mot de l'énigme n'est pas encore trouvé.

Des théories économiques, comme celles de RICARDO, et des théories biologiques, comme celle de la lutte pour l'existence de DARWIN, ont été influencées par la thèse malthusienne. Puis, des sociologues et des biologistes l'ont combattue. HERRENSCHWAND, ensuite CHARLES FOURIER et PIERRE LEROUX, ceux-ci, premiers parmi les socialistes, plus tard HERBERT SPENCER s'efforcèrent de la réfuter par des arguments d'ordre tantôt social et économique, tantôt biologique. Des socialistes prévoyaient la possibilité de régulariser la natalité dans un régime organisé. KARL MARX énonça l'idée qu' *une* loi de la population n'existait pas, que différentes loi de la population correspondaient aux différents régimes sociaux. Mais il a englobé le problème de la population simplement dans la question du capitalisme. Or, le problème a une portée plus générale que les conditions spéciales d'une époque ou d'un régime économique. Le problème de la population est un problème de l'histoire de l'humanité.

L'histoire connaît des époques d'épanouissement des populations, comme elle connaît des époques de dépeuplement. Quels sont les facteurs du mécanisme démographique? Les conditions éco-

nomiques et sociales, les changements du milieu, mais peut-être aussi des facteurs biologiques internes. Le monde des microorganismes, des êtres unicellulaires, connaît des moments critiques, auxquels la multiplication des organismes par dédoublement, est arrêtée; une stimulation spéciale (procédé des conjugaisons) est nécessaire pour générer une nouvelle multiplication de l'espéce. La paléontologie connaît ce fait important assez fréquent, qu'une espèce d'organismes, à un certain stade de son èvolution, commence à décliner rapidement et finit par s'éteindre. On peut se demander si, dans la suite des générations, ne s'accumulent pas, des influences intrinsèques, lesquelles font varier, d'une façon périodique, temporaire ou définitive, la force de reproduction d'un groupe biologique.

En ce qui concerne l'espèce humaine, un facteur spécial, le pouvoir de dominer la nature, intervient, capable de modifier la marche du processus naturel. La loi sociale est une fonction de *paramètres* qui sont, à leur tour, dans une certaine mesure maniables pour le labeur et la volonté humains. La loi sociale, elle-même, peut évoluer par suite des changements des paramètres. Ainsi, dans la géométrie, un genre de section conique peut passer à un autre genre (p. ex. une ellipse à une hyperbole), par la variation continue d'un certain paramètre: la loi géométrique « évolue », dans l'opération de l'analyse géométrique, par la suite de l'évolution » d'un paramètre. Quand un phénomène pareil se produit dans *le temps*, comme par ex. dans la mécanique, nous sommes en présence de la variation d'une loi mécanico-physique. Tel est le cas du changement d'une trajectoire parabolique d'une comète en une trajectoire elliptique, dans le procédé de la « capture ». Henri Poincaré (ainsi que M. Bertrand Russell) ne parlait-il pas de l'« évolution des lois »? La loi de la nature perd alors sa rigidité fataliste. Aujourd' hui, on est de plus en plus incliné à considérer le déterminisme des lois physiques comme un *déterminisme statistique*, exprimant une certaine probabilité. Cette considération peut s'appliquer, *a fortiori* à la loi sociale.

Il est naturel de supposer que la loi de la population a varié dans le temps et variera dans l'avenir, en dépendance de certains « paramètres » historiques. Cette loi serait peut-être susceptible de s'exprimer par une formule mathématique suffisamment générale, pour qu'elle puisse donner des lois de la population particulières, pour diverses époques et ambiances, en affectant les paramètres de valeurs convenables.

Le caractère variable des paramètres affectant l'expression géné-

rale de la loi démographique et la variabilité — qui en résulte — de la loi elle-même serait alors la raison principale des dissentiments qui se manifestent entre les différentes écoles et de l'antagonisme des affirmations opposées, en ce qui concerne le danger de la surpopulation et celui de la dépopulation, ou entre la théorie de la stabilisation numérique de la population et celle de son accroissement indéfini. Aujourd'hui, un désaccord existe, par exemple, entre les évaluations des statisticiens américains O. E. Baker d'un côté et MM. Pearl et Reed de l'autre, dont le premier prévoit la sursaturation de la population des États-Unis et du globe entier, tandis que les professeurs Pearl et Reed envisagent la diminution continue de l'accroissement de la population des États-Unis et son acheminement vers un état stationnaire démographique, comme une tendance bien acquise.

Ce qui n'est pas douteux, c'est le fait d'un *équilibre* démographique qui est créé à chaque époque et que la loi de la population doit exprimer comme une tendance qui se réalise à la longue. La population du globe ne peut ni croître indéfiniment ni décroître indéfiniment. Or, l'*équilibre dans le mouvement* peut s'exprimer sous deux formes caractéristiques; soit rapprochement d'un *état stationnaire asymptotique*, soit *cycle périodique*.

La mécanique, l'astronomie et la physique ont souvent affaire à ces deux espèces d'équilibre. Le problème est attaqué facilement par l'analyse mathématique, cet instrument merveilleux qui semble, quelquefois, donner des résultats qui sont au delà des horizons envisagés ou des possibilités conçues. Les formules peuvent « raisonner » d'une façon imprévue.

C'est Quetelet qui, en parlant, le premier, dans sa *Physique Sociale*, du côté mathématique du problème de la population, suggéra l'idée du mouvement de la population vers un état stationnaire. Le mathématicien belge Verhulst, dans la première moitié des siècle dernier, développa des équations dont il tira une formule qui énonce mathématiquement cette tendance du mouvement asymptotique de la population des pays civilisés vers un état stationnaire. La même formule a été rétrouvée récemment par les professeurs Pearl et Reed, de la John Hopkins University, pour la population des Etats-Unis. M. Yule a montré que les données statistiques contemporaines justifient cette formule pour les pays européens.

Il s'agit dans cette formule d'une loi *asymptotique*.

Il est facile de montrer que cette formule peut être déduite d'une

équation différentielle générale, contenant un certain nombre de paramètres, si l'on attribue des valeurs particulières à ces paramètres, et que de cette même équation peuvent être déduites d'autres formules correspondant à d'autres valeurs des paramètres, ces formules exprimant d'autres lois, *cycliques* ainsi qu'asymptotiques, qui pourraient caractériser le mouvement de la population social ou biologique. Une équation pareille pourrait donner, implicitement, un certain reflet de l'histoire du mouvement de la population, dont les différentes phases correspondraient aux changements des valeurs des paramètres.

II.

Dans son mémoire sur les variations et les fluctuations du nombre des individus dans les espèces animales vivant ensemble, inséré aux *Memorie della Accademia dei Lincei*, 1926, et suivi d'un certain nombre de notes parues dans les *Rendiconti* de la même Académie, 1927, M. Vito Volterra a étudié, entre autres, le problème de deux espèces dont l'une costitue la nourriture de l'autre. Si N_1 et N_2 sont les nombres d'individus des deux espèces au même instant t, et ε_1 et $-\varepsilon_2$ les coefficients d'accroissement correspondants ($\varepsilon_1 > 0$, et $\varepsilon_2 > 0$), M. Volterra établit les deux équations fondamentales suivantes :

$$\frac{dN_1}{dt} = (\varepsilon_1 - \gamma_1 N_2) N_1 ,$$

$$\frac{dN_2}{dt} = (\varepsilon_2 + \gamma_2 N_1) N_2 ,$$

dans lesquelles γ_1 et γ_2 sont deux coefficients constants positifs. L'intégration de ces deux équations différentielles simultanées permet d'exprimer N_1 et N_2 en fonction de t, ainsi que N_2 en fonction de N_1, et inversement [1].

M. Volterra établit ces équations sur la base de la loi du *hasard*: l'accroissement positif ou négatif de chaque espèce dépend du nombre des rencontres des individus de l'espèce dévorante et de l'espèce dévorée. On suppose que la production de l'espèce dévorée est un fait naturel et indépendant de l'activité de l'espèce dévorante. Si, au

[1] Vito Volterra, *Variazioni e fluttuazioni del numero d'individui in specie animali conviventi*, « Memorie della R. Accademia dei Lincei », 1926, Serie VI, Vol. II, fasc. III, p. 38 et suiv.

contraire, l'espèce dévorée — végétale ou animale — est produite par le travail et les soins de l'espèce dévorante et, par ex. de l'Homme, ces équations ne peuvent pas être appliquées directement, car à la place du *hasard* s'érige ici un autre principe, celui de la *causalité*.

Le probléme devient celui de la population, quand on étudie l'humanité se nourrisant principalement des produits de l'*agriculture* et des *animaux domestiques*. On sait qu'à l'époque *paléolithique*, l'Homme ne connaissait encore ni l'agriculture, ni les animaux domestiques. Les hommes « glyptiques », dans leur voyages, ont connu et apprécié le blé, puisque ils l'ont représenté par des figures; mais ils ne l'ont pas cultivé. La rigueur du froid s'y oppcsait [1]. On peut donc admettre que la formule de l'accroissement de la population humaine, dépendant de la loi du hasard, trouve son expression dans les équations de M. Volterra, pour l'époque primitive paléolithique. Mais à partir de l'invention de l'agriculture et de l'introduction des animaux domestiques, jusqu'à l'*époque néolithique*, cette loi a dû céder la place à une autre loi qui doit trouver son expression dans un système d'équations adéquat.

Soit x la nourriture globale de la population humaine et y le nombre total des individus humains au même moment t. Puisque l'accroissement de la nourriture globale dépend du nombre des agriculteurs et que, d'autre part, l'accroissement de la population n'est possible qu'en présence d'une certaine quantité de nourriture, les équations fondamentales auront d'abord une forme qui exprime cette dépendance.

On aura, tout d'abord, pour x:

$$\frac{dx}{dt} = f(y)$$

équation qui exprime que l'accroissement de la nourriture globale dépend de la quantité de la population.

A un certain moment de l'histoire, l'accroissement de la densité de la population nécessitera le passage aux terrains moins fertiles ou causera la diminution de l'aire cultivée en moyenne par chaque personne. Dans ces conditions, *caeteris paribus*, le produit moyen du travail agricole $\frac{x}{y}$ diminuera avec l'accroissement de la population (la

---

[1] Ed. Piette, *Notions complémentaires sur l'Asylien*, Paris, 1904, pp. - o. Cf. M. I. Newbigin, *Origine des races domestiques des plantes et des animaux*, « Scientia », 1923, Vol. 34, pp. 396-397, 400-402.

conséquence de le fait est la « rente différentielle »). On aura donc

$$\frac{x}{y} = f(y), \tag{1}$$

où $f(y)$ est une fonction qui décroît avec l'augmentation de y, et, inversement, croît avec la diminution de y, de telle sorte que

$$\frac{d\left(\frac{x}{y}\right)}{dy} < 0,$$

soit

$$\frac{dx}{dy} < \frac{x}{y}.$$

Puisque $\frac{x}{y}$ est toujours > 0 ($x > 0$, $y > 0$), tant que l'humanité existe, on peut poser

$$\frac{dx}{dy} = \frac{x}{y}\,\theta(y), \tag{2}$$

où $\theta(y)$ est une fonction ou un nombre, qui est toujours compris entre 0 et 1 ($0 < \theta < 1$), si l'on suppose que x croît toujours avec y.

L'intégration de l'équation (2) donne

$$x = Ce^{\int \frac{dy}{y}\theta(y)}, \tag{3}$$

où C est une constante arbitraire.

Le problème sera complètement résolu, quand y sera exprimé en fonction de t.

La nourriture moyenne d'un individu

$$\frac{x}{y} = \frac{C}{y}\,e^{\int \frac{dy}{y}\theta(y)} \tag{4}$$

diminue, dans les condition énoncées, avec l'accroissement de y.

Tant que la valeur moyenne $\frac{x}{y}$ de la nourriture individuelle reste au dessus du minimum a nécessaire pour la vie d'un individu (par conséquent $\frac{x}{y} \geq a$), la population y peut croître, bien que $\frac{x}{y}$ décroît. Mais du moment que $\frac{x}{y}$ tombe au-dessous du niveau a, l'accroissement de la population n'est plus possible.

III.

La variation du nombre y d'individus de l'espèce humaine dépend des conditions biologiques en même temps que des conditions économiques.

Phénomène biologique. Tant que la moyenne de la nourriture individuelle reste au-dessus du minimum a, la population croît dans une *progression géométrique* (sauf guerres, épidémies, etc.) et s'exprime par une *fonction exponentielle* par rapport au temps t.

C'est d'ailleurs une loi qui exprime la tendance de la multiplication de tous les organismes sur le globe. Ce qui caractérise chaque espèce de matière vivante, ce n'est que le coefficient multipliant le temps dans l'exposant. Le *vibrion* du *cholera* et le *bacterium coli* pourraient, par la multiplication, former en 1,60 — 1,75 jours une masse de matière vivante égale à 2.10^{25} grammes, c'est à dire une masse égale au poids entier de l'écorce terrestre jusqu'à 16 kilomètres de puissance, s'il n'y avait pas d'obstacles extérieurs, comme les limites du milieu nécessaire et la lutte pour la vie [1]. Il est aussi possible qu'un certain facteur limitant se manifeste, après une suite de générations, dans les conditions biologiques intrinsèques de l'espèce.

La *vitesse d'accroissement* $\frac{dy}{dt}$ étant proportionnelle au nombre d'individus, on a:

$$\frac{dy}{dt} = \varepsilon y, \tag{5}$$

où ε est les coefficient d'accroissement constant (positif dans le cas actuel).

Pour *l'accélération d'accroissement* de la population $\frac{d^2y}{dt^2}$ on aura l'équation

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \varepsilon \frac{dy}{dt} \left(\frac{dy}{dt} > 0 \right), \tag{6}$$

ou ε *est toujours un nombre constant positif.* En posant la valeur de $y = y_0$ au moment initial $t = 0$, on obtient

$$y = y_0 e^{\varepsilon t},$$

où e est la base des logarithmes népériens. C'est la multiplication suivant *la loi exponentielle.*

---

[1] V. I. Vernadsky, *Biosphère*, I-II, Léningrade, 1926, pp. 37-47.

L'équation (5) peut être prèsentée sous la forme

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dt} = \varepsilon,$$

soit

$$\frac{d\,L\,y}{dt} = \varepsilon.$$

où $L\,y$ est le logarithme népérien de y. La différenciation de cette dernière équation donne

$$\frac{d^2\,L\,y}{dt^2} = 0. \tag{8}$$

Nous dirons que la *force d'inertie biologique* fait croître la population suivant la loi exponentielle, quand d'autres forces n'interviennent pas. Sous l'action de la force d'inertie, l'*accélération du logarithme de la population est nulle.*

Nous avons ici une certaine analogie avec *l'inertie mécanique :* à l'élément de la trajectoire dans le mouvement mécanique correspond ici le logarithme de la population. Si d'autres forces agissent, elles doivent développer une accélération de la vitesse d'accroissement de la population, laquelle se combine avec l'accélération de la force d'inertie, exprimée par l'équation (8) ou par l'équation (6). Dans les problèmes de l'équilibre économique et démographique on introduit ordinairement les *dérivées premières* des fonctions, soit les vitesses. Cette méthode a également été appliquée par nous dans une étude, consacrée à l'interprétation mathématique de la loi de King (1). Ici, c'est la méthode de *l'accélération* qui est préférable.

Phénomène économique. Si $\frac{x}{y}$ s'approche du nombre a, dans les conditions d'une technique invariable, une menace de la rupture possible de l'équilibre entre la population croissante et la nourriture qui croît moins rapidement, apparaît. Si la densité de la population augmente au-dessus d'une certaine limite, la nourriture moyenne doit tomber au-dessous du nombre a, et l'accroissement de la population ne peut plus rester constant; il doit diminuer jusqu'à O, et il peut même devenir négatif. Soit avant que $\frac{x}{y}$ tombe jusqu'à la valeur a, soit après que cette valeur ait été atteinte, une réaction doit se produire qui

(1) J. Delevsky, *La valeur mathématico-économique de la loi de King* « Revue d'Economie Politique », 1923, n. 4.

retient au-dessous d'une certaine limite, ou qui empêche y de tomber au-dessous d'un certain minimum. On voit, conformément à ce qui a été énoncé plus hant que y ne peut ni crôitre indéfiniment ni décroître indéfiniment.

Dans sa « *Physique Sociale* », QUETELET a abordé cette question de la façon suivante. « . . . La théorie de la population peut se réduire aux deux principes suivants, que je regarde comme devant servir désormais de principes fondamentaux à l'analyse du développement de la population et des causes qui l'influencent. *La population tend à croître selon une progression géométrique. La résistance, ou la somme des obstacles à son développement, est, toutes choses égales d'ailleurs, comme le carré de la vitesse avec laquelle la population tend à croître* . . . Ainsi, quand une *population peut se développer librement et sans obstacles*, elle croît selon une *progression géométrique;* si le développement a lieu au milieu d'obstacles de toute espèce, qui tendent à l'arrêter, et qui agissent d'une manière uniforme, c'est à dire *si l'état social ne change point*, la population n'augmente pas d'une manière indéfinie, mais elle tend de plus en plus à devenir stationnaire ». Nous retiendrons, pour le moment, l'affirmation de Quetelet relative à l'existence d'une certaine résistance à l'accroissement de la population.

C'est le mécanisme combiné de la variation de la mortalité et de la variation du nombre de naissances (phénomène volontaire dans une certaine mesure) qui développe une *force résistante* tendant à établir ou à rétablir un certaine *équilibre économico-biologique*. Il n'y a pas d'équilibre si $\lim y = 0$, ou $\lim y = \infty$. Il y a possibilité d'équilibre, si $\lim y = y_0$ (y_0 fini), ou si y oscille entre deux valeurs finies y_1 et y_2. Dans le premier cas, on a un *mouvement asymptotique* (par ex. dans certains pays civilisés); et dans le deuxième cas, on a une *loi cyclique* (p. ex. dans les pays moins civilisés ou aux époques arriérées).

La force résistante f_p, qui agit contre la force d'inertie biologique f_i, doit s'exprimer par une fonction qui peut dépendre de la grandeur de la population et de la vitesse de son accroissement, car elle doit réagir d'autant plus énergiquement que la population croît, en même temps que la vitesse d'accroissement. Nous poserons

$$(9) \qquad f_p = -a + by + a'y' + a''y'^2 \qquad y' = \frac{dy}{dt},$$

où a, b, a', a'' ont des valeurs positives. La quantité a est un nombre constant; nous verrons plus tard les raisons pour lesquelles il est affecté du signe négatif. Les quantites b, a', a'' pourraient être considé-

rées généralement comme variables (p. ex. fonctions de y, y'), toujours > 0. Nous les supposerons pour le moment constantes, ce qui est la plus simple hypothèse.

L'accélération totale de la population se composera de l'accélération d'inertie $\varepsilon y'$ qui figure dans le second membre de l'équation (6) et de l'accélération opposée à celle de f_p, dans l'équation (9). On aura donc

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \varepsilon y' - (-a + by + a'y' + a''y'^2),$$

soit

$$(10) \qquad y'' = \frac{d^2 y}{dt^2} = a - by + (\varepsilon - a')\, y' - a''y'^2.$$

C'est l'équation différentielle générale de la population, contenant des paramètres qui sont constants dans chaque cas particulier, mais qui peuvent s'annuler individuellement ou varier, pour différentes époques ou différents pays. Pour simplifier l'*équation générale*, nous y avons remplacé log y par y.

Soit la vitesse $y' = v$. On aura $y'' = \frac{dv}{dt} = v\frac{dv}{dy}$. L'équation (10) prend la forme

$$(11) \qquad v\,\frac{dv}{dy} = a - by + (\varepsilon - a')\, v - a''v^2.$$

L'équation (11) montre que a doit être > 0 (et par conséquent $-a < 0$ dans l'équation (9)); car si v tend à 0 (sans que $\frac{dv}{dy}$ soit infini), on a à la limite

$$a - by = 0,$$

et $\lim y = \frac{a}{b}$. La population, avec $a > 0$, aurait donc une valeur limite positive, et il n'y aurait pas question de l'anéantissement de l'humanité.

Sans recourir à l'intégration complète de l'équation (11), on peut tirer déjà quelques conclusions de sa forme générale.

Pour qu'il y ait possibilité d'un équilibre, il ne faut pas que v croisse indéfiniment avec y. Cette condition est remplie, si $a'' \neq 0$, c'est à dire si la force opposante contient un terme proportionnel au carré de la vitesse d'accroissement de la population. En effet, dans le cas contraire, le 2e membre de l'équation (11) pourrait devenir négatif, tandis que le premier membre doit être positif, v étant une

vitesse positive, et $\frac{dv}{dy}$ devant être > 0 dans le cas où v croît avec y.

D'autre part, il est facile de voir que si $\varepsilon - a' \leq 0$, y ne peut croître indéfiniment, et la vitesse v décroît, bien que restant positive. En effet, si $\varepsilon - a' = 0$, l'équation (11) devient

$$\frac{1}{2}\frac{d(v^2)}{dy} + a'' v^2 = a - by.$$

En posant $v^2 = z$, on obtient

$$\frac{dz}{dy} + 2a'' z = 2(a - by).$$

L'équation intégrale de cette dernière équation est

$$z = v^2 = Ce^{-2a''y} - \frac{b}{a''} y + \frac{a}{a''} \quad (C \text{ constante arbitraire}).$$

On voit que quand y tend vers ∞, v^2 tend vers $-\infty$, ce qui est impossible. La population ne peut donc croître indéfiniment si $\varepsilon - a' = 0$, et, *a fortiori*, si $\varepsilon - a' < 0$, car la force opposante croît alors davantage.

Par contre, si $\varepsilon - a' > 0$, en même temps que $a'' = 0$ (le terme de la force opposante proportionnel au carré de la vitesse d'accroissement de la population disparaissant), y peut devenir infini, et l'équilibre n'est pas possible. En effet, l'équation (10) prend alors la forme

$$\frac{d^2y}{dt^2} - n\frac{dy}{dt} + by = a, \tag{12}$$

où $n = \varepsilon - a' > 0$.

L'équation intégrale de cette derniere équation est

$$y = C_1 e^{\alpha t} + C_2 e^{\beta t} + \frac{a}{b},$$

où

$$\alpha = \frac{n - \sqrt{n^2 - 4b}}{2}, \quad \beta = \frac{n + \sqrt{n^2 - 4b}}{2}.$$

Si $\sqrt{n^2 - 4b}$ est réel $(n^2 - 4b > 0)$, on a $\alpha > 0$ et $\beta > 0$, et $y = \infty$, pour t infini.

Si $n^2 - 4b = 0$, on a

$$y = (C_1 + C_2 t) e^{\frac{nt}{2}} + \frac{a}{b},$$

expression qui devient également infinie pour $t = \infty$.

Enfin, si $n^2 - 4b = c$, on trouve

$$y = C_1 e^{\frac{nt}{2}} \sin(\gamma t + C_2) + \frac{a}{b},$$

où $\gamma = \frac{\sqrt{4b - n^2}}{2}$. La loi de la population devient cyclique pour t fini, mais y devient infini pour t infini; l'expression peut devenir également cycliquement négative.

IV.

Passons maintenant à quelques cas particuliers d'équilibres démographiques soit asymptotico — stationnaires, soit cycliques. La condition essentielle d'un équilibre, c'est que y ne devienne, à la limite, ni infini ni zéro. Si $v = 0$ et y reste fini pour $t = \infty$, l'équilibre est asymptotiquement stationnaire. Si v peut devenir ≤ 0 pour t fini et y fini, l'équilibre est cyclique.

Supposons d'abord $a'' = 0$, et $\varepsilon - a' < 0$. L'équation (10) prendra la forme

$$\frac{d^2y}{dt^2} + n\frac{dy}{dt} + By = a,$$

où $n = -(\varepsilon - a') > 0$, tandis que dans l'équation (12) $n = \varepsilon - a' > 0$. Soit $n^2 - 4b > 0$, et

$$\alpha = -\frac{n - \sqrt{n^2 - 4b}}{2} < 0, \quad \beta = -\frac{n + \sqrt{n^2 - 4b}}{2} < 0.$$

L'équation intégrale sera dans ce cas

$$(13) \qquad x = C_1 e^{\alpha t} + C_2 e^{+\beta t} + \frac{a}{b}.$$

Puisque α et β, sont des nombres négatifs, on voit que $\lim y = \frac{a}{b}$ pour $t = \infty$, et $v = \frac{dy}{dt} = 0$, pour $t = \infty$. L'accroissement de la population est continu, mais la vitesse d'accroissement diminue toujours, de telle sorte que la population ne peut dépasser la valeur de $\frac{a}{b}$, si C_1 et C_2 sont < 0. Soient $C_1 = -\gamma$, $C_2 = -\delta$, $\alpha = -\gamma'$, $\beta = -\gamma'$, où γ, δ, γ', δ' sont des nombres positifs. On aura

$$(13') \qquad y = \frac{a}{b} - \gamma e^{-\gamma' t} - \delta e^{-\delta' t}.$$

Au moment $t = 0$, $y = \frac{a}{b}$, et la vitesse d'accroissement est, à ce moment, $v = \gamma\gamma' + \delta\delta'$. Après ce moment v décroît, et y croît de plus en plus lentement, jusqu'à la limite asymptotique $\frac{a}{b}$.

C'est un cas de mouvement vers un état stationnaire.

Une autre équation, analogue à celle (13'), peut être obtenue, si l'on pose dans l'équation (11), $a = 0$, $b = 0$, $a'' = 0$. On obtiendra

$$\frac{dv}{dy} = -n,$$

équation, dont l'intégrale première est

$$v = C - ny = \frac{dy}{dt}.$$

En intégrant cette dernière équation, on obtient

$$y = \frac{C}{n} - \frac{1}{n} e^{-n(t-t_0)}. \tag{14}$$

Pour $t = \infty$, la limite de y est $\frac{C}{n}$, et la vitesse v est, à cette limite asymptotique, $= 0$. Nous reviendrons encore à cette équation plus bas.

Supposons maintenant que dans l'équation (11) $a = b = a'' = 0$, mais que le coefficient a', au lieu d'être un nombre constant, est une puissance entière de y, $a' = cy^m$ ($c > 0$. L'équation (11) prendra la forme

$$\frac{d^2y}{dt^2} = (\varepsilon - Cy^m)\frac{dy}{dt}. \tag{15}$$

Son équation intégrale sera

$$\frac{dy}{dt} = \varepsilon y - \frac{C}{m+1} y^{m+1} + C_1 \quad (C_1 \text{ constante arbitraire}).$$

Soit $C_1 = O$, en choisissant convenablement la valeur des conditions initiales pour le moment initial, ce moment étant arbitraire. On voit que

$$\frac{dy}{dt} = 0, \quad \text{pour} \quad \frac{m+1}{by^m} = \varepsilon.$$

C'est le cas d'un équilibre possible, la vitesse d'accroissement de la population étant nulle pour une valeur finie de y.

Un cas particulier simple correspond à la valeur $m = 1$. On a

alors

$$\frac{dy}{dt} = \varepsilon y - \frac{C}{2} y^2, \tag{16}$$

et l'équation intégrale sera

$$y = \frac{\frac{2\varepsilon}{C}}{1 + C_2 e^{-\varepsilon t}} \quad (C_2 \text{ constante arbitraire positive}), \tag{17}$$

ou encore

$$t = \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{Log} \frac{C_2 Cy}{2\varepsilon - Cy} \quad \left(\begin{array}{c}\text{Log désignant le}\\ \text{logarithme népérien}\end{array}\right) \tag{17'}$$

Les mêmes résultats peuvent être obtenus, si dans l'équation (8)

$$\frac{d^2 Ly}{dt^2} = 0,$$

qui exprime que sous l'action de la force d'inertie biologique, l'accélération du logarithme de la population est nulle, on remplace le zéro du second membre par le terme $-Ay'$ (A étant un coefficient positif constant), qui exprime l'action d'une force opposante proportionnelle à la vitesse d'accroissement de la population, de telle sorte qu'on aura

$$\frac{d^2 Ly}{dt^2} = -A \frac{dy}{dt}. \tag{18}$$

L'équation (17) ou (17') a été déduite, par d'autres raisonnements, par le mathématicien belge VERHULST, en 1845, et elle devait jouer un grand rôle dans la théorie mathématique de la population [1]. Elle caractérise la « courbe logistique » du mouvement de la population dans les pays civilisés contemporains. VERHULST a prévu, le premier, que, *contrairement à la doctrine de Malthus, l'accroissement de la population diminuerait graduellement, comme effet de la diminution de la natalité, et que le mouvement de la population tendrait vers un état stationnaire, une certaine limite numérique ne pouvant être dépassée*. En effet, la formule (17) donne, pour $t = \infty$, $y = \frac{2\varepsilon}{C}$; et la formule (16) montre qu' à cette limite la vitesse d'accroissement de la population est nulle.

---

[1] P. VERHULST, *Recherches mathématiques sur la loi d'accroissement de la population*. « Nouveaux Mémoires de l'Académie Royale de Bruxelles », tome XVIII, 18 5, p. 8. - Deuxième Mémoire, Tome XX, 1847, p. 4-6.

Ainsi qu'il a été dit précédemment, les professeurs R. Pearl et L. J. Reed ont retrouvé la même formule pour le mouvement de la population des États-Unis à partir de 1790. En se basant sur cette formule, ils ont calculé les chiffres limites de la population des États-Unis et de l'État de New York (197 millions et 35 millions respectivement); le nombre-limite serait presque atteint vers l'àn 2100, avec une population quasi-stationnaire. Ces prèvisions concordent avec celles de M. Nelson P. Lewis jusqu'à l'année 1970; après cette année apparaissent des divergences (1).

MM. Pearl et Reed ont appliqué une formule analogue pour la France, se basant sur les statistiques 1801-1911 et pour la Suède (statistiques 1750-1920). Ils ont trouvé les chiffres-limites pour ces deux pays 42,6 millions et 7,9 millions d'habitants (2). La formule qu'ils appliquent a la forme suivante:

$$(19) \qquad y = d + \frac{b}{c + ne^{-at}}.$$

Remarquons que, ne^{-at} devenant, pour une valeur de t suffisamment grande, petit par rapport à c, on a approximativement, en posant

$$(19') \qquad y = d + b\,(1 - ne^{-at}) = (d + b) - bne^{-at},$$

une formule identique à la formule (14) que nous avons déduite en intégrant l'équation (11) dans laquelle certains paramètres ont été annulés.

M. Yule a montré que la formule de Verhulst s'applique à la plupart des pays civilisés, où, pendant les dernières décades, se manifeste le double phénomène de la diminution de la natalité et de la diminution de mortalité : le procès qui a commencé en France à la fin du 18-e siècle est maintenant suivi selon la même courbe, dans un grand nombre d'autres pays civilisés, et partout se manifeste le mouvement vers un état stationnaire, la tendance vers la stabilisation. La restriction des naissances s'accentue. Après la guerre, il y a eu un

---

(1) R. Pearl and L. J. Reed, *On the Mathematical Theory of Population Growth*, « Metron » Vol. III, N. 1, 1923 ; R. Pearl and L. J. Reed, *On the Mathematical Theory of Population Growth*, Baltimore, 1924, p. 1-6. - Predicted Growth of population of New Jork, N. Y. C., 1923, pp. 7, 34, 36, 41-42.

(2) R. Pearl and L. J. Reed, *Predicted Growth of Population*, p. 34. - *The probable error of certain constants of the population Growth curve*, « The American. Journal of Hygiene » vol. IV, n. 3, May 1924.

arrêt momentané, et beaucoup d'Anglais craignaient même, en 1921, la surpopulation; on sait que l'année dernière la natalité en Angleterre est tombée à 16 par 1000. D'après M. YULE, l'exemple de la France montre que la limite vers laquelle tend le nombre de la population dans un pays civilisé ne dépend pas exclusivement de la limite des moyens de subsistance (1).

Supposons enfin dans l'équation (11)

$$a = b = 0, \quad \text{et} \quad \varepsilon - a' = -n < 0 :$$

la force résistante est donc proportionnelle à la vitesse dans un terme et au carré de la vitesse d'accroissement de la population dans un autre terme de son expression. L'équation (11) deviendra

$$v \frac{dv}{dy} = -nv - a'' v^2 ,$$

soit

$$\frac{dv}{dy} + a'' v = -n \tag{20}$$

L'intégrale première de cette équation est

$$v = \frac{dy}{dt} = e^{-a''y} - \frac{n}{a''} . \tag{20'}$$

La vitesse devient nulle, pour

$$e^{-a''y} = \frac{n}{a''} ,$$

par conséquent pour

$$y = \frac{1}{a''} \log \frac{a''}{n} . \tag{20''}$$

Il faut donc que l'on ait

$$\frac{a''}{n} = \frac{a''}{a' - \varepsilon} > 1.$$

L'intégration de l'équation (20) donne, en posant $\frac{a'}{n} = \frac{1}{m}$,

$$y = \frac{1}{a''} \log. \frac{1 + e^{-1n(t-t_0)}}{m} \tag{20'''}$$

(1) G. UDNY YULE, *The Growth of population and the factors which control it*, « Journal of the Royal Statistical Society », January 1925, p. 1 et suiv., v. p. 41

On voit bien que pour $t = \infty$,

$$y = \frac{1}{a''} \log \frac{1}{m} = \frac{1}{a''} \log \frac{a''}{n}.$$

Notre équation caractérise donc une nouvelle forme d'équilibre possible dans un mouvement démographiques vers un état stationnaire asymptotique.

Cette solution pourrait correspondre à la suggestion faite par Quetelet et citée par nous antérieurement au sujet d'une résistance qui croît « comme le carré de la vitesse avec laquelle la population tend à croître » (Quetelet n'a donné aucune formule mathématique).

Si, par contre, on se proposait de résoudre la question par l'équation

$$\frac{d^2 \log y}{dt^2} = - Av^2 \qquad \text{(A constante positive).}$$

on aurait pour l'intégrale première

$$v = C y e^{-\frac{Ay^2}{2}},$$

formule qui montre qu'avec cette condition l'équilibre ne serait pas possible, car la vitesse v ne devient nulle que pour $y = 0$ et pour $y = \infty$.

Si l'on remplace dans les équations (20) — (20''') y, par Ly, on obtient l'équation intégrale $y^{a''} = \frac{a''}{n}\left[1 + e^{-n(t-t_0)}\right]$, autre forme d'un équilibre asymptotique : pour $t = \infty$, $y^{a''} = \frac{a''}{n}$.

V.

Jusqu'ici, l'équilibre périodiquement cyclique du mouvement démographique n'a pas encore été étudié par les théoriciens, ce qui s'explique par l'intérêt spécial que la doctrine de la stabilisation asymptotique trouve dans le fait que son application paraît être assurée dans l'étude du mouvement de la population des pays civilisés contemporains. Or, rien ne prouve que cette forme du mouvement est la loi définitive de l'évolution numérique de l'espèce humaine et que, dans l'avenir, elle ne cédera pas la place à une autre loi, et notamment à la loi d'un cycle périodique.

Il est possible que dans l'antiquité, p. ex. en Grèce, l'histoire a déjà connu des périodes de surpopulation et de dépopulation

d'un caractère cyclique, celles-ci n'étant pas la conséquence exclusive des guerres ou des épidémies; elles pouvaient être dues aux conditions de l'existence matérielle, à la restriction volontaire des naissances ou aux facteurs biologiques intrinsèques. Les mêmes causes pourraient produire des résultats analogues dans la vie de la société moderne.

La restriction volontaire de la natalité chez les nations civilisées contemporaines peut avoir pour effet non seulement le ralentissement de l'accroissement de la population et sa stabilisation, mais aussi, plus tard, un excédent de la mortalité sur la natalité; la vitesse d'accroissement de la population peut devenir d'abord *nulle* et ensuite *négative*. Dans ce cas, la population commencera à *décroître*, et certains auteurs envisagent déjà cette perspective possible (1). La population diminuera jusqu'à une certaine limite inferieure, pour remonter après quelque temps, la vitesse changeant de signe, jusqu'à une limite supérieure, de façon à osciller entre deux limites, constantes ou variables.

Cette forme du mouvement pourrait être causée, en particulier, par des conditions économiques. Supposons, en effet, que la valeur $\frac{x}{y} = a$ (a étant toujours le minimum indispensable pour la vie) est atteinte et que $\frac{x}{y}$ tend à descendre au-dessous de ce minimum. Si la loi exprimée par les formules (3) et (4) agissait instantanément (après un *délai infiniment petit, et non fini*), *la force* résistante retiendrait la valeur de y, qui est celle de la racine de l'équation

$$\frac{x}{y} = \frac{C}{y} e^{-\int \frac{dy}{y} \theta(y)} = a, \tag{21}$$

constante et égale à cette racine. A ce moment, toute autre loi démographique cesserait d'agir, et la population resterait stationnaire, avec $\frac{dy}{dt} = 0$. En effet, l'augmentation de la population devrait causer immédiatement la diminuition de $\frac{x}{y}$, dont le résultat serait l'accroissement de la mortalité, combiné éventuellement avec la restriction de la natalité, ce qui devrait causer, à son tour, l'augmenta-

(1) Jean Bourdon, *Le mouvement de la population en Europe au XIX^e siecle*, « Mercure de France », 1 Janvier 1924, pp. 101-111.

tion de $\frac{x}{y}$, l'accroissement immédiat de y, etc.; la population devrait donc rester stationnaire. Mais la réaction dans la vie sociale ne se produit pas immédiatement; elle se produit après un délai fini, et la population peut décroître, avec $\frac{dy}{dt} < 0$, jusqu'au moment où l'action de la force résistante (augmentation de $\frac{x}{y}$ par l'abandon des terrains moins fertiles, etc.) aurait pour effet de diminuer la valeur absolue de $\frac{dy}{dt}$ de façon que cette vitesse négative puisse remonter de nouveau a zéro et redevenir positive. La population variera périodiquement.

Pour qu'un mouvement périodique puisse avoir lieu, il faut que la vitesse v puisse s'annuler et changer de signe, en passant par *maxima* et *minima*. Il faut donc que $\frac{dv}{dt}$ puisse s'annuler, et que $\frac{d^2v}{dt^2}$ ne s'annule pas en même temps que $\frac{dv}{dt}$. La différenciation de l'équation

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = a - by + (\varepsilon - a')\, v - a''\, v^2 \tag{11}$$

donne

$$\frac{d^2v}{dt^2} = -bv + (\varepsilon - a')\frac{dv}{dt} - 2a''v\frac{dv}{dt}.$$

On trouve pour $\frac{dv}{dt} = 0$,

$$\frac{d^2v}{dt^2} = -bv.$$

La condition est remplie, si $b \neq 0$.

Pour que le mouvement ne soit pas en même temps asymptotique, donc cyclo-asymptotique, il faut que y ne tende pas à une limite déterminée pour $t = \infty$.

Pour faciliter le calcul, nous poserons $a'' = 0$.

Si $\varepsilon - a' = -n$ est < 0, l'équation (11) prend la forme

$$\frac{d^2y}{dt^2} + n\frac{dv}{dt} + by = a \qquad (n > 0).$$

Si $n^2 - 4b < 0$, l'èquation intégrale sera

$$(22) \qquad y = \frac{a}{b} + C_1 e^{-\frac{nt}{2}} \cos(\alpha t + C_2),$$

où $\alpha = \frac{\sqrt{4b - n^2}}{2}$, C_1 et C_2 étant deux constantes arbitraires.

L'équation (22) est celle d'un *mouvement cyclo-asymptotique*. C'est un cycle avec une *amplitude variable évanouissante*, qui décroît indéfiniment de telle sorte que y tend vers un état stationnaire pour $t = \infty$; la valeur limite de y est $y = \frac{a}{b}$.

Supposons maintenant $\varepsilon - a' = -n = 0$. Dans ce cas $\alpha = \sqrt{b}$ et l'équation intégrale (22) devient

$$(23) \qquad y = \frac{a}{b} + C_1 \cos(\sqrt{b}\, t + C_2).$$

C'est un *cycle sinusoïdal*. La population varie périodiquement entre deux valeurs limites $\frac{a}{b} + C_1$ et $\frac{a}{b} - C_1$. Il est à remarquer, que le $\cos x$ varie faiblement pour les valeurs de x voisines de o ; le mouvement démographique peut sembler alors *asymptotiquement stationnaire*.

Choisissons le moment initial de telle façon que la vitesse $y' = C_1\sqrt{b} \sin(t\sqrt{b} + C_2)$ soit nulle à ce moment. La constante arbitraire C_2 aura la valeur O. Soit $\frac{a}{b} = 1$, $C_1 = k$, $b = m^2$. La formule (23) deviendra

$$(24) \qquad y = 1 + k \cos mt.$$

Il est évident que le coefficient k sera une fraction régulière positive: $0 < k < 1$. La population oscillera entre $1 + k$ et $1 - k$, et la vitesse d'accroissement de la population oscillera entre km et $-km$. La période complète du cycle sera $\frac{2\pi}{m}$. La population, égale a 1 pour $t = \frac{\pi}{2m}$, redeviendra égale à 1 au moment $t = \frac{\pi}{2m} + \frac{2l\pi}{m}$, où l est un nombre entier quelconque. Une demi-période correspond à l'accroissement de la population dans le rapport $\frac{1+k}{1-k}$, qui correspond, p. ex. à un nombre d'années $\frac{T}{2}$ s'exprimant par $\frac{\pi}{m}$; une

année s'exprime par $\frac{2\pi}{2mT} = \frac{\pi}{mT}$, soit

$$= \frac{\pi}{mT} = 1,$$

d'où $m = \frac{\pi}{T}$, de telle sorte que l'équation (24) peut s'écrire

$$(24') \qquad y = 1 + k \cos \frac{\pi t}{T}.$$

Si, par exemple, en π siècles = 314,16 années, la population croît dans le rapport 2 : 1 et ensuite tombe de nouveau au nombre initiale = 1, on a $k = \frac{1}{3}$, $T = 100\,\pi$, et l'équation devient

$$y = 1 + k \cos \frac{t}{100},$$

où t exprime le nombre d'années écoulées, et $\cos \frac{t}{100}$ est le cosinus de l'angle $\frac{t}{100}$, exprimé en radians $\left(\text{le radian } 1 = \frac{360^0}{2\pi}\right)$.

Avec l'équation $\frac{d^2 \log y}{dt^2} = -b \log y$, on aurait un autre cycle sous la forme $y = e^{k \cos mt}$, et la population oscillerait entre e^k et e^{-k} (k un nombre constant quelconque).

* * *

Il résulte de ce qui précède qu'une équation assez simple, aux paramètres variables, peut mettre en évidence la loi de la population évoluant aux différentes phases de la vie de l'espèce humaine. La loi du hasard se trouve à la base des équations de M. Volterra, qui se rapportent à l'époque préhistorique ancienne, précédant l'invention de l'agriculture. Ensuite commence le règne de la causalité qui s'étend aux époques de l'accroissement de la population suivant une progression géométrique ($a = b = a' = a'' = 0$), du mouvement asymptotique vers l'état stationnaire et des cycles périodiques.

Quant à la *loi de Malthus*, qui s'exprime par les formules $y = y_0 e^{\varepsilon t}$ ($\varepsilon > 0$) et $x = at$ ($a > 0$), elle n'est ni cyclique ni asymptotique. Puisque $\frac{x}{y} = \frac{a}{y_0} . t . e^{-\varepsilon t}$ décroît toujours avec le temps,

cette loi n'exprime aucune loi d'équilibre de la population; elle exprime seulement l'incompatibilité des deux mouvements énoncées dans ces deux formules et l'impossibilité d'un équilibre quelconque au cas où les tendances exprimées par les deux formules seraient réalisées. A un certain moment, elles deviennent contradictoires.

Comme dans l'histoire générale de l'humanité on voit des mouvements asymptotiques (progrès continu ou regression continue) et des mouvements périodiques (cycles de l'évolution historique), comme on découvre des lois pareilles dans l'histoire du monde physique et dans les procès cosmogoniques (cycles physico-chimiques), la loi de l'accroissement de l'entropie dans le monde (mort et régénération des astres), — l'évolution numérique de la population se présente également tantôt sous l'aspect d'un mouvement asymptotique, tantôt comme un mouvement périodique et cyclique.

ERNST WAIZNER.

Das Volkseinkommen Alt-Oesterreichs und seine Verteilung auf die Nachfolgestaaten.

Die vorliegende Untersuchung, die auf eine Anregung der Prof. GINI und WINKLER zurückgeht, hat es sich zur Aufgabe gemacht, das Volkseinkommen der einzelnen Gebietsteile festzustellen, in die die oesterreichische Reichshälfte der oesterreichisch-ungarischen Monarchie als Folge des Zusammenbruchs der Zentralmächte zerfallen ist (1).Sie geht vom gesamten Volkseinkommen Alt-Oesterreichs im Durchschnitt der Jahre 1911-1913 aus und führt eine örtliche Gliederung desselben nach jenen Gebieten durch, die seit dem Friedensvertrag von St. Germain den einzelnen Nachfolgestaaten angehören.

Der Beschäftigung mit dem so vieldeutigen und umstrittenen Begriff des Volkseinkommens muss die Bestimmung seines Inhalts und seines Umfanges vorhergehen. Wir definieren es mit WINKLER (2) als « Summe der wirtschaftlichen Werte, die einer Volkswirtschaft innerhalb einer Wirtschaftsperiode als wirksame Einnahmen nach Abzug der daran gesetzten Kosten zufliessen ». Dabei sind unter « wirksamen Einnahmen » alle jene Eingänge zu verstehen, die « einen wirklichen Zuwachs an wirtschaftlicher Verfügungsmacht » darstel-

(1) Die analoge Arbeit hat F. v. FELLNER für das ungarische Volkseinkommen der letzten Vorkriegsjahre durchgeführt. Vgl. seine Studie *Die Verteilung des Volksvermögens und Volkseinkommens der Länder der Ungarischen Heiligen Krone zwischen dem heutigen Ungarn und den Successionsstaaten* in « Metron » III, 2, 1923 (Auch als Sonderabdruck erschienen in der « Biblioteca del Metron », Serie B, n. 3). Bei dieser Gelegenheit sei auf zwei weitere Aufsätze im « Metron » hingewiesen, die Volkseinkommensberechnungen zum Gegenstand haben, u. zw. C. GINI, *Quelques chiffres sur la richesse et les revenus nationaux de quinze Etats* (Vol. III, 1) und J. A. VANDELLOS, *La richesse et le revenu de la péninsule ibérique* (Vol. V, 4).

(2) Art. *Einkommen* im *Hdw. d. Stw.* IV. Auflage, 3. Bd., p. 376.

len ; ausgeschlossen sind somit Verkäufe von festen Kapitalbeständen, Abhebungen von Spareinlagen, Aufnahmen von Schulden (1), Vorgänge, die Verschiebungen im Vermögen, aber keinen Vermögenszuwachs bedeuten. Unter « Kosten » sind in diesem Zusammenhang die *volkswirtschaftlichen* im Gegensatz zu den *privatwirtschaftlichen* Kosten zu verstehen, das sind alle jene Güter, « die zwecks Gewinnung des Ertrages zerstört (und nicht bloss umgeformt) werden » (Saatgut, Kohle) und ferner die Abnutzung des Produktivkapitals (Fabriksgebäude, Maschinen, usw) (2).

Das so bestimmte Volkseinkommen kann im Wesentlichen nach zwei verschiedenen Methoden erfasst werden. Einmal nach der überwiegend objektiven oder realen Methode und zum anderen nach der überwiegend subjektiven oder personalen Methode. Gewisse Teile des Volkseinkommens sind der Erfassung lediglich nach einem dieser beiden Verfahren zugänglich. Die Berechnung der Naturalform nimmt von der Produktionsstatistik (Ernte-, Bergbau-, gewerbliche Produktionsstatistik etc.) ihren Ausgang, muss aber für grosse Teile des Volkseinkommens (Nutzungen, Dienstleistungen) die Mitwirkung des subjektiven Verfahrens in Anspruch nehmen. Dieses bedient sich in der Hauptsache der Einkommenstatistik (resp. Einkommensteuerstatistik), der Lohnstatistik etc. und vermag mit seinen eigenen Mitteln einen grösseren Teil des Volkseinkommens zu erfassen als dies der reinen objektiven Methode möglich wäre. Grundsätzlich sollen jedoch beide Formen des Volkseinkommens zu ein und demselben Resultat kommen, so dass von einer Doppelgestalt, von einer Doppelgrösse des Volkseinkommens nicht gesprochen werden kann (3).

Es erscheint geboten, ein Merkmal der gegebenen Definition noch schärfer herauszuarbeiten. Unter der Summe der wirtschaftlichen Werte, die einer Volkswirtschaft als « wirksame Einnahmen » zuwachsen, kann sowohl das gesamte innerhalb der Wirtschaftsperiode *erzeugte* als auch das innerhalb derselben *verfügbare* Volkseinkommen verstanden werden. Das erzeugte und das verfügbare Volkseinkommen sind zwei Grössen, die infolge internationaler Verbundenheit der Volkswirtschaften nicht notwendig identisch sein müssen. Geht man nämlich von der Naturalform des Volkseinkommens aus, so enthält die Volkseinkommenssumme Bestandteile, die wohl im

(1) *A. a. O.*, p. 368.
(2) *A. a. O.*, p. 371.
(3) Vgl. WINKLER *a. a. O.*, p. 376.

Inland erzeugt wurden, jedoch auf Grund rechtlichen Anspruches ins Ausland fliessen. Umgekehrt enthält das Volkseinkommen, wenn es in seiner Geldform dargestellt wird, Bestandteile, die aus dem Ausland einfliessen, und zwar nicht nur auf Grund rechtlicher Ansprüche, sondern auch unter anderen Titeln, aber für die Volkswirtschaft verfügbar sind (1). Dieser zweite, konsumwirtschaftlich orientierte Begriff des *verfügbaren* Volkseinkommens ist es, wie WINKLER in seinem zweiten Artikel (2) ausführt, den die Statistik ihren Berechnungen des Volkseinkommens zugrundelegt und für den auch er sich entscheidet, wenn er als Objekt der Volkseinkommensberechnung « den Fonds derjenigen wirtschaftlichen Werte (Güter, Dienstleistungen, Verbrauchsnutzungen) » bestimmt, « über die die Bevölkerung eines wirtschaftlichen Gebietes ohne Beeinträchtigung ihrer Vermögenslage frei verfügen kann ».

Die Naturalform des Volkseinkommens setzt sich aus Gütern, Nutzungen und Dienstleistungen zusammen, die der Volkswirtschaft innerhalb der Wirtschaftsperiode rein, d. i. nach Abzug der volkswirtschaftlichen Kosten zuwachsen. Es ist demnach vor allem der volkswirtschaftliche Nettoertrag der nationalen Gütererzeugung zu berechnen; sie zerfällt in die Urproduktion (Landwirtschaft, Viehzucht, Wein- und Obstbau, Gemüsegärtnerei, Forstwirtschaft, Jagd und Fischerei), Bergbau und Hüttenproduktion, gewerbliche Produktion (Grossindustrie und Handwerk) und Handel und Verkehr. Bei Festsetzung des Anteiles, den der Handel zum Volkseinkommen beiträgt, wird die Produktionsstatistik und mit ihr die reale Methode in vielen Punkten bereits versagen (z. B. Bank- und Versicherungsgewerbe) und es wird sich schon hier die Notwendigkeit ergeben, das volkswirtschaftliche Einkommen aus diesen Erwerbsquellen unter Zuhilfenahme der subjektiven Methode zu bestimmen. Die Nutzungen zerfallen in Erzeugungs- und Verbrauchsnutzungen. Die ersteren sind bereits im Wert der nationalen Produktion enthalten, die letzteren sind gesondert anzurechnen. Ebenso sind die Erzeugungsdienstleistungen bereits im Wert der Güter mitveranschlagt, während

---

(1) Vgl. hiezu: BOWLEY und STAMP, *The National Income* 1924, Oxford, 1927, p. 39 ff und COLM, *Grundsätzliche Bemerkungen zum Begriff des Volkseinkommens und Volksvermögens*, in DIEHL, *Beiträge zur Wirtschaftstheorie, Schriften des Vereins für Sozialpolitik* 173. Bd. I. Teil, p. 37, München, 1926.

(2) *Statistik des Volkseinkommens, Hdw. d. Stw.* IV. Auflage, 8. Bd., p. 747.

die Verbrauchsdienstleistungen (1) besonders in die Rechnung einzusetzen sind.

In der Geldform des Volkseinkommens entsprechen den obigen naturalen Bestandteilen: 1. die Summe aller Individualeinkommen (Einkommen aus Besitz jeder Art (Grund, Gebäude und Kapital), Unternehmereinkommen, Löhne, Gehälter) unter Ausschluss des abgeleiteten Einkommens (Pensionsbezüge, Almosen etc.), 2. das Einkommen der juristischen Personen und die Erträgnisse der öffentlichen Erwerbsunternehmungen, soweit sie nicht unter 1.) bereits erfasst sind, und 3. der Geldwert der unentgeltlich zur Verfügung gestellten Dienstleistungen und Nutzungen.

Die beiden in dieser Weise auf verschiedenen Wegen gefundenen Summen werden nicht identisch sein, weil — wie bereits erwähnt — der ins Ausland fliessende Anteil am Ertrag der Güterproduktion, an den Nutzungen etc. in der Naturalform enthalten ist, nicht aber in der Geldform, die ihrerseits aus dem Auslande eingeflossene Beträge einschliesst, denen in der Naturalform kein Aequivalent gegenübersteht. Je nachdem, ob man das im Inland erzeugte oder das im Inland verfügbare Volkseinkommen ermitteln will, wird man nun in verschiedener Weise vorgehen, um die Uebereinstimmung zwischen Natural und Geldform herzustellen. Im ersten Falle ist die Geldform um die vom Ausland eingeflossenen Beträge zu vermindern und dann um die ins Ausland geflossenen zu vermehren. Im anderen Falle sind an der Naturalform die entgegengesetzten Operationen auszuführen.

Nachdem wir so die methodologischen Grundlagen der Untersuchung in grossen Zügen dargelegt haben, wenden wir uns der statistischen Erfassung des Volkseinkommens Alt-Oesterreichs in den letzten Vorkriegsjahren zu. Die Untersuchung wird in der Weise vor sich gehen, dass wir zuerst die Schätzung nach der personalen Methode vornehmen. Daran schliesst sich die Schätzung nach der überwiegend realen Methode, die in erheblichem Masse auf die Ergebnisse der personalen Methode zurückgreifen muss. Im Zusammenhang mit der Erfassung des Volkseinkommens Alt-Oesterreichs nach der realen Methode erfolgt die Aufteilung der einzelnen Posten auf die Nachfolgestaaten.

(1) Die Verbrauchsdienstleistungen und Nutzungen bilden nach Ansicht einiger Autoren, zu denen auch FELLNER und GÜRTLER gehören, deren einkommensstatistische Arbeiten für unsere Untersuchung von be-

I. Schätzung nach der personalen Methode

1. Individualeinkommen.

Bei der Darstellung des Volkseinkommens nach der (überwiegend) subjektiven Methode ergeben sich folgende Gruppen von Einkommen:

1. Das Einkommen der physischen Personen, soweit ihnen dasselbe aus Erwerbstätigkeit zufliesst. Der Begriff der « Erwerbstätigkeit » ist hier im weitesten Sinne zu fassen und wir bezeichnen nur jene Einkommen als nicht durch Erwerbstätigkeit erzeugt, als abgeleitet, denen kein Aequivalent in der Naturalform des Volkseinkommens entspricht (1), also die Einkommen der Bettler, Ausgedingleute, von Unfall- und Altersrenten Lebenden, in öffentlicher Armenversorgung Stehenden, Pensionisten, Insassen von Kranken- und Irrenhäusern etc. - Bowley und Stamp (2) weisen darauf hin, dass die Gesamtsumme aller in Geld veranschlagten Einkommen ein irreführendes Bild von der Wirklichkeit gibt, weil in ihr gewisse Einkommen enthalten sind, die aus Steuern bestritten werden. Da diese bei Veranschlagung des Gesamteinkommens der Steuerzahler nicht als Abzugspost behandelt werden, so erscheinen diese « transfers (3) of money income or purchasing power » in der Totalsumme zweimal. Sie bestimmen auch demgemäss das « Social Income » als die Totalsumme der Individual- und Kollektiveinkommen, abzüglich der Einkommen « received by compulsory deductions from other incomes in return for no services or services not rendered in the year in question » (ibid.) und unternehmen es, den Umfang dieser abgeleiteten Einkommen ziffernmässig festzustellen. Hermberg(4) leugnet die Möglichkeit der Ausscheidung dieser Bestandteile, wenn er ausführt, dass « das Unterfangen, zu bestimmen, welche dieser das verfügbare Einkommen der Einzelwirtschaft kürzenden Abzüge

---

sonderer Bedeutung sind, *keine* Bestandteile des Volkseinkommens. Diese Lehrmeinung darf heute im Wesentlichen als widerlegt gelten. Vgl. die zitierten Arbeiten von Bowley und Stamp, Shirras, Winkler u. a. m.

(1) Vgl. Winkler, Artikel *Einkommen* im *Hdw. d. Stw.* IV. Aufl., 3. Band, p. 375.

(2) Bowley und Stamp, *The National Income* 1924, p. 41.

(3) « For which the recipient renders no current economic services » (ibid.).

(4) P. Hermberg, *Volkswirtschaftliche Bilanzen*, Leipzig 1927, p. 29.

tatsächlich « produktiv » sind und welche nur als Belastung wirken, wie alle Versuche, aus den Einkommen diejenigen auszuscheiden, die nicht für die Schaffung von Werten bezahlt werden, von vornherein zur Erfolglosigkeit verurteilt » ist.

Im Gegensatz zu FELLNER (1) und GÜRTLER (2) gelten uns Einkommen von Aerzten, Advokaten, Lehrern, etc., das Einkommen der sogenannten liberalen Berufe sowie das der öffentlichen Angestellten nicht als abgeleitet.

2. Das Einkommen der « juristischen » Personen, soweit sie nicht unter 1. bereits veranschlagt sind. Solche Einkommensteile wären z. B. die ausgewiesenen Reingewinne der Aktiengesellschaften, soweit sie nicht als Dividenden, Tantiemen etc. verteilt werden (Ausgewiesene und stille Reserven etc.).

3. Die Erträge der öffentlichen Wirtschaftsbetriebe, die Einnahmen der Gemeinden und Länder und des Staates, soweit sie nicht unter 1. enthalten sind.

4. Der Wert der von den Hausfrauen im eigenen Haushalt geleisteten Arbeit ist in Geld zu veranschlagen, insoferne ihr ein naturales Aequivalent gegenübersteht.

5. Der Wert der Verbrauchsnutzungen (ausser der des Wohnens, der im Einkommen aus Gebäudebesitz bereits berücksichtigt ist) wäre in Rechnung zu stellen. Hiezu gehören auch die « Realnutzungen gemeinwirtschaftlichen Eigentums (Bibliotheken, Spitäler, Schulen u. s. w.) » (3).

Die Grundlage der folgenden Berechnung bildet die Berufszählung von 1910, die für unsere Zwecke einer eingehenden Analyse zu unterziehen ist. Die « *Berufsstatistik nach den Ergebnissen der Volkszählung vom* 31.XII.1910 » (4) weist (im 1. Heft, p. 2) 16,020.405 Berufstätige aus. In dieser Zahl sind jedoch auch Personen enthalten, die abgeleitetes Einkommen bezogen und zwar:

---

(1) *A. a. O.*, p. 489, und p. 576.

(2) *A. a. O.*, p. 412.

(3) v. PHILIPPOVICH, *Das Einkommen nach dem Berufe und der Stellung im Berufe usw.*, in « Zeitschrift für Volkswirtschaft, Sozialpolitik, etc. ». 15. Band, Wien, 1906, p. 498.

(4) *Oesterreichische Statistik*, N. F., 3. Band, Wien, 1916.

Berufsgruppe:

D XXIX/2	Ausgedingleute	444.593
» » 3	Von Unfalls-, Alters- und ähnlichen Renten Lebende	14.295
» » 4	In öffentlicher Armenversorgung (ausserhalb der Anstalten)	67.110
» » 5	Pensionisten	170.688
» » 6	Almosenempfänger	24.534
» XXX/1–5	In Anstalten (soweit nicht einem Berufe zugerechnet) und in Berufsvorbereitung Befindliche	431.712
		1.152.932
	Hiezu kommt noch C XXIV/3 « zeitweilig stellenlose Dienstleute »	8.430
	Diese	1.161.362

Personen von der Gesamtheit der Berufstätigen abgezogen, verbleiben 14,859.043. In dieser Zahl sind nicht enthalten 470.072 Personen, die unter « Hausdienerschaft, Dienstboten » gesondert ausgewiesen werden. Durch Addition dieser beiden Posten kommen wir auf 15,329.115 in unserem Sinne Erwerbstätige. Diese Zahl gilt für den Stichtag des 31.XII.1910, während für unsere Zwecke der Stand vom 30.VI.1912, als Mitte zwischen 1.I.1911 und 31.XII.1913 in Betracht zu ziehen ist. Die berufstätige Bevölkerung nach dem Stande vom 31.XII.1910 = 1.I.1911 ist bekannt als Ergebnis der Volkszählung. Wir nehmen an, dass die berufstätige Bevölkerung etwa im gleichen Masstab wie die gesamte Zivilbevölkerung zunimmt. Nach dem *Oesterr. Statistischen Handbuch für* 1913, p. 4, betrug die Zivilbevölkerung am

31. XII. 1910 (Volkszählungsergebnis)	28.324.940
Für Ende 1911 wurden (ibid.) berechnet	28.516.220
» » 1912 » » »	28.748.850

Durch Interpolation lässt sich die Zivilbevölkerung am 30. VI. 1912 berechnen: $\sqrt{\frac{28.748.850}{28.516.220}} = 1{,}00407$.

Diesen Aufzinsungs-Faktor auf 28,516.220 angewendet, erhält man als für den 30.VI.1912 berechnete Zivilbevölkerung 28,632.281; das bedeutet gegenüber dem 31.XII.1910 eine Zunahme von 307.341 oder 1,08505%. In der Annahme, dass die berufstätige Bevölkerung

etwas rascher stieg als die gesamte Zivilbevölkerung, werden wir die Ergebnisse der Berufsstatistik für das Jahr 1910 (31.XII.) um 1,1% erhöhen, um auf den Stand vom 30.VI.1912 zu kommen.

Es geht jedoch nicht an, diese Erhöhung um 1,1% ganz schematisch auf alle Teile der Erwerbstätigen nach dem Stande von Ende 1910 anzuwenden. Gewisse grosse Gruppen sind auszunehmen, da die ihrer Entwicklung innewohnende Tendenz — soweit sie sich aus der Veränderung zwischen den Volkszählungsergebnissen von 1900 und von 1910 erschliessen lässt — gegensätzlich gerichtet ist. Zu diesen Gruppen gehört die landwirtschaftliche Arbeiterschaft (Arbeiter, Lehrlinge und Taglöhner zusammen), die im ersten Jahrzehnt unseres Jahrhunderts um 131.164 Personen, das sind 6,289% des Standes von 1900, abgenommen hat. Diese Gruppe der Erwerbstätigen setzen wir für Mitte 1912 mit derselben Ziffer an, die für Ende 1910 ausgewiesen ist. Desgleichen sind die Mithelfenden in der Landwirtschaft zwischen 1900 und 1910 — wenn auch nur ganz unbedeutend zurückgegangen und man dürfte in der Annahme wohl nicht fehlgehen, dass die Kategorie der mithelfenden Familienmitglieder in keiner Berufsart nach 1910 zugenommen hat. Es wird daher von einer Erhöhung der Zahl der mithelfenden Familienmitglieder vom Jahre 1910 abgesehen und vielmehr diese Ziffer als für Mitte 1912 gültig beibehalten. Nach Abzug der obenerwähnten beiden Gruppen verbleiben 9.218.958 Erwerbstätige, die um 1,1% zu erhöhen sind (1). Fügt man der erhöhten Zahl die vorher ausgeschalteten Gruppen

---

(1) Hat nun die Zunahme der erwerbstätigen Bevölkerung - wie wir voraussetzen - mit der der Gesamtbevölkerung etwa gleichen Schritt gehalten und haben wir andrerseits feststellen müssen, dass bestimmte Gruppen (die landwirtschaftlichen Arbeiter und die « Mithelfenden Familienmitglieder ») an dieser Bewegung nicht teilgenommen haben, so ergibt sich die Notwendigkeit, den verbleibenden Rest als in stärkerem Masse angewachsen anzunehmen. Der Nachwuchs an Erwerbstätigen hat sich den anderen Kategorien von Erwerbenden in höherem Masse zugewendet. Wenn wir trotzdem den nach Abzug der beiden oben angeführten Gruppen verbleibenden Rest von Erwerbstätigen um nur 1,1% erhöhen und damit den Stand der Jahresmitte 1912 ermittelt zu haben vorgeben, so soll der damit begangene Fehler zum Ausgleich eines anderen, im entgegengesetzten Sinn wirkenden dienen, der sich nicht wohl vermeiden liess. Im Folgenden wird die Zahl der Zensiten von der Zahl der Erwerbstätigen in Abzug gebracht, um so die Zahl der Einkommen unterhalb der Steuergrenze zu bestimmen. Dabei erscheinen die Begriffe « Zensit » und « Erwerbstätiger » miteinander identifiziert, obwohl dieses Verhältnis bei den Haushaltungen, die zur Veranlagungseinheit der Zensiten zusammengefasst

wieder hinzu, so erhält man als Stand der Erwerbstätigen für den Durchschnitt der Jahre 1911-1913 15.430.500 Personen, deren jährliches Einkommen im Durchschnitt dieses Zeitraumes in Geld zu veranschlagen ist.

Die Gesamtheit der Erwerbstätigen zerfällt in 3 Klassen:

1. In solche, deren steuerpflichtiges Jahreseinkommen über 1.200 K betrug, die also von der Personaleinkommensteuer erfasst wurden.

2. In solche, deren Einkommen wohl über 1.200 K betrug, aber nicht steuerpflichtig war.

3. In solche, deren Einkommen unter 1.200 K war.

Für die Gruppe der Einkommensteuerpflichtigen enthalten die *Mitteilungen des k. k. Finanzministeriums* (1) Daten.

Es wurden gezählt:	1911	1.404.703	Zensiten
» » »	1912	1.545.118	»
» » »	1913	1.711.176	»
Durchschnitt	1911/13	1.553.666	

Weiters werden auf p. 106-7 Zensiten ausgewiesen, die nicht in obigen Zahlen enthalten sind, weil sie nach § 173, Abs. 4 von der Personaleinkommensteuer befreit waren. Es sind dies:

1911	37.247	Zensiten
1912	41.076	»
1913	42.982	»
Durchschnitt	40.435	Zensiten

Es haben also 1,594.100 Personen ein Einkommen über 1.200 K deklariert, dessen einbekannte Höhe aus der Einkommensteuerstatistik ersichtlich ist. Unter diesen waren jedoch auch Personen, deren Einkommen wir als abgeleitet betrachten (Pensionisten). Deren Anzahl wird durch eine weiter unten (2) folgende Schätzung mit rund 84.000 festgestellt. Diese scheiden aus unserer Rechung aus.

---

sind, nicht durchwegs vorliegt. Bei dieser - leider einzig möglichen - Vorgangsweise erscheint die Zahl der Einkommen unter der Steuergrenze als zu hoch bemessen und wir haben versucht diesem Uebelstand durch eine im entgegengesetzten Sinne wirkende Beeinflussung zu steuern.

(1) XXI. Jg., Wien, 1916, p. 99. ff.

(2) Siehe Seite 108 der vorliegenden Arbeit.

Es verbleiben dann 1,510.100 erwerbstätige Zensiten, das sind 9,786% der oben mit 15,430.500 angenommenen Erwerbstätigen. Das Einkommen der restlichen 90,214% muss durch Schätzung ermittelt werden. Um für diese Schätzung einige Anhaltspunkte zu gewinnen, ist es notwendig festzustellen, wie sich diese Teilmasse, die 9 Zehntel der ganzen ausmacht, auf die einzelnen Berufsgruppen und innerhalb dieser auf die einzelnen sozialen Klassen verteilt. Dieser Feststellung muss eine Zergliederung der Zensiten nach diesen beiden Gesichtspunkten vorausgehen, denn nur durch Subtraktion der entsprechend gegliederten Zensiten von der ebenso gegliederten Gesamtheit der Erwerbstätigen ist die Gliederung des verbleibenden Restes und die Einsicht in sein Gefüge möglich. Die Gliederung der Zensiten nach Berufen und nach ihrer Stellung im Berufe wurde in Oesterreich zuletzt im Jahre 1908 und zwar für das Jahr 1903 durchgeführt (1). Dadurch, dass man gezwungen ist, auf das Jahr 1903 zurückzugreifen, um die Gliederung der Zensiten nach Beruf und Stellung im Berufe zu erfahren, wird in diese Schätzung, die ihrer Natur nach nur roh und ungefähr sein kann, ein weiteres Moment zusätzlicher Unverlässigkeit hineingetragen, das die Verwendbarkeit der Resultate in bedauerlichem Ausmass beeinträchtigen muss. Die erwähnte Veröffentlichung weist in ihrem I. Teil, p. 172 ff. (Tab. XXVII) für das Jahr 1903 907.400 im Inlande lebende Zensiten ohne « persönlichen Privatdienst » aus. Dieser kann aus p. 91-92 des II. Teiles annähernd ermittelt und obiger Zahl zugerechnet werden. Man erhält dann 912.100 Zensiten. Aus der angeführten Tabelle geht wohl die Zugehörigkeit der Zensiten zu den grossen Berufsgruppen (1. Land- und Forstwirtschaft, 2. Industrie, 3. Handel und Verkehr, 4. liberale Berufe) hervor, die Gliederung nach der Stellung im Berufe ist jedoch nur unzulänglich durchgeführt, da die Unterteilung der Unselbständigen in Angestellte und Arbeiter nur an den letzten Zusammenfassungen vorgenommen wird. Es war deshalb notwendig, die Tabelle I des 2. Teiles dieser Veröffentlichung heranzuziehen, aus der das gesuchte Verhältnis zwischen Angestellten und Arbeitern in den genannten 4 grossen Berufsgruppen errechnet werden konnte. Es ergaben sich dann für 1903 folgende Ziffern (in Tausenden)

(1) Vgl. *Beiträge zur Statistik der Personaleinkommensteuer in den Jahren* 1903 *bis* 1907.

	Selbständige	Angestellte	Arbeiter
Land- und Forstwirtschaft	70.3	10.2	2.6
Industrie- und Bergbau (1)	155.7	43.5	146.9
Handel und Verkehr	100.9	70.9	59.8
Produktive Berufe	326.9	124.6	209.3
Freie Berufe u. öffentl. Dienst	16.6	114.4	30.1
Rentner und Hausbesitzer	37.0	—	—
Pensionisten	40.3	—	—
Militär	—	8.2	—
Persönlicher Privatdienst	—	0.6	4.1
Summe:	420.8	247.8	243.5

Die nächste Aufgabe bestand nun darin, von der Ziffer für 1903 in der Höhe von 912.100 Zensiten auf die für den Durchschnitt der Jahre 1911-1913 festgestellte zu kommen. Der Zuwachs beträgt 682.000 Zensiten oder 74,77% des Standes von 1903. Unter den spärlich sich bietenden Möglichkeiten wurde folgende Lösung gewählt. Die Erhöhung geschieht in 2 Etappen. Die erste berücksichtigt in grossen Zügen die individuellen Entwicklungstendenzen, die der Vergleich der Berufszählung von 1900 mit der von 1910 erkennen lässt; die zweite erhöht alle so gewonnenen Ziffern generell - damit das allgemeine Ansteigen der Nominaleinkommen widerspiegelnd - in dem zur Erreichung der als Ziel gesteckten Zahl von 1,594.100 erforderten Ausmass. Unter Benützung der Berufs-Statistik liess sich als ungefährer Zuwachs von 1900-1910 in Prozenten des Anfangsstandes ermitteln:

	Selbständige	Angestellte	Arbeiter
Land- und Forstwirtschaft	20.0	7.6	—
Industrie und Bergbau	22.5	50.1	21.0
Handel und Verkehr	28.8	48.5	23.0
Liberale Berufe	18.7	77.2	55.9
Rentner und Hausbesitzer	16.6	—	—
Pensionisten	61.1	—	—
Militär	—	7.8	—

Der mit Hilfe dieser Prozente bestimmte Zuwachs betrug 231.000. Es verblieb somit noch eine Differenz von 361.000, die rund 30% des neuen, bereits einmal erhöhten Standes darstellen. Die um diesen Prozentsatz vermehrten Ziffern sind in der folgenden Uebersicht in der dritten Zeile unter dem Titel «Zensiten» ausgewiesen. Die erste Zeile gibt immer den Stand nach der Berufszählung vom 31.XII.1910 an.

(1) Incl. Gast- und Schankgewerbe.

Uebersicht I.

Erwerbstätige im Durchschnitt 1911-1913

(in Tausenden)

	Selbständige	Angestellte	Arbeiter
Land- und Forstwirtschaft	2.598.8	22.3	1.954.4(1)
erhöht um 1,1 %	2.627.4	22.5	—
davon Zensiten	109.5	14.0	3.0
verbleiben mit Einkommen unter 1.200 K	2.517.9	8.5	1.951.4
Industrie und Gewerbe (2)	719.0	112.5	2.924.0
erhöht um 1,1 %	726.9	113.7	2.956.2
davon Zensiten	247.5	84.5	231.0
mit Eink. unter 1.200 K	479.4	29.2	2.725.2
Handel und Verkehr (3)	307.8	166.4	577.2
erhöht um 1,1 %	311.3	168.2	583.5
davon Zensiten	169.0	136.5	95.5
mit Eink. unter 1.200 K	142.3	31.7	488.0
Freie Berufe und öffentlicher Dienst, ohne Militär	70.8	298.5	152.1
erhöht um 1,1 %	71.6	301.8	153.8
davon Zensiten	25.5	264.5	69.0
mit Eink. unter 1.200 K	46.1	37.3	84.8
Rentner und Hausbesitzer	84.9		
erhöht um 1,1 %	85.8		
davon Zensiten	56.0		
mit Eink. unter 1.200 K	29.8		
Pensionisten	170.7		
erhöht um 1,1 %	172.6		
davon Zensiten	84.0		
mit Eink. unter 1.200 K	88.6		

Mit dieser Uebersicht haben wir an der bereits nach den grossen Berufsgruppen und der Stellung im Berufe gegliederten Masse der Einkommensempfänger eine weitere Gliederung nach der Einkommenshöhe vorgenommen (in Einkommen über und Einkommen unter 1.200 K) und haben nunmehr das Einkommen selbst zu berechnen. Wir wenden uns zuerst den Einkommen über der Steuergrenze zu. Das Bruttoeinkommen der Zensiten betrug (4)

im Jahre 1911	K.	5.382.263.557
» 1912	»	5.960.596.333
» 1913	»	6.641.884.503
somit im Durchschnitt der Jahre 1911-13 .	»	5.994.914.798

(1) Nicht erhöht.

(2) Incl. Gast- und Schankgewerbe, Berufsgruppe XXIII.

(3) Ohne Selbständige der Gruppe XXIV und ohne Gast- und Schank-Gewerbe.

(4) Vgl. *Mitteilungen des k. k. Finanzministeriums* XXI. Jg., p. 99 ff.

Dazu kommt noch das Bruttoeinkommen der nach § 173, Abs. 4 von der Personaleinkommensteuer Befreiten (1) und zwar:

im Jahre 1911	K	51.850.397
» 1912	»	57.770.539
» 1913	»	60.733.882
somit im Durchschnitt der Jahre 1911/13	K	56.784.939

Das der Steuerbehörde einbekannte Einkommen belief sich demnach im Durchschnitt der Jahre 1911-13 auf K 6.051,699.737. Zu diesem Betrag ist noch ein Zuschlag zu machen für jene « Einkommensteile, die wegen *unrichtigen Bekenntnisses* der Erfassung entgangen sind » (2). Die Höhe dieses Zuschlages muss mehr minder willkürlich bestimmt werden. Es ist vielleicht nicht ganz unberechtigt, den Zuschlag für verheimlichtes Einkommen für Alt-Oesterreich vor dem Kriege in ähnlicher Höhe zu bemessen, wie dies bei verschiedenen Berechnungen des Deutschen Volkseinkommens geschehen ist. So schätzt ihn HELFFERICH (3) auf 10%, ROGOWSKI (4) auf 10-18%, MAY (5) sogar auf 25%. Wir stufen die Höhe der Zuschläge nach den Einkommensquellen ab und zwar erhöhen wir

das Einkommen aus Dienstbezügen	um	5 %
» » Grund-und Gebäudebesitz . .	»	10 »
» » selbständigen Unternehmungen und Kapitalvermögen . .	»	25 »
und das « sonstige Einkommen »	»	15 »

Unter Berücksichtigung dieser Zuschläge für hinterzogenes Einkommen erhöht sich das Einkommen der Zensiten um

K 855,239.129 auf K 6.906,938.865

und diese Summe gliedert sich nach Einkommensquellen auf Grund der « *Mitteilungen des k. k. Finanzministeriums* » (6) wie folgt:

---

(1) Vgl. *Mitteilungen des k. k. Finanzministeriums* XXI. Jg., p. 106-7.

(2) WINKLER, Zit. Art. *Einkommen*, p. 397.

(3) K. HELFFERICH, *Deutschlands Volkswohlstand* 1888-1913, IV. Aufl., Berlin, 1914.

(4) E. ROGOWSKI, *Das Deutsche Volkseinkommen*, Berlin, 1926, p. 64 ff.

(5) R. E. MAY, *Das Deutsche Volkseinkommen im Jahre* 1900 *usw.* In « Jahrbuch für Gesetzgebung, Verwaltung, etc. », Jg. 1903, p. 195 ff.

(6) XXI. Jg., p. 99 ff., resp. XIX. Jg., 878 und XXI. Jg., p. 438.

1.	Aus Grundbesitz	K 427.288.504		
	plus 10 % Zuschlag	» 42.728.850	K	470.017.354
2.	» Gebäudebesitz .	» 538.674.637		
	plus 10 % Zuschlag	» 53.867.464	»	592.542.101
3.	» selbständigen Unternehmungen	» 1.753.799.605		
	plus 25% Zuschlag	» 438.449.901	»	2.192.249.506
4.	» dienstlichen Bezügen	» 2.505.110.611		
	plus 5 % Zuschlag	» 125.255.531	»	2.630.366.142
5.	» Kapitalvermögen	» 709.134.265		
	plus 25 % Zuschlag	» 177.283.566	»	886.417.831
6.	» sonstigem Einkommen	» 117.692 114		
	plus 15 % Zuschlag	» 17.653.817	»	135.345.931
			K	6.906.938.865

Ueber die Verteilung des Einkommens nach Berufsgruppen und Stellung im Berufe sind - wie bereits erwähnt - die letzten Angaben für das Jahr 1903 gemacht worden und soweit dieser Zeitraum auch zurückliegt, müssen doch die damals publizierten Daten herangezogen werden, um die Aufteilung des Einkommens über dem Steuerminimum nach diesen Gesichtspunkten vornehmen zu können. Es wurde zu diesem Zwecke das durchschnittliche Einkommen pro Zensiten im Jahre 1903 festgestellt und gleich 100 gesetzt und auf dieses das Einkommen der nach den grossen Berufsgruppen und innerhalb derselben nach sozialen Klassen gegliederten Einkommensempfänger bezogen. Es ergaben sich dann 13 Verhältniszahlen und diese aus der Einkommensteuer-Statistik des Jahres 1903 gewonnenen Verhältniszahlen wurden auf den Durchschnitt der Jahre 1911-1913 angewendet. Dieser betrug K 4.457 gegen K 3.585 im Jahre 1903, wobei allerdings zu berücksichtigen ist, dass für die Jahre 1911-13 ein Zuschlag von 15% im Durchschnitt gemacht wurde, was für 1903 unterblieben ist. So entfallen als Einkommen im Durchschnitt der Jahre 1911-1913 auf einen

	Selbständigen	*Angestellten*	*Arbeiter*
in der Landwirtschaft	5.830	3.583	1.952
» Industrie und Gewerbe	5.375	4.724	2.095
» Handel und Verkehr	5.402	4.617	2.269
» den liberalen Berufen und im öffentlichen Dienst	8.179	4.457	2.135
und auf einen Rentner oder Hausbesitzer	8.874	—	—

Diese Durchschnittseinkommen sind mit den in Uebersicht I ausgewiesenen « Zensiten »-Zahlen zu multiplizieren. Das Resultat ist in Uebersicht II ausgewiesen (1).

Aus der Uebersicht I ist die Anzahl der Einkommen unter 1.200 K in den einzelnen grossen Berufsgruppen und sozialen Klassen ersichtlich und es handelt sich nunmehr um die Ermittlung der durchschnittlichen Einkommenshöhe für jede einzelne Kategorie von Erwerbenden. Dass es sich hiebei, da Lohnstatistiken nicht verfügbar sind, um mehr weniger rohe Schätzungen handeln muss, ist bereits hervorgehoben worden. Lediglich für die Gruppe der Verdiener unter 1.200 K in Industrie und Gewerbe sind Unterlagen in der Unfallstatistik gegeben. *Die Gebarung und die Ergebnisse der Unfallstatistik in den Jahren* 1912 *und* 1913 (Wien 1917) enthalten in Tafel 1 auf Seite 5 und 6 Angaben über die Lohnsumme und die Anzahl der im Durchschnitt des Rechnungsjahres versicherten Personen für die Jahre 1911, 1912 und 1913. Aus diesen beiden Ziffern lässt sich der durchschnittliche Jahresverdienst eines in den gewerblichen Betrieben Versicherten errechnen. Die nächste Frage ist nun die nach der Zusammensetzung der Masse der Unfallversicherten und eine Tabelle im *Oesterreichischen Statistischen Handbuch* (2) enthält eine unseren Zwecken entsprechende Gliederung dieser Masse. Von den dort angeführten 16 Betriebsgruppen kommen für uns nur 14 in Betracht; Gruppe I: Land - und forstwirtschaftliche Betriebe und Gruppe II: Eisenbahnen und Transportunternehmungen etc. sind beiseite zu lassen, da es uns um die Zusammensetzung der *gewerblichen* Unfallversicherten zu tun ist.

Es verbleiben dann in den Betriebsgruppen

III. bis XVI. im Jahre 1912	2,089.857	Versicherte,		
von denen auf Betriebsbeamte	63.841	d. s.	3	%
» männliche Arbeiter . .	1 433.332	»	69	»
» weibliche » . . .	459.562	»	22	»
und » jugendliche »	123.122	»	6	»

entfielen. Der Verdienst eines Versicherten im Durchschnitt der Jahre 1911-1913 ergibt sich aus Tafel I (3) durch Division der dort

---

(1) Siehe unten p. 117.

(2) *Oesterreichisches Statistisches Handbuch* Jg. 1914, p. 147.

(3) Zitierte *Gebarung und Ergebnisse der Unfallstatistik in den Jahren* 1912 *und* 1913 p. 6.

angegebenen Lohnsumme durch die ausgewiesene Zahl der Versicherten der Betriebsgruppen I b bis XV, nachdem beide Ziffern um die auf die Gruppe II bezüglichen vermindert wurden. So erhält man als durchschnittlichen Jahresverdienst eines Versicherten K 848,72. Die nächste Aufgabe bestand darin, aus dem durchschnittlichen Jahresverdienst eines *Versicherten* auf den der männlichen, weiblichen und jugendlichen Arbeiter zu schliessen. Die Gliederung der Masse der Versicherten ist bekannt, fraglich ist aber noch das Verhältnis der Lohnhöhe der einzelnen Kategorien zueinander. Wir setzen den Lohn eines männlichen Arbeiters gleich 100 und haben nun zu ermitteln, wie sich die Löhne der übrigen Kategorien zu jenem verhalten. Der Lohn eines weiblichen Arbeiters betrug in Prozenten des Lohnes eines männlichen Arbeiters:

nach Gide (1) vor dem Kriege: in Paris	41.4 %
in den Provinzstädten .	49.8 »
» Bowley (2) in England im Jahre 1906	45.0 »
» der schwedischen Statistik (3) in der Landwirtschaft	60.4 - 60.8 %
» dem *Oesterreichischen Statistischen Handbuch*	
1913 im Erdwachsbau	61.4 %
» Steinkohlenbau	41.0 »
» Braunkohlenbau	42.0 »
» Eisensteinbau	60.0 »
» Bergbau auf sonstige Mineralien	43.75 »
» dem Bericht der Völkerbundexperten (4) in Oesterreich vor dem Kriege im Durchschnitt . . .	40.0 »
» Reichlin (5) in der Schweiz (1924/5)	64.0 »

Man dürfte demnach nicht fehlgehen, wenn man den Lohn eines weiblichen Arbeiters im grossen Durchschnitt rund mit der Hälfte von dem eines männlichen Arbeiters ansetzt. Weiters wurde angenommen, dass der Lohn eines Lehrlings 15% und der Gehalt eines

---

(1) Ch. Gide, *Principes d'Economie Politique*, 24. Aufl. Paris, 1923, p. 556.

(2) A. L. Bowley, *The Division of the Product of Industry*, 5. Aufl., Oxford, 1921, p. 29.

(3) *Statistisk Arsbook for Sverige*, I. Jg., Stockholm, 1914, p. 135.

(4) W. T. Layton und Ch. Rist, *Die Wirtschaftslage Oesterreichs*, Wien, 1925, p. 60 ff.

(5) A. Reichlin, *Das schweizerische Volkseinkommen usw.* in « Zeitschrift für Schweizerische Statistik und Volkswirtschaft » 63. Jg., Bern, 1927, p. 15.

Angestellten im Durchschnitt 200% von dem Lohn eines männlichen Arbeiters betragen hat (1).

Auf Grund dieser Annahmen lässt sich feststellen, dass das oben errechnete gewogene Mittel von 848,72 K 86,9% von dem Lohn eines männlichen Arbeiters beträgt. Es ergeben sich somit folgende Lohnsätze:

für männliche Arbeiter . .	K 976.66	oder rund	1000 K		
» weibliche » . . .	» 488.33	»	»	500	» und
» jugendliche » . . .	» 146.50	»	»	150	» (2)

Welches ist nun das quantitative Verhältnis zwischen gewerblichen Unfallversicherten und den in Industrie und Gewerbe (incl. Gast- und Schankgewerbe) Berufstätigen? Ist es derart, dass jene als für diese repräsentativ betrachtet werden können?

Unter Zugrundelegung des Standes von 1910 und unter schematischer Erhöhung um 1,1% waren im Durchschnitt der Jahre 1911-1913 berufstätig:

	Arbeiter		Lehrlinge
	Männliche	Weibliche	
in Industrie und Gewerbe	1.913.156	627.526	299.430
» Gast-und Schankgewerbe	49.317	59.175	7.602
Zusammen:	1.962.473	686.701	307.032

Insgesamt	2.956.200	
davon gehen ab	231.000	
deren Einkommen als über 1.200 K betragend bereits veranschlagt ist, und es verbleiben .	2.725.200	Personen.

Die Unfallversicherung erfasst nach Abzug der Betriebsbeamten rund 2,000.000 gewerbliche Unfallversicherte, das sind fast 73,4% der Berufstätigen, also gewiss ein Teil, der vom Standpunkte des « Gesetzes der grossen Zahl » aus als für das Ganze repräsentativ angesehen werden kann. Leider kann das, was hinsichtlich des zah-

---

(1) Das Ungarische Statistische Amt gibt folgende Stundenlöhne in der Eisen- und Maschinenindustrie für das Jahr 1926 an:

Facharbeiter	10.062 K
Frauenarbeiter	4.757 »
Lehrlinge	1.630 »

Diese Angaben sind dem *Oesterreichischen Volkswirt* vom 23. VII. 1927, p. 1155 entnommen.

(2) Vgl. hiezu auch Pribram, *Der Mehlverbrauch der Bevölkerung Oesterreichs in der Friedenszeit* (« Statistische Monatsschrift » Jg. 1916).

lenmässigen Verhältnisses gesagt werden kann, nicht auch ohne weiteres in Bezug auf die Homogenität zwischen Ganzem und Teil behauptet werden. Die für die Versicherten errechneten Durchschnittslöhne sind nach oben beeinflusst durch den Umstand, dass in sie wohl zur Gänze die Löhne der einkommenbesteuerten Arbeiter eingegangen sind. Weiters dürfte von den im Gast- und Schankgewerbe Tätigen so gut wie niemand unfallversichert gewesen sein. Um den Einfluss dieser Faktoren auszuschalten, ziehen wir sämtliche 231.000 Zensiten von den männlichen Arbeitern vorerst ab, bevor wir die Gesamtrechnung aufstellen. Die für die industrielle Arbeiterschaft errechneten Lohnsätze wenden wir nun in teilweiser Anlehnung an Philippovich (1) auf die Arbeiter im Handel und Verkehr und die Arbeiter in den liberalen Berufen und im öffentlichen Dienste an.

Damit sind die Löhne der gewerblichen Arbeiterschaft festgelegt und es gilt nun hinsichtlich der landwirtschaftlichen Arbeiter die entsprechende Bewertung vorzunehmen. Hier fehlen uns so gut wie alle Daten und wir haben versucht, durch Beantwortung der Frage nach dem Verhältnis der Jahresverdienste landwirtschaftlicher Arbeiter zu dem der in Industrie und Gewerbe beschäftigten Ersatz zu schaffen. In der von uns benutzten Literatur fanden sich folgende Feststellungen. Der Lohn eines landwirtschaftlichen Arbeiters betrug, ausgedrückt in Prozenten des Lohnes eines gewerblichen Arbeiters:

nach Bowley (2) . . . . 73 % in England vor dem Kriege
» Reichlin (3) . . . . 64,2 % in der Schweiz nach dem Kriege
» Pupin (4) . . . . 75 % in Frankreich vor dem Kriege

Wenn nun Philippovich (5) die Löhne der landwirtschaftlichen Arbeiter um $^1/_3$ niedriger ansetzt als die der gewerblichen und dieses Verhältnis für die Jahrhundertwende als angemessen vorausgesetzt wird, so werden wir wohl nicht fehl gehen, wenn wir für die letzten Jahre vor dem Kriege die Löhne in der Landwirtschaft nur mit 60% der industriellen festsetzen (6).

---

(1) Vgl. zitierte Abhandlung: *Das Einkommen nach dem Berufe usw.*, p. 497.

(2) A. L. Bowley, *The Division of the Product of Industry* p. 25.

(3) A. Reichlin. *Das Schweizerische Volkseinkommen* p. 15.

(4) R. Pupin, zitiert nach Winkler, Art. *Volkseinkommen, Statistik des*, im *Hdw. d. Stw.* IV. Aufl. 8. Bd. p. 759.

(5) *A. a. O.*, p. 497, vgl. auch die Ausführungen auf p. 482.

(6) Ohne dass es im Rahmen dieser Untersuchung möglich wäre, auf

Auf Grund dieser Voraussetzung ergeben sich folgende für die landwirtschaftlichen Arbeiter angenommenen Lohnsätze:

für einen männlichen Arbeiter	600 K
» » weiblichen »	300 K
» » Lehrling	100 K

Nun sind noch Ansätze für die Veranschlagung der anderen sozialen Kategorien zu machen (1). Das Einkommen aller Angestellten ohne Rücksicht auf die Berufszugehörigkeit wird mit K 1.000 im Durchschnitt angesetzt. Bei den Selbständigen haben wir wie folgt differenziert:

Industrie, Gewerbe, Handel und Verkehr	K 1000
Liberale Berufe, Hausbesitzer und Rentner	» 1100
Landwirtschaft	» 660

Bei Veranschlagung des Einkommens der aktiven Militärpersonen glauben wir PHILIPPOVICH nicht folgen zu dürfen. Er nimmt unseres Erachtens das der Mannschaft relativ zu hoch an, wenn er es dem Einkommen der Arbeiter in Industrie etc. gleichsetzt. Wir wollen es nur mit K 600 annehmen; dagegen ist das Einkommen der Offiziere sicherlich zu niedrig veranschlagt. Selbst das des Offiziersaspiranten lag, wenn man Gage und Quartiergeld berücksichtigt, über dem Steuerminimum. Wir nehmen als Durchschnittseinkommen eines Offiziers K 2.500 an und dürften auch damit noch nicht an die

---

diese Frage einzugehen, muss doch darauf hingewiesen werden, dass die Nominallöhne in der Landwirtschaft mit den in städtischen Berufen bezahlten prinzipiell unvergleichbar sind. So hat WIESER die Verschiedenheit des Geldwertes innerhalb ein- und derselben Volkswirtschaft u. a. in seinem mündlichen Referat anlässlich der Wiener Tagung des Vereins für Sozialpolitik im Jahre 1909 nachdrücklich hervorgehoben (Vgl. F. v. WIESER, *Ueber die Messung der Veränderungen des Geldwertes* in *Schriften des Vereins für Sozialpolitik*, 132. Bd. p. 541 ff, insbesondere p. 547). Auch die Ausführungen von E. NOTZ seien hier erwähnt, der bei Besprechung der *Rentabilitätserhebungen des Schweizerischen Bauernsekretariats* (Vgl. die gleichnamige Abhandlung in der « Zeitschrift für Schweizerische Statistik und Volkswirtschaft », 63. Jg. 1. Heft p. 22 ff) zeigt, « dass bäuerliche Nominaleinkommen mit städtischen Arbeitslöhnen oder Angestelltenbesoldungen, überhaupt mit anderen nicht landwirtschaftlichen Einkommen, soweit deren Erwerber nicht auf dem Lande in bäuerlichen Verhältnissen leben, durch eine einfache Gegenüberstellung der betreffenden Geldbeträge nicht vergleichbar sind » (*A. a. O.* p. 76).

(1) Hierbei haben wir uns im Wesentlichen an PHILIPPOVICH (*A. a. O.*, p. 497) gehalten.

Wirklichkeit herankommen. Für Personen ohne Berufsangabe haben wir das durchschnittliche Jahreseinkommen mit K 500, für die Verrichter häuslicher Dienste (ohne Unterscheidung zwischen selbständiger und unselbständiger Verrichtung) mit K 400 pro Kopf angenommen. Für die mithelfenden Familienmitglieder kamen die gleichen Einkommenssätze in Anwendung wie bei den Arbeitern (männlichen resp. weiblichen) der entsprechenden Berufsgruppe.

Wir haben so für alle Kategorien von Erwerbstätigen durchschnittliche Jahresverdienste schätzungsweise ermittelt und können nun die Gesamtsumme aller Individualeinkommen berechnen. Die zusammenfassende Darstellung gibt die nachfolgende Uebersicht II.

Einkommen der physischen Personen im Durchschnitt der Jahre 1911 - 1913 (1)

(Erwerbstätige in 1000, Einkommen in Mill. K)

Uebersicht II.

	Selbständige				Angestellte				Arbeiter				Zusammen	
	über 1200 K		unter 1200 K		über 1200 K		unter 1200 K		über 1200 K		unter 1200 K (4)		Anzahl	Eink.
	Anz.	Eink.	Anz.	Eink.	Anz.	Eink.	Anz.	Eink	Anz.	Eink	Anz.	Eink.		
Urproduktion	109,5	638,4	2.517,9	1.661,8	14,0	50,2	8,5	8,5	3,0	5,9	5.882,4	2.420,5	8.535.3	4.785,3
Industrie und Gewerbe (2)	247,5	1.330,3	479,4	479,4	84,5	399,2	29,2	29,2	231,0	483,9	2.855 9	2.199,7	3.927,5	4 921,7
Handel u. Verkehr (3)	169,0	912.9	142,3	142,3	136,5	630,2	31,7	31,7	95,5	216,7	580.4	483,6	1.155.4	2.417,4
Freie Berufe u. öffentl. Dienst	25,5	208,6	46,1	50,7	264,5	1.178,9	37,3	37,3	69,0	147,3	86,6	76,0	529.0	1.698.8
Militär	—	—	—	—	21,0	52,4	—	—	—	—	228,6	137,2	249.6	189,6
Rentner u. Hausbesitzer	56,0	496,9	29,8	32,8	—	—	—	—	—	—	—	—	85,8	529,7
Häusliche Dienste	—	—	167 9	67,2	—	—	—	—	—	—	475,2	190,0	643,1	257,2
Ohne bes. Berufsangabe	—	—	304,9	152,4	—	—	—	—	—	—	—	—	304,9	152,4
	607,5	3.587,1	3.688,3	2.586,6	520,5	2.310,9	106,7	106,7	398,5	853,8	10.109,1	5.507,0	15.430,6	14.952,1

1) Inbegriffen sind Hausdienerschaft und Dienstboten; nicht inbegriffen abgeleitetes Einkommen (Pensionisten etc) und das der Hausfrauen im eigenen Haushalt. Die oben ausgewiesene Summe aller Einkommen über 1200 K beträgt 6.751,8 Mill K, sodass sich gegenüber der auf S. 110 angegebenen Ziffer von 6 906,9 Mill. eine Differenz von 155,1 Mill. K ergibt. Diese ist darauf zurückzuführen, dass in obiger Tabelle wie erwähnt abgeleitetes Einkommen ausgeschaltet wurde.

2 incl. Gast- und Schankgewerbe

3) excl. Gast- und Schankgewerbe

4) Die Einkommen setzen sich wie folgt zusammen:

a) in der Urproduktion

2 188.000	männliche Arbeiter	à 600 K	1 312,8	Mill. K
3.691.400	weibliche Arbeiter	à 300 »	1 107,4	» »
3 000	Lehrlinge	à 100 »	0,3	» »
5.882 400			2.420,5	Mill. K

b) in Industrie und Gewerbe

1.758.400	männl. Arbeiter	à 1000 K	1.758,4	Mill. K
790.500	weibl. Arbeiter	à 500 »	395,3	» »
307.000	Lehrlinge	à 150 »	46,0	» »
2.855.900			2.199,7	Mill. K

c) in Handel und Verkehr

406.900	männl. Arbeiter	à 1000 K	406.9	Mill. K
144.800	weibl. Arbeiter	à 500 »	72,4	» »
28.700	Lehrlinge	à 150 »	4,3	» »
580.400			483,6	Mill. K

d) in den liberalen Berufen etc.

65 500	männl. Arbeiter	à 1000 K	65,5	Mill. K
20 900	weibl. Arbeiter	à 500 »		
200	Lehrlinge	à 150 »	10,5	» »
86.600			76,0	Mill. K

2. Kollektiveinkommen.

Hier ist vor allem jener Teil des Einkommens der *juristischen* Personen zu ermitteln, der nicht Individualeinkommen wird und daher nicht schon beim Einkommen der physischen Personen veranschlagt wurde. Im *Oesterreichischen Statistischen Handbuch* für 1913 (1) sind für Aktiengesellschaften (ohne Eisenbahnen) folgende Reinerträge ausgewiesen: für das Jahr 1911 K 402,782.000 und für das Jahr 1912 K 461,047.000. Davon wurden im Jahre 1911 K 309,072.000 und im Jahre 1912 K 348,395.000 als Dividenden verteilt; unverteilt blieben nach den Bilanzen im Jahre 1911 23,25 % des Reinertrages und im Jahre 1912 24,44 %. Diese stellen die echten Reserven dar. Berücksichtigt man noch die stillen Reserven, so dürfte es nicht zu hoch gegriffen sein, wenn man annimmt, dass rund 30 % des Reinertrages unverteilt blieben. Somit würde sich das Einkommen der juristischen Personen (ohne Eisenbahnen) im Durchschnitt der letzten Vorkriegsjahre auf etwa 130 Mill. Kronen belaufen haben. Zu diesem Betrag ist noch das unverteilte Erträgnis der Eisenbahnen hinzuzufügen, soweit es nicht unter einem anderen Titel veranschlagt wird (2). Nach dem *Oesterreichischen Statistischen Handbuch* (3) erreichten die Beiträge zu den Erneuerungs- und Reservefonds:

	im Jahre 1911 K	im Jahre 1912 K
bei den Haupt- und Lokalbahnen	1.514.168	1.367.101
und bei den Kleinbahnen	5.068.009	4.609.629

somit bei beiden zusammen im Durchschnitt beider Jahre K 6,279.453. Auf Grund dieser Angaben kann man das gesamte Einkommen der juristischen Personen in Alt-Oesterreich im Durchschnitt der Jahre 1911 bis 1913 mit rund 137 Millionen Kronen beziffern.

Ferner gehört zum Kollektiveinkommen das *öffentliche Einkommen;* darunter sind die Reinerträgnisse der Wirtschaftsbetriebe des Staates und der autonomen Körperschaften (Länder, Gemeinden) zu verstehen. Die Staats-Netto-Einnahmen betrugen (4):

(1) p. 174
(2) Vgl. unten S. 119.
(3) 31. Jg., p. 247, 32. Jg., p. 211.
(4) *Oest. Stat. Hb.* 33. *Jg.*, p. 421.

	in Tausend Kronen			
	1911	1912	1913	Durchschnitt 1911-1913
Hof- und Staatsdruckerei	1.110	1.493	1.979	2.123
Münzwesen	717	569	500	
Post und Telegraph	7.132	313	9.042	5.287
Staatseisenbahnwesen und Bodenseedampfschiffahrt	58.366	112.414	57.049	75.943
Staatsforste und Domänen	4.970	4.450	4.627	4.682

Dazu kommen noch die Reingewinne aus Tabak- und Salzfabrikation; für diese beiden Staatsbetriebe entsprechen die als Staatseinnahmen angegebenen Ziffern unseren Zwecken nicht, da beide Betriebe als Monopole der indirekten Besteuerung dienen. Um die Ausscheidung der in den Erträgnissen enthaltenen Steuerquote vornehmen zu können, haben wir die Reinerträge, wie wir sie im Zuge unserer Schätzung nach der objektiven Methode ermittelt haben (1), unserer Rechnung zugrundegelegt und von den dort festgestellten Ziffern die auf Löhne und Gehälter entfallenden Beträge abgezogen (2). Es verbleiben dann als unverteilte Reinerträge der Tabak- und Salzerzeugung 2.731.000 resp. 1.644.000 K im Durchschnitt der Jahre 1911-1913. Es wären nun noch die Reineinkünfte der autonomen Körperschaften aus ihren Wirtschaftsbetrieben zu veranschlagen; leider liegt dafür nur so unvollständiges Material vor, dass wir auf seine Auswertung verzichten müssen. Ebenso müssen wir uns darauf beschränken, die Bemerkung PHILIPPOVICH' (3) wiederzugeben, dass neben den Erträgnissen der öffentlichen Wirtschaftsbetriebe noch « Realnutzungen gemeinwirtschaftlichen Eigentums » (Bibliotheken, Spitäler, Schulen usw.) zu veranschlagen wären, ohne entsprechende Zahlen anführen zu können. Wir müssen uns daher damit begnügen, das öffentliche Einkommen Alt-Oest. im Durchschnitt der Jahre 1911-1913 mit dem runden Betrage von 93 Millionen K zu schätzen. Das gesamte Kollektiveinkommen stellt sich

(1) Vgl. unten S. 150 bezw. S. 147-148.

(2) Die Verdienste der im Salzbergbau tätigen Arbeiter sind für das Jahr 1912 im *Oest. Stat. Hb.* 1913, p. 116 ausgewiesen; für die Tabakfabrikation wird nur die Zahl der beschäftigten Arbeiter und Angestellten angegeben (*A. a. O.*, p. 138) und zwar 939 Angestellte, 5.711 männliche und 31.949 weibliche Arbeiter. Die durchschnittlichen Einkommen wurden wie oben S. 117 angenommen mit 3.768 (Durchschnitt *aller* Angestellten in Industrie und Gewerbe), bezw. 1.000, bezw. 500 K.

(3) *A. a. O.*, p. 498, Anm. 2.

somit auf 230 Millionen K. Damit hat die personale Methode als Endresultat die Summe von 15.182,1 Millionen Kronen ergeben und wir haben es den Schätzungsergebnissen der realen Methode gegenüberzustellen, deren Durchführung wir uns nun zuwenden (1).

---

(1) Zur Ergänzung der Berechnung nach der personalen Methode soll versucht werden, den Wert der Arbeit einzuschätzen, die von *nicht bezahlten* Arbeitskräften in den privaten Haushaltungen geleistet wird. Die Zahl der am 31. XII. 1910 in Alt- Oest. anwesend gewesenen Haushaltungsvorstände wird mit 5.990.503 angegeben (Vgl. *Oest. Stat. Hb.* 1913, p. 27) und wir nehmen die Zahl der Haushaltungen überhaupt in der gleichen Höhe an. Von dieser Zahl ziehen wir die 453.664 Dienstboten weiblichen Geschlechts ab, da wir annehmen wollen, dass in ebensovielen Haushalten weiter keine Arbeit geleistet wurde. Wir kommen so zu einer Ziffer von 5.536.839 Personen, deren häusliche Arbeit zu bewerten wäre. Fassen wir diese Ziffer als Obergrenze der zu suchenden Anzahl der nicht entlohnten Verrichter häuslicher Dienste auf, so können wir die Untergrenze in folgender Weise feststellen. Wir nehmen an, dass für Einbeziehung in diese Gruppe nur solche Verheiratete weiblichen Geschlechts in Frage kommen, die in keinem von der Berufsstatistik als solchen anerkannten Beruf tätig waren. Verheiratete weibliche « Angehörige ohne eigenen Hauptberuf » zählt die Berufsstatistik von 1910 2,070.897. (Vgl. *Berufsstatistik nach den Ergebnissen der Volkszählung vom* 31. XII. 1910, 1. Heft p. 20-21). Zu dieser Zahl wären noch die verheirateten weiblichen mithelfenden Familienmitglieder hinzuzufügen, die wohl einen Teil ihrer Tätigkeit häuslichen Diensten widmen. Deren Zahl wird mit 1,772.884 (ibid) angegeben. Wir erhalten somit als Untergrenze 3,843.771 Personen. Nehmen wir an, dass die Mitte zwischen beiden Grenzen der Wirklichkeit am nächsten kommt, so waren 4,690.300 Frauen im Haushalt tätig. Veranschlagen wir den Wert der nicht entlohnten häuslichen Dienstleistungen mit dem gleichen Betrage, den wir als durchschnittliches Einkommen aus häuslichen Diensten (Vgl. oben S. 116) angenommen haben, nämlich mit 400 K, so erhalten wir als Maximum bei Annahme von 5,536.839 Haushaltungen 2.214,7 Millionen K. Bei Bildung des unteren Grenzwertes soll noch der Umstand Berücksichtigung finden, dass von den ihm zugrunde zu legenden 3,843.771 Hausfrauen nur die Arbeit der sonst in keinem Berufe Tätigen zum vollen Wert in Rechnung zu stellen ist (d. s. 2,070.897 Personen), während die Uebrigen ihre Arbeitskraft zwischen einer Erwerbstätigkeit im Hauptberufe und dem Haushalt als Nebenberuf teilen. Von diesen 1,772.874 Personen sei angenommen, dass die Tätigkeit im Haushalt nur mit der Hälfte bis zu drei Vierteln des vollen Wertes von 400 K zu veranschlagen ist, also mit 250K.

Der untere Grenzwert wäre demgemäss: K 1.271.577.300. Gabelt man, so erhält man den Betrag von $1^3/_4$ Milliarden K als ungefähren Gegenwert der unentgeltlich geleisteten häuslichen Dienste.

II. Schätzung nach der überwiegend realen Methode

Die folgenden Ausführungen basieren zu einem sehr grossen Teil auf der in der « Statistischen Monatsschrift » (1) erstmalig veröffentlichten Arbeit F. v. FELLNERS *Das Volkseinkommen Oesterreichs und Ungarns*, deren Resultate allerdings in der Mehrzahl der Fälle nicht einfach übernommen werden konnten, da sich gegen dieselben gewichtige Einwände geltend machten, Einwände sowohl methodologischer als auch materieller Natur. Einwände gegen Fellner sind bereits von A. GÜRTLER in seiner Kritik (2) erhoben worden, die die vorliegende Arbeit zu einem Teil berücksichtigt, zu einem anderen aber als unzutreffend erkennen und unbeachtet lassen musste. Der nur in beschränktem Ausmass zur Verfügung stehende Raum lässt ausführliche Auseinandersetzungen mit den Methoden und Resultaten dieser beiden Autoren nicht zu und wir begnügen uns in aller Regel damit, die abweichenden Ergebnisse FELLNERS und GÜRTLERS unseren Zahlen kommentarlos gegenüberzustellen.

1. URPRODUKTION.

Der *Rohertrag des Ackerbaus* lässt sich im Wert der Ernte erfassen; dieser stellt sich nach den in Tabelle 1 vorgenommenen Berechnungen siehe unten S. 122/123).

4.506.759	Tausend	Kronen	für	das	Jahr 1911
4.401.053	»	»	»	»	1912
3.817.296	»	»	»	»	1913
4.241.703	»	»	im Durchschnitt		1911-13 (3).

---

(1) Neue Folge, XXI. Jg. 1916, p. 485 ff.

(2) *Das Volkseinkommen Oesterreichs und Ungarns*, In « Weltwirtschaftliches Archiv », 13. Bd. (1918 II) Jena 1918, p. 378 ff.

(3) Die entsprechenden Zahlen lauten bei FELLNER (p. 513 f): 4,511.741, 4,380.139, 3,874.712 und 4,255.531. PRIBRAM (*Der Wert des landwirtschaftlichen Grundbesitzes in Ungarn und Oesterreich*, in « Statistische Monatsschrift » N. F. XX. Jg., p. 453) hat gleichfalls den Wert der alt-oesterreichischen Ernte in den Jahren 1911 und 1912 berechnet; seine Resultate (4.500,7 resp. 4.870 Millionen K) sind mit den Fellnerschen und mit den unsrigen nicht ohne weiters vergleichbar, da ihnen nicht durchwegs dieselben Fruchtgattungen zugrunde liegen. Beseitigt man diese Ungleichheiten und berichtigt man gleichzeitig einen unterlaufenen Rechenfehler (bei Zuckerrüben 1911), so ergibt sich für 1911: 4,392.988 und für 1912: 4,734.244 Tsd. K.

	1911		
	Erntemenge in q	Preis pro q	Wert in Tsd. K.
Weizen	16.026.388	22.41	359.185
Roggen	26.446.569	18.79	496.882
Gerste	16.201.813	18.01	291.846
Hafer	22.700.639	17.80	404.052
Mengfrucht	564.306	18.64	10.519
Spelz	48.323	11.98	579
Mais	3.041.344	16.08	48.903
Buchweizen	1.057.895	15.87	16.789
Hirse und Sorgho	344.670	15.15	5.222
Raps und Rübsen	181.592	26.74	4.856
Hülsenfrüchte	2.430.897	27.16	66.023
Stroh	167.495.541	2.37	396.964
Mohn	50.165	86.56	4.342
Annis und Fenchel	854	58.20	50
Sonnenblumen	642	35.50	23
Leinsamen	177.007	28.33	5.015
Leinfaser	211.584	75.61	15.998
Hanfsamen	120.697	25.04	3.022
Hanffaser	142.720	70.03	9 995
Weberkarden (1)	99.107	100.00	367
Chrysanthemum	7 799	310.00	2.418
Tabak	53.899	42.09	2.269
Hopfen	86.135	542.88	46.761
Kartoffeln	116.049.898	7.04	816.991
Zichorie	654.413	22.65	14.822
Zuckerrüben	42.497.685	2.52	107.094
Futterrüben	33.846.456	1.69	57.201
Kraut	6.679.726	9.82	65.595
Kürbisse	1.409.168	2.33	3.283
Mengfutter	5.753.378	1.11	6.386
Kleesamen	167.465	142.50	23.864
Wiesenheu etc.	128.361.420	9.50	1.219.433
			4.506.759

(1) Die Erntestatistik weist die Weberkarden nach *Stück*, nicht nach Gewicht (q) aus; daher verstehen sich die oben für dieses Bodenerzeugnis angegebenen Erntemengen in *Stück*. Dagegen bezieht sich der Einheitspreis, ermittelt aus der *Statistik des Auswärtigen Handels des Vertragszollgebietes usw.* (Ausfuhr) auf Meterzentner. Bei der Umrechnung von Stück auf Meterzentner wurden rund 27.000 Stück einem Meterzentner gleichgesetzt.

ALT - OESTERREICHS

TABELLE I

1912			1913		
Erntemenge in q	Preis pro q	Wert in Tsd. K.	Erntemenge in q	Preis pro q	Wert in Tsd. K.
18.952.639	20.84	395.450	16.227.547	19.66	319.034
29.748.033	18.58	552.753	27.044.707	16.43	444.345
17.065.756	17.84	304.428	17.501.568	14.66	256.573
24.300.998	17.71	430.381	26.773.770	14.80	396.252
758.376	18.63	14.129	654.173	16.76	10.964
65.252	13.28	867	48.157	13.51	651
3.885.058	16.11	62.577	3.379.655	16.12	54.480
840.217	20.83	17.502	803.820	17.47	14.043
254.656	15.69	3.996	264.646	15.47	4.094
172.593	30.07	5.190	138.319	28.28	3.911
2.505.081	24.92	62.427	2.374.528	23.20	55.089
182.808.393	2.08	380.241	163.375.245	2.22	362.693
71.840	80.29	5.768	77.211	68.53	5.291
888	68.32	61	534	71.00	38
743	31.00	23	775	29.00	22
165.235	34.28	5.664	154.532	31.41	4.854
233.752	84 93	19.853	223.308	118.86	26.459
104.354	26.29	2.743	100.923	27.17	2.742
149.868	82.14	12.310	133.365	90.40	12.056
148.665	195.00	1.074	150.610	195.00	1.088
7.661	310.00	2.375	7.911	310.00	2.452
56.651	43.04	2.438	62.110	43.60	2.708
201.460	199.67	40.226	86.650	205.06	21.414
125.416.105	5.52	692.297	115.529.419	4.57	527.924
1.464.873	23.50	34.425	1.541.980	20.00	30.840
79.237.695	2.34	185.416	69.619.875	2.26	157.341
42.630.011	1.48	63.092	43.541.280	1.41	61.393
9.977.087	5.62	56.071	10.175.562	3.48	35.411
1.252.347	2.11	2.642	2.178.898	2.26	4.924
9.911.059	0.75	7.433	7.847.749	0.84	6.592
95.936	157.94	15.152	132.296	142.31	18.827
127.756.115	8.00	1.022.049	138.970.109	7.00	972.791
		4.401.053			3.817.296

Dieser Durchschnittswert ist nun zwischen den sechs Nachfolgestaaten (1) aufzuteilen.

Die Schwierigkeiten, die diesem Vorhaben entgegenstehen, sind mannigfaltig. Die Grenzen, die die Friedensverträge gezogen haben, fallen bekanntlich keineswegs immer mit jenen der 17 historischen Kronländer zusammen, aus denen « Die im Reichsrat vertretenen Königreiche und Länder » (Zisleithanien) bestanden, und ebensowenig mit denen der 104 « natürlichen Gebiete », die kleinsten (2) Gebietseinheiten, in die die alt-oest. Erntestatistik (3) die 17 Kronländer unterteilt und für welche sie die Erntemengen gesondert nachweist. Immerhin lassen sich mit Hilfe dieser «natürlichen Gebiete » Gebietsgruppen bilden, die sich besser in die Grenzen der Friedensverträge fügen und so erscheint Alt-Oest. in die folgenden 16 Teile zerlegt, die, untereinander von sehr verschiedenem Umfang, sich für unsere Zwecke als verwendbar erweisen werden. Für jede dieser Gebietsgruppen wurden die im Jahre 1913 von jeder einzelnen Fruchtgattung geernteten Mengen an Hand der Erntestatistik gesondert festgestellt und zu einheitlichen Preisen bewertet.

Gruppe			Erntewert 1913 in Tausend Kronen
I.		Nieder-Oesterreich (1-5) (4)	310.492
II.	*a*)	Ober-Oesterreich (6-10)	396.004
	b)	Salzburg (11-14)	
	c)	Steiermark: Ober- und Mittelland (15-16) .	
	d)	Nordtirol ohne Pustertal (25-26)	
	e)	Vorarlberg (31-32)	

(1) In diesem Aufsatz werden der Kürze halber « Die im Reichsrat vertretenen Königreiche und Länder » als « Alt-Oesterreich » (Alt-Oest.) und zum Unterschied davon das Gebiet der Republik Oesterreich (ohne das Burgenland) als Deutsch-Oesterreich (Doest.) bezeichnet. Ferner werden für die Tschechoslowakische Republik und für das Königreich der Serben, Kroaten und Slowenen die Abbreviaturen C. S. R. bezw. S. H. S. verwendet.

(2) Die Erntestatistik weist zwar die Ernteergebnisse der wichtigsten fünf Körnerfrüchte auch nach Gerichtsbezirken aus (*A. a. O.* p. 200 ff); das kann jedoch für unsere Zwecke, da wir die *ganze* Ernte aufzuteilen haben, nicht genügen.

(3) *Statistisches Jahrbuch des k. k. Ackerbau-Ministeriums für das Jahr* 1913. *Statistik der Ernte in den im Reichsrat vertretenen Königreichen und Ländern im Jahre* 1913. Wien, 1914.

(4) Die in Klammern beigefügten Zahlen entsprechen der fortlaufenden Numerierung der « natürlichen Gebiete » wie sie die Erntestatistik 1913 anwendet.

III.	Steiermark : Unterland (17)	59.049
IV.	Kärnten (18-21)	68.454
V.	Krain : Kalkalpen und Vorland der Alpen (22-23)	56.088
VI.	Krain : Karstland (24)	18.183
VII.	Tirol : Pustertal (27)	13.872
VIII.	Südtirol (28-30)	57.790
IX.	Küstenland : ohne quarnerische Inseln (33-43)	49.598
X.	Küstenland : Quarnerische Inseln (44) . .	1.390
XI.	Dalmatien ohne nördliches Küstenland (45, 47-50)	24.775
XII.	Dalmatien : Nördliches Küstenland (46) . .	7.985
XIII	*a*) Böhmen (51-63)	1.702.192
	b) Mähren (64-73)	
XIV	Schlesien (74-79)	63.099
XV.	Galizien (80-101)	869.186
XVI.	Bukowina (102-104)	119.139
	Alt-Oesterreich . .	3.817.296

Damit ist der erste Schritt für die Aufteilung getan; neun von diesen Gebietsgruppen werden in ihrem ganzen Umfang (1) den einzelnen Nachfolgestaaten zugerechnet, während bei den restlichen weitere Zerlegungen notwendig sind, für welche die Erntestatistik keine Handhaben mehr bietet. Für eine Anzahl von weiteren Unterteilungen wurde ein einigermassen brauchbares Kriterium in den « landwirtschaftlich benutzten Flächen » gefunden, worunter Aecker, Wiesen, Hutweiden und Alpen zusammengefasst werden. Diese landwirtschaftlich benutzten Flächen (2) weisen die « *Ergebnisse der Viehzählung v.* 31. XII. 1910 » nach Gerichtsbezirken (3) als kleinste Gebietseinheiten aus; auf Grund dieser Angaben wurden die Anteile ermittelt, die den jeweils in Frage kommenden Nachfolgestaaten an der Lw. b. Fl. dieser Gebiete zukamen. Das so festgestellte Verhältnis wurde schliesslich der Aufteilung des zugehörigen Erntewertes des Jahres 1913 zugrunde gelegt.

---

(1) Die Bukowina ist zur Gänze als an Rumänien gefallen angenommen, während tatsächlich 4 Gemeinden an Polen abgetreten wurden. Wir glauben durch Ausserachtlassung dieses Verlustes einen Fehler von so geringem Gewicht zu begehen, dass er in Anbetracht der grossen arbeitsökonomischen Vorteile, die er mit sich brachte, ruhig zu vernachlässigen war.

(2) Im Folgenden mit « Lw. b. Fl. » bezeichnet.

(3) Es bedarf wohl kaum der Hervorhebung, dass sich die Grenzen der Friedensverträge keineswegs immer mit denen der Gerichtsbezirke decken.

Dieses Prinzip wurde im Wesentlichen bei den folgenden 5 Gebietsgruppen angewandt.

Gruppe I: Nieder-Oesterreich

Lw. b. Fl. des Kronlandes (1) (2)	11.610 km²	100 %
» » Bundeslandes (3)	11.491 »	99 »
Differenz an C. S. R. . . .	119 km²	1 »

Gruppe IV: Kärnten

Lw. b. Fl. des Kronlandes (4)	4.767 km²	100 %
» » Bundeslandes (3)	4.520 »	94,82
Differenz	247 km²	5,18
davon zu Italien:		
Gerichtsbezirk Tarvis (5) mit lw. b. Fl. von	92 »	1,93
Rest an S. H. S.	155 »	3.25

Gruppe VI: Natürliches Gebiet Karstland (Krain)

Lw. b. Fl. der ganzen Gruppe (4) . . .	132.843 ha	100 %
An Italien:		
Polit. Bezirk Adelsberg (4) 62.509 ha		
Gerichtsbezirk Idria (4) 15.322 » . .	77.831 »	58,6 %
Differenz an S. H. S.	55.012 ha	41,4 »

Gruppe X: Natürliches Gebiet Quarnerische Inseln (Küstenland)

Lw. b. Fl. der ganzen Gruppe (4) . . .	54.030 ha	100 %
davon an S. H. S. Veglia (4)	25.953 »	48 »
Differenz an Italien	28.077 ha	52 »

Gruppe XII: Natürliches Gebiet Nördliches Küstenland (Dalmatien)

Lw. b. Fl. der ganzen Gruppe (6). . . .	226.365 ha	100 %
davon an Italien: Zara (Stadt) (6) . . .	65.885 »	29,1 »
Differenz an S. H. S.	160.480 ha	70,9 »

Das Prinzip der Lw. b. Fl. ist beim Pustertal (Gruppe VII) nicht mehr anwendbar; da bei der Zusammensetzung dieses Gebietes die Weiden, deren Ertrag die Erntestatistik vernachlässigt, einen im Verhältnis zur Gesamtfläche breiten Raum einnehmen. Hier wurde

(1) *Ergebnisse der Viehzählung* vom 31. XII. 1910, I. Heft, p. 164.

(2) » Bundesland « ist der an Doest. gefallene Teil des ehemaligen alt-oesterreichischen » Kronlandes « gleichen Namens.

(3) *Statistisches Handbuch für die Republik Oesterreich*, VII. Jg., p. 33.

(4) *Ergebnisse* usw., I. Heft, p. 167.

(5) *Ergebnisse* usw., I. Heft, p. 166.

(6) *Ergebnisse* usw., I. Heft, p. 176.

nur der Anteil an Aeckern und Wiesen als für die Verteilung der Erntemengen (und -werte) massgebend herangezogen.

	Ackerland und Wiesen
Bundesland Tirol (1)	1.260 km²
Nordtirol ohne Pustertal (2)	1.188.8 »
Differenz	71.2 km²

Diese Differenz stellt jenen Teil des Natürlichen Gebietes Pustertal dar, der zu Doest. zu rechnen ist.

	Ackerland und Wiesen	
Das ganze Pustertal umfasst.	394.8 km²	100 %
davon an Doest	71.2 »	18.03 »
Differenz an Italien . .	323.6 km²	81.97 »

Für die Aufteilung des letzten noch erübrigenden Gebietes liefert die amtliche polnische Statistik Anhaltspunkte. Das Annuaire Statistique de la République Polonaise, Ière année 1920-22, Partie II p. 76 gibt (allerdings als chiffres contestables!) die Mengen Weizen, Roggen, Hafer, Gerste und Kartoffeln an, die auf dem heute polnischen Teil Schlesiens im Durchschnitt der Jahre 1909-1913 geerntet wurden; sie entsprechen 16.29, 15.72, 23.05, 8.93 und 11.13% der Ernte des Kronlandes Schlesien an den betreffenden Produkten im gleichen Zeitraum. Diese Prozentsätze auf die Erntewerte für 1913 derselben fünf Produkte angewendet (deren Summe nahezu 62% des Wertes der schlesischen Ernte an allen Fruchtgattungen darstellt), ergeben einen Betrag, der 15.74% des Wertes der schlesischen Ernte dieser fünf Produkte ausmacht. Analog dazu wird dann die gesamte Ernte Schlesiens verteilt, so dass 15.74% zu Polen und 84.26% zu C. S. R. gerechnet werden.

Die auf die einzelnen Nachfolgestaaten enfallenden Teile des Wertes der alt-oest. Ernte des Jahres 1913 setzen sich demnach in folgender Weise zusammen:

in Tausend Kronen

Deutsch-Oesterreich					*C. S. R.*				
99	% von Gruppe	I	307.387		1	% von Gruppe	I	3.105	
100	» »	II	396.004		100	» »	XIII	1.702.192	
94.82	» »	IV	64.908		84.26	» »	XIV	53.167	
18.03	» »	VII	2.501					1.758.464	
			770.800 (3)						

(1) *Statistisches Handbuch für die Republik Oesterreich*, VII. Jg., p. 33.
(2) *Erntestatistik* 1913, pp. 46 und 66.
(3) *Das Statistische Handbuch für die Republik Oesterreich*, VII. Jahr-

Polen

15.74	%	von Gruppe	XIV	9.932
100	»	»	XV	869.186
				879.118

S. H. S.

100	%	von Gruppe	III	59.049
3.25	»	»	IV	2.225
100	»	»	V	56.088
41.40	»	»	VI	7.528
48	»	»	X	667
100	»	»	XI	24.775
70.90	»	»	XII	5.661
				155.993

Italien

1.93	%	von Gruppe	IV	1.321
58.60	»	»	VI	10.655
81.97	»	»	VII	11.371
100	»	»	VIII	57.790
100	»	»	IX	49.598
52	»	»	X	723
29.10	»	»	XII	2.324
				133.782

Rumänien

100	%	von Gruppe	XVI	119.139

Die folgende Zusammenstellung gibt nun die endgültige Aufteilung der alt-oest. Ernte des Jahres 1913 in absoluten und Gliederungszahlen und gleichzeitig - indem sie dieselbe Gliederung für den durchschnittlichen Wert aller 3 Jahre voraussetzt - den Anteil der Nachfolgestaaten am Rohertrag des alt-oest. Ackerbaus im Durchschnitt der Jahre 1911-1913.

	im Jahre 1913		Durchschnitt
	in Tsd. K	in %	1911-1913 in Tsd. K
1) Deutsch-Oesterreich	770.800	20.19	856.400
2) C. S. R.	1.758.464	46.07	1.954.152
3) Polen	879.118	23.03	976.864
4) Italien	133.782	3.50	148.460
5) S. H. S.	155.993	4.09	173.486
6) Rumänien	119.139	3.12	132.341
	3.817.296	100.00	4.241.703

gang, das auf p. 37 den Ertrag ausweist, der im Jahre 1913 auf das Gebiet des heutigen Oesterreich (ohne Burgenland) entfallen ist, wobei allerdings — wie ausdrücklich hervorgehoben wird — Nieder-Oesterreich und Kärnten mit den Angaben für das *ganze* (Kron-) Landesgebiet enthalten sind, bietet uns die Möglichkeit, die Richtigkeit wenigstens *eines* Resultates unserer Aufteilung zu erhärten. Berechnet man die dort angegebenen Erntemengen zu den von uns angenommenen Einheitspreisen und fügt den Wert sieben minderwichtiger Fruchtgattungen hinzu, die die oben erwähnte Publikation nicht berücksichtigt, so kommt man zu einem Betrag von 778.087 Tsd. K und somit zu einer Differenz von K 7,287.000 gegen-

Vom Rohertrag des Ackerbaus sind als volkswirtschaftliche Kosten der Wert des aufgewendeten Saatgutes, eine 10%-ige Abnützungsquote vom landwirtschaftlichen Geräte- und Maschinenkapital und schliesslich der Gegenwert des verwendeten Kunstdüngers in Abzug zu bringen.

Die *Menge des Saatgutbedarfes* entnehmen wir der Arbeit FELLNERS (1) und veranschlagen die einzelnen Samenarten zu den Durchschnittspreisen für die Jahre 1911-1913. Wie aus der folgenden Tabelle ersichtlich, ergeben sich als Wert des Saatgutbedarfes im Durchschnitt dieses Zeitraumes K 343,324.000 (2).

Wert des aufgewendeten SAATGUTES im Durchschnitt der Jahre 1911-1913.

	q	Preis pro q	Tsd. K
Weizen	2.106.793	20.98	44.200
Roggen	3.410.776	17.93	61.155
Gerste	1.707.000	16.84	28.746
Hafer	2.645.653	16.77	44.368
Mais	74.238	16.14	1.198
Kartoffeln	17.726.446	5.71	101.218
Mengfrucht	66.902	18.01	1.205
Hirse	13.581	14.44	196
Buchweizen	120.062	18.06	2.168
Spelz	3.935	12.92	51
Hülsenfrüchte	329.166	25.09	8.259
Kürbis	573	30.68 (3)	18
Zuckerrüben	44.561	126.28 (4)	5.627
Futterrüben	32.386	97.20 (4)	3.148
Raps	9.767	28.36	277
Hopfen	13.800	330.87	4.566
Tabak	25	50.01 (3)	1
Hanf	26.353	26.17	690
Lein	29.376	31.34	921
Mohn	3.140	78.46	246
Klee, Luzerne	188.961	147.58	27.887
Grünmais	438.764	16.14	7.082
Kraut	2.539	38.30 (3)	97
			343.324

Nicht veranschlagt wurde das Saatgut folgender landwirtschaftlicher Produkte: Weberkarden, Sonnenblumen, Anis und Fenchel, Chrysanthemum und Cichorie.

über unserer Ziffer. Wenn auch diese Differenz nicht genau dem Betrag entspricht, den wir für die an andere Nachfolgestaaten gefallenen Ernteteile Nieder-Oesterreichs und Kärntens errechneten (K 6,651.000), so ist die Abweichung doch eine so unwesentliche (K 636.000), dass man füglich unser Resultat als bestätigt betrachten darf.

(1) *A. a. O.*, p. 515.

(2) FELLNER beziffert (p. 514) den Wert des gesamten Saatgutbedarfes mit K 286,892.896.

(3) Durchschnittspreise aus Ein- und Ausfuhr der Jahre 1911-1913 nach *Auswärtiger Handel der Länder der heil. ung. Krone im Jahre* 1913, Budapest 1915, p. 145 ff.

(4) *Statistik des auswärtigen Handels des Vertragszollgebietes* 1913.

Die Verteilung dieses Betrages auf die Nachfolgestaaten wird - in der Annahme, dass das Verhältnis zwischen Saatgut- und Erntewert für alle Böden des alten Oesterreich das gleiche war - nach demselben Schlüssel vorgenommen, den wir im Vorangegangenen auf die Ernte anwendeten.

	Saatgutbedarf	
	in %	in Tausend K
Doest.	20.19	69.317
C. S. R.	46.07	158.169
Polen	23.03	79.068
Italien	3.50	12.016
S. H. S.	4.09	14.042
Rumänien	3.12	10.712
	100.00	343.324

Den Wert des alt-oest. landwirtschaftlichen *Geräte-* und *Maschinenkapitals* veranschlagt FELLNER (1) mit K 821,486.180 und PRIBRAM (2) mit 916,8 Millionen K. Die beiden Ergebnisse weichen nicht so erheblich voneinander ab, dass eines das andere ausschliessen würde. Wenn wir uns für die höhere Ziffer PRIBRAMS entscheiden, so war für uns folgende Ueberlegung massgebend. PRIBRAM schätzt den Wert der Geräte mit ¼ des Wertes des Viehstandes, den er um rund 32 % niedriger veranschlagt als FELLNER. Dürfte schon durch den letzten Umstand der Gefahr einer Ueberwertung des Gerätekapitals vorgebeugt sein, so rückt dieselbe in um so weitere Ferne, wenn man den Rentabilitätserhebungen des Schweizerischen Bauernsekreteriats entnimmt, dass für die Gesamtheit aller Betriebe im Durchschnitt der Jahre 1901-1924 auf den ha Bodenfläche 732 Fr. Viehkapital und 327 Fr. Geräte- und Maschinenkapital entfielen (3). Erreicht also das Gerätekapital in der Schweiz rund 44 2/3 % des Viehkapitals, so erscheint es wohl als nicht abwegig, wenn wir mit PRIBRAM für Alt-Oesterreich mit seiner weit weniger intensiven Bewirtschaftung dieses Verhältnis mit 25 % veranschlagen.

Für die Schätzung der 3. Abzugspost, des Wertes des verbrauchten *Kunstdüngers*, bietet STRAKOSCH (4) einen Anhaltspunkt, wenn

---

(1) *A. a. O.*, p. 516.

(2) *A. a. O.*, p. 441.

(3) Vgl. den zit. Aufsatz von E. NOTZ in Zeitschrift für Schweizerische Statistik und Volkswirtschaft, 63. Jg., 1. Heft, p. 61.

(4) *Schriften des Vereins für Sozialpolitik* 158. Bd., p. 123.

er angibt, dass im alten Oesterreich auf den ha landwirtschaftlich benützte Fläche im Durchschnitt 29 kg mineralischer Dünger kam. So käme man zu einem Kunstdüngerbedarf von 516.444 Tonnen. Zu einem ähnlichen Resultat führen die von BALLOD (1) den Zusammenstellungen des Internationalen Agrar-Instituts in Rom entnommenen Daten, denen zufolge in Oesterreich im Jahre 1911 insgesamt 545.000 t Kunstdünger verbraucht wurden. Der ungefähre Wert dieses Quantums liess sich an Hand der BALLOD'schen Angaben und unter Zuhilfenahme der Einfuhrpreise der Aussenhandelsstatistik (2) mit rund 50 Millionen K feststellen.

Die Aufteilung dieser beiden Abzugsposten, der 10 %-igen Abnützungsquote des Gerätekapitals in der Höhe von 91,68 Mill. K und des Kunstdüngerwertes von 50 Mill.K, wurde nach einem gemeinsamen Schlüssel vorgenommen. Die Prozentzahlen der nachstehenden Zusammenstellung wurden dadurch ermittelt, dass der Bestand von 1.610.495 landwirtschaftlichen Maschinen, die FELLNER seiner Berechnung zugrunde legt, auf die Gebiete der Nachfolgestaaten aufgeteilt wurden (3).

	%	Maschinen-Abnützung	Kunstdünger
		in Tausend Kronen	
Doest	15.89	14.568	7.945
C. S. R.	60.61(4)	55.568	30.305
Polen	19.90	18.244	9.950
Italien	1.42	1.302	710
S. H. S.	1.29	1.182	645
Rumänien	0.89	816	445
Alt-Oest	100 00	91.680	50.000

(1) *Schriften des Vereins für Sozialpolitik* 155. Bd., p. 268.

(2) *Statistik des auswärtigen Handels des Vertragszollgebietes der beiden Staaten der Oest. - ungar. Monarchie im Jahre* 1913.

(3) Dabei musste mangels neuerer Daten auf die *Ergebnisse der landwirtschaftlichen Betriebszählung vom 3. Juni* 1902 *in den im Reichsrat vertretenen Königreichen und Ländern* (« Oesterreichische Statistik », LXXXIII. Band, Wien, 1909) zurückgegangen werden.

(4) F. BIBL, (*Evaluation de la Richesse nationale d'avant-guerre dans les provinces de la République Tchécoslovaque actuelle etc.*, in « Bulletin Statistique de la République Tchécoslovaque », VIII. Jg. p. 331, Tabelle 3) beziffert den Anteil des zu C. S. R. gehörigen früher cisleithanischen Gebietes am alt-oest. landwirtschaftlichen Maschinenbestand mit 60%.

Der Reinertrag des Ackerbaus als solcher lässt sich bei unserer Berechnungsweise nicht darstellen; um auf diesen zu kommen, müssten wir eine weitere Abzugspost von grosser Bedeutung veranschlagen: den Wert der beim Ackerbau verwendeten tierischen Arbeitskraft und den des verwendeten Viehdüngers. Da aber beide Posten andrerseits Bestandteile des Rohertrags der Viehzucht bilden, so beeinflusst deren Höhe den Reinertrag der Landwirtschaft als Ganzes genommen (Ackerbau und Viehzucht zusammen) in keiner Weise; wir können daher die verwickelte und unsichere Berechnung sparen und weisen einen Reinertrag nur für die ganze landwirtschaftliche Produktion aus (1).

Die Erträgnisse der Viehabgabe (als Wert der produzierten Fleisch-, Fett- und Fellmengen), der Milch- und Wollproduktion sowie der Geflügel-, Bienen- und Seidenzucht vereinigen sich zum Rohertrag der *Viehzucht*. Am 31. XII. 1910 (2) wurden in Alt-Oesterreich gezählt: Rinder 9.160, Schweine 6.432, Schafe 2.428, Ziegen 1.257, Pferde 1.803 Tausend Stück. Die nachfolgende Zusammenstellung gibt den Anteil der Nachfolgestaaten (3) an den einzelnen Viehgattungen in Prozenten an:

	Rinder	Schweine	Schafe	Ziegen	Pferde
Doest. . . .	24.22	28.61	12.19	18.62	16.53
C. S. R. . .	35.59	27.29	7.33	51.15	23.24
Polen . . .	27.73	29.15	14.91	2.15	50.52
Italien . . .	4.26	3.12	16.19	6.68	1.78
S. H. S. . .	5.71	8.43	41.56	21.16	4.05
Rumänien . .	2.49	3.40	7.82	0.24	3.88
Alt-Oest	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

(1) Es mag immerhin von Interesse sein, die Bewertungen dieser beiden Posten aus den Arbeiten Fellners und Gürtlers anzuführen. Fellner (*A. a. O.*, p. 518) kommt zu einer Ziffer von 897,410.830 Kronen, die Gürtler (*A. a. O.*, p. 400) auf 891,463,351 K berichtigt.

(2) *Die Ergebnisse der Viehzählung vom* 31. XII. 1910 *in den im Reichsrat vertretenen Königreichen und Ländern.* « Oest. Statistik », N. F. 5. Bd., Wien, 1912.

(3) Für Doest sind im *Statistischen Handbuch für die Republik Oesterreich*, VII. Jg. die Ergebnisse der Viehzählung von 1910 für das gegenwärtige Gebiet umgerechnet (p. 39 ff). H. Kallbrunner gibt in seiner Arbeit *Der Wiederaufbau der Landwirtschaft Oesterreichs*, Wien 1926,

Ueber die Anzahl von Tieren, die die Viehzucht jährlich abgibt, sei es zu produktiven sei es zu konsumtiven Zwecken, lassen sich für Alt-Oest. statistische Daten nicht beibringen. Jener Teil der Viehabgabe, der ins Ausland geht, lässt sich wohl mit Hilfe der Aussenhandelsstatistik erfassen, spielt aber im Verhältnis zur gesamtem Viehabgabe in Alt-Oest. nur eine untergeordnete Rolle. Sicherlich besteht der Hauptteil der Viehabgabe in den zu Konsumtionszwecken bestimmten Tieren, in den Schlachtungen. Der Fleischverbrauch Alt-Oest. lässt sich annähernd festellen an Hand der Ausweise über die Schlachtviehbeschau, die allerdings nur bis zum Jahre 1910 incl. veröffentlicht wurden (1). Von den beschauten Tieren sind dann die eingeführten abzuziehen um zu den von der heimischen Viehzucht abgegebenen zu gelangen. Wir haben den Durchschnitt der in den Jahren 1908-1910 beschauten Tieren ermittelt, ziehen davon den durchschnittlichen Einfuhrüberschuss der Jahre 1911-1913 ab und erhalten so die Viehabgabe Alt-Oesterreichs in den letzten Jahren vor Ausbruch des Weltkrieges, wobei wir von der Voraussetzung

---

p. 44 eine bundesländerweise Zusammenstellung des im Jahre 1910 auf das heutige Gebiet entfallenden Viehbestandes, die sich zwar nicht ganz mit den amtlichen Ziffern deckt, aber trotzdem auch benutzt wurde, da nur die länderweisen Angaben die Feststellung des auf die anderen Nachfolgestaaten entfallenden Bestandes ermöglichen. Die Differenz zwischen den ursprünglichen und den heutigen Gebieten Tirols und Steiermarks wird Italien, bezw. S. H. S. zugerechnet. Von Kärnten wird der unter Tarvis ausgewiesene Viehbestand zu Italien gerechnet und die Differenz zwischen dem heutigen Kärnten plus Tarvis und dem früheren Kronland wird S. H. S. zugeschlagen. Zu C. S. R. wurde Böhmen und Mähren gerechnet, mit den Beständen, die im *Statistischen Handbuch der Tschechoslowakischen Republik*, II. Bd. p. 57 ausgewiesen werden. Die ibid. enthaltenen Zahlen für den tschechoslovakischen Teil Schlesiens sind nicht zu verwenden, da in ihnen das Hultschiner Ländchen inbegriffen ist. Von Schlesien wurden jene Bestände, die im *Annuaire Statistique de la République Polonaise* I. Jg. II. Teil p. 93 angegeben sind, zu Polen gerechnet, der Rest zu C. S. R. Die dort nicht angeführten Ziegen wurden im Verhältnis des gesamten Viehbestandes geteilt. Zu Polen wird ausserdem Galizien, zu Rumänien die Bukowina gezählt. Von Krain wurde der ganze politische Bezirk Adelsberg und der Gerichtsbezirk Idria zu Italien, der übrige Teil zu S. H. S. gerechnet. Das Küstenland kommt mit Ausnahme von Veglia zu Italien, dem von Dalmatien der Gerichtsbezirk Zara zugerechnet wird, während das übrige Dalmatien und vom Küstenland Veglia zu S. H. S. zählen.

(1) *Bericht über das oesterreichische Veterinärwesen für das Jahr* 1908 *bis inklusive* 1910. Wien, 1914, p. 138 f.

ausgehen, dass der Fleischkonsum in der Zeit von 1910-1913 unverändert geblieben ist. Die betreffenden Zahlen lauten:

	Beschaute Tiere	Einfuhrüberschuss (1)	Viehabgabe
Rinder	1.699.705	277.668	1.422.037
Kälber	1.656.143	14.803	1.641.340
Schweine	3.264.909	622.721	2.642.188
Schafe, Ziegen, Lämmer und Kitzen	900.188	99.824	800.364
Pferde	72.584	26.576	46.008

Zu diesen Zahlen wären jetzt noch die der nichtbeschauten Tiere hinzuzurechnen, die im eigenen Haus oder Gehöft zum eigenen Gebrauch geschlachtet wurden. Darüber fehlen Angaben für Alt-Oest. vollständig, sodass wir die Anzahl der nichtbeschauten Schlachtungen in Analogie zu den Daten für das Deutsche Reich vom Jahre 1907 feststellen müssen (2). Dort wurde gefunden, dass die unbeschauten Schlachtungen bei Rindern 5,5% und bei Schweinen 37,1% der beschauten erreichten. Diese Relationen wenden wir, um der Gefahr einer Ueberschätzung aus dem Wege zu gehen, statt auf die beschauten Mengen, bloss auf die heimische Viehabgabe an, wodurch sich die Zahl der abgegebenen Rinder um 78.200 auf 1,500.200 und die der Schweine um 980.000 auf 3,622.400 erhöht. Dass die Verwendung der deutschen Zahlen gerechtfertigt war und dadurch keine unvertretbare Ueberhöhung der Viehabgabe verursacht wurde, mag der Umstand beweisen, dass unter Zugrundelegung der erhöhten Schlachtmengen (beschaute plus nichtbeschaute Tiere) auf den Kopf der Bevölkerung eine Jahresquote von wenig über 30 kg kommt, was der für Oesterreich im Allgemeinen angenommenen (3) entspricht, während sie um 12 kg hinter der für das Deutsche Reich berechneten zurückbleibt (4).

Es handelt sich nun darum, die als Viehabgabe ermittelten Quantitäten in Geld zu veranschlagen; wir verwenden bei der Bewertung

(1) Vgl. GUERTLER, *A. a. O.*, p. 395.
(2) Vgl. « Der Oesterreiche Volkswirt » vom 1. VI. 1912, p. 714.
(3) Vgl. « Der Oesterreichische Volkswirt » vom 5. VIII. 1911, p. 882.
(4) Vgl. *Hdw d. Stw.*, IV. Auflage, 4. Band, p. 211.

die von FELLNER errechneten und von GÜRTLER akzeptierten Einheitspreise, wobei wir sie - bis auf die für die geschlachteten Pferde - mit Rücksicht darauf, dass sie als Ausfuhrwerte etwas höher sein dürften, als die von uns gesuchten Stallpreise, nach unten abrunden. Der Durchschnittspreis für Schafe und Ziegen musste als einfaches arithmetisches Mittel berechnet werden, da der Anteil der beiden Viehgattungen an der in der Beschaustatistik ausgewiesenen Zahl nicht feststellbar ist.

Der Wert der *Viehabgabe* ergibt sich aus folgender Berechnung:

		à K	Tausend K
1.500.200	Rinder . . .	400	600.080
1.641.300	Kälber . . .	70	114.891
3.622.400	Schweine . . .	100	362.240
800.400	Schafe, etc. . .	22	17.609
46.000	Pferde . . .	120	5.520
			1.100.340 (1)

Jeder Posten, aus denen sich dieser Betrag zusammensetzt, wird nun nach den oben angegebenen Prozentsätzen aufgeteilt, die den Anteil der Nachfolgestaaten am alt-oesterreichischen Bestand in den einzelnen Viehgattungen entsprechen (2):

Viehabgabe in Tausend Kronen

	Rinder und Kälber	Schweine	Schafe (3) und Ziegen	Pferde	Zusammen
Doest	173.166	103.637	2.532	912	280.247
C. S. R. . . .	254.458	98.855	3.923	1.283	358.519
Polen	198.261	105.593	1.859	2.789	308.502
Italien	30.458	11.302	2.279	98	44.137
S. H. S. . . .	40.825	30.537	6.093	224	77.679
Rumänien . . .	17.803	12.316	923	214	31.256
Alt-Oest.	714.971	362.240	17.609	5.520	1.100.340

(1) FELLNER (*A. a. O.*, p. 521) beziffert die Viehabgabe mit K 524,9 Millionen, GUERTLER (*A. a. O.*, p. 396) mit K 306,8 Millionen, obwohl beide etwas höhere Einheitspreise verwenden. Um wieviel FELLNER und GUERTLER die alt-oest. Fleischabgabe der Menge nach unterschätzt haben, geht daraus hervor, dass auf Grund ihrer Daten (Viehabgabe plus Einfuhr) die Kopfquote des jährlichen Fleischverbrauches sich für FELLNER auf 16,70 kg, für GUERTLER gar nur auf 12,35 kg stellen würde.

(2) Vgl. oben S. 132.

(3) Der Schaf- und Ziegenstand zusammengenommen verteilt sich

Zur Bewertung des Durchschnitts der jährlichen *Milcherzeugung* übergehend, wenden wir uns zuerst der Kuhmilchproduktion zu. Der Bestand an Kühen geht aus den *Ergebnissen der oesterreichischen Viehzählung vom* 31.XII.1910 hervor. Ueber die durchschnittlichen Milchergebnisse der Kühe geben die in der *Oesterreichischen Molkereizeitung* (Jg. 1911-1913) veröffentlichten *Berichte an das milchwirtschaftliche Komitee für Oesterreich usw* Aufschluss, die folgende Daten anführen:

Jährliches Milchergebnis einer Kuh in Litern:

Nieder-Oesterreich	1700	Görz etc	1300
Ober-Oesterreich	1600	Krain	1350
Salzburg	1800	Dalmatien	1200
Steiermark (der nördliche Teil)	1900	Böhmen	1800
Kärnten und Süd-Steiermark	1800	Mähren	1800
Nord-Tirol	2100	Schlesien	2000
Vorarlberg	3000	Galizien	1700
Süd-Tirol	1800	Bukowina	1700

Durch Vervielfachung dieser Zahlen mit den Kuhbeständen der einzelnen Kronländer und nach Vornahme der Aufteilung (1) auf die Nachfolgestaaten ergaben sich für diese nachstehende Zahlen:

	Kuhbestände in 1000 Stück	Jährl. Milchergebnis pro Kuh	Erzeugte Jahresmenge in Millionen Litern
Doest (2)	1.105	1800	1.989
C. S. R.	1.676	1810	3.034
Polen	1.613	1700	2.742
Italien	194	1600	310
S. H. S.	207	1535	318
Rumänien	107	1700	182
	4.902	1749	8.575

Die jährliche Milchlieferung der Schafe und Ziegen haben wir auf Grund von Angaben Prof. Willibald WINKLERS geschätzt (3).

---

auf die Nachfolgestaaten in der Reihenfolge der obigen Zusammenstellung wie folgt: 14.38, 22.28, 10.56, 12.94, 34.60, 5.24%.

(1) Sie erfolgt nach den oben S. 132 Anm. 3 dargelegten Grundsätzen.

(2) STOLPER, (*Deutschösterreich als Sozial- und Wirtschaftsproblem*, München, 1921, p. 76) gibt die doest. Milchproduktion für den Vorkriegsstand mit 20 Millionen Hektolitern an.

(3) *Wegweiser für die Milchwirtschaft*, Wien, 1925.

Die Zahl der Melkschafe ist mit 50% des Bestandes über ein Jahr alter Schafe (1), ihr durchschnittliches Milchergebnis mit 60 Litern angenommen. Bei den Ziegen, für die die alt-oest. Viehstatistik Alter und Geschlecht nicht angibt, sind wir auf Grund der Daten über die oesterreichische Viehzählung vom 7.III.1923 (2) davon ausgegangen, dass 80% des Ziegenbestandes gemolken wurden, mit einem jährlichen Milchergebnis von 400 Litern durchschnittlich. Die Verteilung der erzeugten Schaf- und Ziegenmilchmengen auf die Nachfolgestaaten erfolgte nach den oben S. 132 für die entsprechenden Viehgattungen angegebenen Prozentzahlen. Der Wert eines Liters Milch wurde im Anschluss an die Annahme Fellners für Kuhmilch (3) mit 15 h loco Stall beziffert. Der Wert der Milchproduktion der einzelnen nachfolgestaatlichen Gebiete stellt sich dann folgendermassen dar:

	Kuhmilch (4)	Schafm.	Ziegenm.	Zusammen
		in Tausend Kronen		
Doest	298.350	1.093	11.235	310.678
C. S. R.	455.100	657	30.862	486.619
Polen	411.300	1.337	1.297	413.934
Italien	46.500	1.451	4.030	52.081
S. H. S	47.700	3.726	12.767	64.193
Rumänien	27.300	701	145	28.146
Alt-Oest.	1.286.250	8.965	60.336	1.355.651 (5)

Bei der Bewertung der übrigen Erträgnisse der Viehzucht, die von geringerer Bedeutung sind, haben wir die Ergebnisse Fellners übernommen und uns darauf beschränkt, sie auf die Nachfolgestaaten aufzuteilen. Die alt-oest. *Wollproduktion* (6) lieferte einen jährlichen Ertrag von K 4,336.360, der, im Verhältnis des Schafstandes geteilt, als Quoten der Nachfolgestaaten ergibt (in

---

(1) Deren zählt die Viehstatistik insgesamt 1,992.315.

(2) Aus dem *Statistischen Handbuch für die Republik Oesterreich* VII. Jg. p. 40 lässt sich festellen, dass 85,9% des Ziegenbestandes über 1 Jahr alt war.

(3) Den Liter Schafmilch bewertet Fellner mit 16 h; die Ziegenmilch berechnet er überhaupt nicht.

(4) Die Werte der Kuhmilch ergeben sich durch Multiplikation der Milchmengen der vorhergehenden Zusammenstellung mit 150.000 K.

(5) Fellner beziffert den Wert der jährlichen Milchproduktion mit 448,019.098 K (*A. a. O.*, p. 520).

(6) Fellner *A. a. O.*, p. 522.

Tausend Kronen):

Doest . .	529	Polen . .	646	S. H. S. . .	1802
C. S. R. .	318	Italien . .	702	Rumänien .	339

Dem Vorgang FELLNERS (1) folgend wurde der Jahresertrag der *Geflügelzucht* gleich 160,39% des Wertes des Bestandes an Haushühnern, Gänsen, Enten und sonstigem Geflügel angenommen. Der anlässlich der Viehzählung (2) vom Jahre 1910 festgestellte Geflügelstand wurde - jede Gattung für sich - nach den gleichen Prinzipien, die wir bisher für die Aufteilung des Viehbestandes befolgten, den Nachfolgestaaten zugeteilt. Die Ergebnisse für die einzelnen obenangeführten Geflügelgattungen wurden mit den von FELLNER angegebenen Ausfuhrwerten multipliziert und so der Gesamtwert des auf die einzelnen Nachfolgestaaten entfallenden Geflügels ermittelt.

	Wert des Geflügelstandes in Kronen	Ertrag der Geflügelzucht in 1000 Kronen
Doest	10.889.185	17.465
C. S. R.	28.355.429	45.479
Polen	22.055.736	35.375
Italien	2.203.622	3.534
S. H. S.	2.742.233	4.398
Rumänien	2.656.093	4.260
Alt-Oest . . .	68.902.298	110.511

Den Gesamtertrag der *Bienenzucht* schätzt FELLNER (3) auf K 11,077.947. Die Aufteilung erfolgte im Verhältnis des Bestandes an Bienenstöcken (4), wobei für die Zergliederung in die den Nachfolgestaaten zugehörigen Teile dieselben Grundsätze angewendet wurden wie beim Viehstand (5).

(1) *A. a. O.*, p. 523.
(2) Zit. *Ergebnisse der Viehzählung usw.* I. Heft, Tabelle I.
(3) *A. a. O.* p. 522.
(4) Zit. *Ergebnisse der Viehzählung usw.* I. Heft, Tabelle I.
(5) Siehe oben S 132 Anm. 2.

	Bienenstöcke		Wert der Bienenprodukte in Tausend K
	absolute	relative	
	Zahlen		
Doest	343.651 (1)	27.96	3.097
C. S. R.	355.592	28.92	3.204
Polen	328.293	26.71	2.959
Italien	53.066	4.32	479
S. H. S.	116.502	9.48	1.050
Rumänien	32.085	2.61	289
Alt-Oest . . .	1.229.189	100.00	11.078

Der Wert der im Durchschnitt der Jahre 1911-1913 produzierten *Seidenkokons* belief sich auf K 5,989.455 (2). Als Grundlage der Aufteilung dieses Betrages diente das *Oesterreichische Statistische Handbuch* 1913, p. 99. Die Seidenzucht wird nur in den Teilen Alt-Oesterreichs betrieben, die heute zu Italien bezw. zu Jugoslawien gehören. Zu diesem wurde, da eine detaillierte Verteilung nicht möglich war, ganz Krain und Dalmatien, dagegen zu Italien Tirol und das Küstenland gerechnet. Als Aufteilung ergibt sich dann:

S. H. S. 23.620 kg im Werte von 71 Tausend Kronen
Italien 1974.115 » » 5918 » »

Es ist nun das *Viehfutter*, eine Abzugspost vom Rohertrag der Viehzucht zu berechnen. Man pflegt anzunehmen, dass ein Stück Grossvieh, ein Rind mit 500 kg Lebendgewicht durchschnittlich Futtermittel von 55-65 q Heuwert jährlich benötigt. Von diesem Wert ist für Weidegang 25% abzuziehen und für sonstiges Futter, das weder beim Ackerbau noch bei einem anderen Wirtschaftszweig als Einkommensbestandteil bewertet ist (wie Abfälle, Fabrikationsrückstände), weitere 20-25%. Es verbleibt dann als durchschnittliche Grossviehkopfquote eine Fütterung von rund 35 q Heuwerten jährlich. Rechnet man den alt-oest. Viehbestand vom 31. XII.1910 in Grossvieh um (3), so ergibt sich, dass der Viehbestand von insgesamt 21

(1) Das *Statistische Handbuch für die Republik Oesterreich* VII. Jg. p. 40 gibt für 1910 nur 331.646 Bienenstöcke als auf das heutige doest. Gebiet (ohne Burgenland) entfallend an.

(2) Fellner *A. a. O.*, p. 522.

(3) Die Reduktionszahlen lauten: einem Stück Grossvieh entsprechen: 2½ St. Jungvieh, 5 Kälber, 5 Schweine, 10 Schafe, 20 Ziegen. 1 Pferd entspricht zwar 1½ St. Grossvieh, wir haben aber 1 Pferd 1 St. Grossvieh gleichgesetzt, da in den 1,8 Mill. Pferden der Viehzählung auch die Fohlen enthalten sind.

Millionen Stück (1) 10½ Millionen Stück Grossvieh entspricht. Diese haben nun 366 ⅔ Millionen q Heuwert verbraucht, die zum durchschnittlichen Heupreis (2) veranschlagt, einen Wert von 2.985 Mill. Kronen darstellen. Von diesem Betrag sind 7,26% für jenen Teil des Viehbestandes abzunehmen, der nicht in der Landwirtschaft in Verwendung stand, so dass 2.767,930.000 K erübrigen, um die der Rohertrag der Viehzucht zu kürzen ist (3). Zum Zweck der Aufteilung dieser Summe auf die Nachfolgestaaten haben wir die Viehbestände der einzelnen Nachfolgestaaten auf Grossvieh umgerechnet und haben sie in Relation zu dem Alt-Oest. gesetzt. Danach verteilt sich der Wert des Viehfutters in folgender Weise:

	in %	in 1000 K
Oest . . .	23.13	640.222
C. S. R. . .	31.89	882.693
Polen . . .	31.38	868.576
Italien . .	3.98	110.164
S. H. S. . .	6.67	184.621
Rumänien .	2.95	81.654
Alt-Oest.	100.00	2.767.930

Nun sind wir in der Lage, den Reinertrag der Landwirtschaft Alt-Oesterreichs zu errechnen. Dabei sind die Roherträge des Ackerbaus und der Viehzucht zusammenzufassen und von dieser Summe sämtliche Abzugsposten zu subtrahieren. Das Ergebnis (4) stellen wir im Folgenden zu Vergleichswecken den entsprechenden Ziffern Fellners und Gürtlers gegenüber. Diese sind der Tabelle Gürtlers entnommen (5), wobei die Post « Dünger und tierische Arbeitskraft » eliminiert werden musste. Diese ist in ihrer vollen Höhe vom Rohertrag der Viehzucht in Abzug gebracht. Es ist vielleicht nicht überflüssig, darauf hinzuweisen, dass der unten angeführte Rohertrag der Viehzucht um diesen wichtigen Bestandteil zu niedrig ist und dass daher aus dem Verhältnis zwischen diesen beiden Haupt-

(1) Vgl. Fellner *A. a. O.*, p. 616.

(2) Der Preis für 1 q Heu beträgt im Durchschnitt der Jahre 1911-1913 K 8,14, vgl. Tabelle auf S. 122-123.

(3) Fellner (*A. a. O.*, p. 524) veranschlagt das Viehfutter auf K 1.374.380.811, Guertler (*A. a. O.*, p. 400) auf K 1.759,871.059.

(4) Die Aufteilung auf die Sukzessionsstaaten zeigt Uebersicht III, in der der Reinertrag der ganzen Urproduktion dargestellt wird. (Siehe unten S. 145).

(5) *A. a. O.*, p. 400.

zweigen der Landwirtschaft, wie es sich aus der Zusammenstellung ergibt, keinerlei Schlüsse auf deren Bedeutung für die landwirtschaftliche Produktion gezogen werden können (1).

Reinertrag der Landwirtschaft in Tausend Kronen

	Fellner	Gürtler	Unsere Berechnung
Rohertrag:			
Ackerbau	4.255.531	4.255.531	4.241.703
Viehzucht	1.104.860	886.741	2.587.905
Landwirtschaft . .	5.360.391	5.142.272	6.829.608
Produktionskosten:			
Saatgut	286.893	286.893	343.324
Abnützung der Maschinen und dgl. . . .	82.149	82.149	91.680
Kunstdünger . . .	—	—	50.000
Viehfutter	1.374.380	1.759.871	2.767.930
Reinertrag der Landwirtschaft	3.616.969	3.013.359	3.576.674

Was die folgenden Bestandteile des Volkseinkommens anlangt, die noch zur Urproduktion gehören, übernehmen wir im Wesentlichen die Bewertungen FELLNERS, mit Ausnahme des Ertrages des Gartenbaus. Den Ertrag des Weinbaus, den der Tafeltrauben eingeschlossen, beziffert er (2) mit K 156,075.095 im Durchschnitt der Jahre 1911-1913. Von dieser Summe entfallen auf die Nachfolgestaaten (3) in Prozenten und Tausend Kronen:

Doest	12.05 %	18.807	Italien	46.31 %	72.278
C. S. R.	1.13 »	1.764	S. H. S.	40.51 »	63.226

Die *Obsternte* der Jahre 1912 und 1913, getrennt nach einzelnen Obstarten, wurde nach der *Statistik der Ernte* 1913 nach denselben Grundsätzen aufgeteilt, die für den Weinbau massgebend waren.

---

(1) Dasselbe gilt auch für die Uebersicht III auf S. 145.

(2) *A. a. O.*, p. 525.

(3) Die *Statistik der Ernte* 1913 weist die erzeugten Weinmengen für die « natürlichen Gebiete » aus, so dass eine annähernd richtige Aufteilung möglich ist. Zu Doest wurde Nieder-Oest., Kärnten und von Steiermark das » Mittelland « gerechnet, zu C. S. R. Böhmen und Mähren, zu Italien Tirol und Küstenland, zu S. H. S. Krain, Dalmatien und von Steiermark das » Unterland «, das 73,3% der Ernte ganz Steiermarks liefert. Es ergaben sich dann die oben im Text angeführten Prozentsätze als Anteile der Nachfolgestaaten.

Schlesien wurde zu 80% zur Tschechoslowakei und zu 20% zu Polen gerechnet. Der Durchschnitt, der sich aus der Aufteilung der Erntemengen von 1912 und 1913 ergab, wurde für jede Obstart separat auf die Zahlen FELLNERS (1), die sich auf die Jahre 1911-1913 beziehen, angewendet. Die Ergebnisse sind in der nächsten Tabelle ausgewiesen.

Bei der Veranschlagung des *Gartenbauertrages* geht FELLNER davon aus, dass der durchschnittliche Ertrag pro Katastraljoch (= 0·575 ha) nur K 100 erreichte. Von dem Betrag, der durch Multiplikation der zum Gartenbau verwendeten Bodenfläche mit diesen Durchschnittsertrag erhalten wird, zieht er den Wert der Krauternte ab, in der irrigen Annahme, dass die mit Kraut bestellte Bodenfläche von der Statistik in die als Gärten ausgewiesene einbezogen ist. Wir haben die Gartenfläche, wie sie die *Statistik der Ernte* 1913 p. 31 ausweist, 340.629 ha, unserer Berechnung zugrunde gelegt, wobei wir den Durchschnittsertrag pro ha mit K 200 angenommen haben. Die Aufteilung (2) dieses Postens und des vorangegangenen auf die Nachfolgestaaten ergibt folgende Resultate in Tausend K:

	Obsternte	Ertrag des Gartenbaus
Doest	58.638	15.469
C. S. R.	164.239	20.622
Polen	6.355	22 069
Italien	6.169	2.820
S. H. S.	19.968	5.303
Rumänien	2.481	1.843
Alt-Oest.	257.850	68.126 (3)

FELLNER hat den Jahresertrag der *Forstwirtschaft* Alt-Oest. mit K 106,682.000 beziffert, davon entfiel nach einer der Methode FELL-

(1) *A. a. O.*, p. 526.

(2) Sie wurde nach dem bekannten für die Ernte verwendeten Schema vorgenommen (Vgl. oben S. 124 ff.) mit der Abweichung, dass von dem nicht zu Doest gekommenen Teil Kärntens nur $^1/_5$ zu Italien und $^4/_5$ zu S. H. S. gerechnet wurden, womit dem Umstand Rechnung getragen werden soll, dass der italienische Teil des ehemaligen Kärnten vorwiegend gebirgigen Charakters ist.

(3) FELLNER (*A. a. O.*, p. 526) kommt zu einer Ziffer von K 12,674.700.

NERS folgenden Berechnung auf Doest (1) K 30,320.000. Der Rest wurde dann auf die übrigen Nachfolgestaaten in dem Verhältnis der für die einzelnen errechneten Waldflächen aufgeteilt (2):

	in 1000 K		in 1000 K
Doest.	30.320	Italien	10.179
C. S. R.	26.284	S. H. S.	11.989
Polen	22.947	Rumänien	4.963

Der Wert des abgeschossenen *Wildes* beträgt auf Grund der amtlichen Mengenziffern (Oest. Stat. Hb. 1913 p. 104) und der Preise FELLNERS (a. a. O. p. 529) 10,8 Millionen K (3). Die Verteilung (4) dieses Betrages auf die Nachfolgestaaten ergab in 1000 K für

Doest. . .	3.582	Italien	207
C. S. R. .	5.916	S. H. S.	510
Polen . .	554	Rumänien	32

Von dem Ertrag der *Fischerei* gibt die amtliche Statistik nur Zahlen, die sich auf die Adria- und die Bodensee-Fischerei beziehen, sodass dieser Zweig der Urproduktion nicht erschöpfend zu behandeln ist. Jene brachte im Durchschnitt der Jahre 1911-1913 einen Ertrag von K 9,150.071, diese für die gleiche Periode K 30.882. Rech-

---

(1) Vgl. auch *Statistisches Handbuch für die Republik Oesterreich* I. Jg. p. 28 f.

(2) Von den Kronländern, in die sich je zwei oder mehrere Nachfolgestaaten teilten, wurde Schlesien zu 17½% zu Polen gerechnet, auf Grund der Angabe des *Annuaire Statistique de la République Polonaise* I. Jg. II. Teil p. 52, dass 31.394 ha Waldfläche auf den polnischen Teil Schlesiens entfallen sind; von Krain wurde 90% zu S. H. S. gerechnet (die restlichen 10% zu Italien), welches Verhältnis aus Daten, die A. BILIMOVIC (*Jugoslavien* in Bd. II der » Osteuropäischen Länderberichte « Breslau 1927, p. 140) angibt, geschlossen wurde. Von Kärnten wurden 13.685 ha zu Italien, 22.808 ha zu S. H. S. gerechnet. Da die daraus entstandenen Fehler nur ganz unbedeutend sein dürften, wurde Dalmatien ungeteilt zu S. H. S., Küstenland ungeteilt zu Italien gezählt.

(3) FELLNER kommt nur auf 10 Millionen K (*A. a. O.*, p. 529), da er einige Federwildgattungen nicht berücksichtigt hat.

(4) Zu Doest 100% von Nieder-Oest., Ober-Oest., Salzburg, Kärnten; 75% von Steiermark, 46% von Tirol und Voralberg. Zu C. S. R. Böhmen, Mähren und 80% von Schlesien. Zu Polen Galizien und 20% von Schlesien. Zu Italien 54% von Tirol und Vorarlberg, die in einer Summe ausgewiesen sind, und das Küstenland. Zu S. H. S. 25% von Steiermark, Krain und Dalmatien. Zu Rumänien die Bukowina.

net man ganz Dalmatien zu S. H. S. und das ganze Küstenland zu Italien, den Ertrag der Bodenseefischerei zu Doest, so ergeben sich als Volkseinkommensbestandteile aus diesem Wirtschaftszweig:

Doest.	31.000 K
Italien	4.172.000 »
S. H. S.	4.983.000 »
Alt-Oest. (1)	9.186.000 K

In Uebersicht III ist der Reinertrag der gesamten Urproduktion Alt-Oesterreichs zusammengestellt und daraus die Aufteilung auf die Nachfolgestaaten ersichtlich. An der alt-oesterreichischen Urproduktion (in dem von uns angenommenen Umfang, der sich mit den « A »- Berufen der Berufsstatistik deckt) waren die Nachfolgestaaten in folgender Weise beteiligt:

Doest	mit	20.62 %	Italien	mit	5.42 %
C. S. R.	«	46.36 »	S. H. S.	»	5.45 »
Polen .	»	19.46 »	Rumänien	»	2.69 »

(1) Fellner (*A. a. O.*, p. 530) weist nur 8,962.689 K aus.

Landwirtschaftliche Urproduktion

(*Wert in* 1000 *K*)

	Alt-Oest	Doest	C. S. R.	Polen	Italien	S. H. S.	Rumänien
Ernte	4.241.703	856.400	1.954.152	976.864	148.460	173.486	132.341
Viehzucht	2.587.905	612.016	894.139	761.416	106.851	149.193	64.290
Zusammen	6.829.608	1.468.416	2.848.291	1.738.280	255.311	322.679	196.631
Abzüglich:							
Saatgut	343.324	69.317	158.169	79.068	12.016	14.042	10.712
Maschinen-Abnützung	91.680	14.568	55.568	18.244	1.302	1.182	816
Kunstdünger	50.000	7.945	30.305	9.950	710	645	445
Viehfutter	2.767.930	640.222	882.693	868.576	110.164	184.621	81.654
Reinertrag der Landw.	3.576.674	736.364	1.721.556	762.442	131.119	122.189	103.004
Weinbau	156.075	18.807	1.764	—	72.278	63.226	—
Obst	257.850	58.638	164.239	6.355	6.169	19.968	2.481
Gemüse	68.126	15.469	20.622	22.069	2.820	5.303	1.843
Forstwirtschaft	106.682	30.320	26.284	22.947	10.179	11.989	4.963
Jagd	10.801	3.582	5.916	554	207	510	32
Fischerei	9.186	31	—	—	4.172	4.983	—
	4.185.394	863.211	1.940.381	814.367	226.944	228.168	112.323

2. Industrie und Gewerbe.

Der Rohertrag der *Bergbauproduktion* beträgt im Durchschnitt der Jahre 1911-1913 348 (1), der Wert der aufgewendeten Materialien 60.6 (2), der Reinertrag daher 287.4 Millionen K. Die Aufteilung (3) dieser Summe auf die Nachfolgestaaten erfolgte in dem Verhältnis, das sich für das Jahr 1913 ergab:

	Wert in Tausend Kronen im Jahre 1913			Reinertrag im Durchschnitt d. Jahre 1911-13	
	Rohertrag	Material Aufwand	Reinertrag	in %	Tsd. K
Doest.	50.875	9.688	41.187	= 13.545	38.932
C. S. R.	281.440	49.271	232.169	= 76.350	219.448
Polen	19.352	4.385	14.967	= 4.920	14.141
Italien	5.198	481	4.717	= 1.550	4.455
S. H. S.	14.293	3.426	10.867	= 3.570	10.261
Rumänien	285	89	196	= 0.065	187
	371.443	67.340	304.103	= 100.000	287.424

Die *Hüttenproduktion* erbrachte nach der amtlichen Statistik (4) einen durchschnittlichen Rohertrag von 172.3 Millionen K, von denen 60 als Materialaufwand (5) abgehen. Ueberdies ist noch der Wert der verhütteten Erze abzuziehen und zwar sowohl der im Inland gewonnenen als auch der eingeführten. Jener beläuft sich nach Fellner (6) auf 44.3 Millionen K, den Einfuhrüberschuss haben wir - Fellner und Gürtler haben diesen Posten unberücksichtigt gelassen - auf Grund amtlicher Daten mit 81.7 Millionen K festgestellt.

Demnach lieferte die Hüttenproduktion einen Reinertrag von

---

(1) *Oest. Stat. Hb.* 1913, p. 110.

(2) *Oest. Stat. Hb.*, 1912, p. 114 f und 1913 p. 111.

(3) Dabei wurde Doest auf Grund der Angabe von Schilder (*Oesterreichs Wirtschaftsverhältnisse*, Leipzig, 1922, p. 29 ff) berechnet. Zu C. S. R. kommen ausser Böhmen und Mähren 99,39% von den auf Schlesien bezüglichen Zahlen, da das *Annuaire Statistique de la République Polonaise*, I. Jg. II. Teil auf S. 136 angibt, dass im Jahre 1913 auf dem heute polnischen Teil Schlesiens 46.000 Tonnen Steinkohle gefördert wurden, was 0.61% der ganzen schlesischen Förderung entspricht. Ausser diesem Teil von Schlesien wurde noch Galizien zu Polen gerechnet, zu S. H. S. Südsteiermark, Dalmatien und der Ertrag Krains mit Ausnahme der Quecksilberproduktion. Diese kam nebst dem Küstenlande zu Italien, Bukowina zu Rumänien.

(4) *Oest. Stat. Hb.*, 1913, p. 121.

(5) *Oest. Stat. Hb.* 1912, p. 135, und 1913, p. 125.

(6) *A. a. O.*, 531: vergl. insbesonders Anmerkung 3.

30,423.000 K, welcher Betrag sich in folgender Weise auf die Sukzessionsstaaten verteilt (1):

		Reinertrag in 1000 K
Doest	34.78 %	10.581
C. S. R.	51.31 %	15.610
Polen	4.67 %	1.421
Italien	8.60 %	2.616
S. H. S.	0.64 %	195

Der Rohertrag aus *Brikett- und Kokserzeugung* wird auf 48,659.297 K beziffert; (2) nach Abzug des Wertes der verarbeiteten Kohlen verbleiben 8.282.376. Für die in Betracht kommenden Nachfolgestaaten stellen sich Roh- und Reinertrag wie folgt dar (3):

	Rohertrag in 1000 Kronen:	Reinertrag
Doest	84	6
C. S. R.	46.616	8.006
Polen	1.959	270

Nach dem *Oest. Stat. Hb.* 1913, p. 117 ist der Rohwert des produzierten Erdöls 52,114.469; der des gewonnenen Erdwachses 2,537.581 K. Der Materialaufwand wird nur für den Erdwachsbau nachgewiesen (4) und beträgt 15.6% des Rohwerts. Dasselbe Verhältnis setzen wir bei der Erdölproduktion voraus und erhalten so als Reinertrag der *Naphtaproduktion* in Polen im Durchschnitt der Jahre 1911-1912 (5) K 45,188.000.

Die *Salzerzeugung* belief sich im Durchschnitt der Jahre 1912-1913 auf 3,516.758 Meterzentner Salz (6). Der Wert dieser Menge

(1) Schlüssel: Die im *Oest. Stat. Hb.* 1912, (p. 130), 1913 (p. 121) und 1914 (p. 118) für die vorangegangenen Jahre ausgewiesenen Roherträge der Hüttenproduktion wurden auf die Nachfolgestaaten aufgeteilt und zwar wurde zu Doest. gerechnet: Salzburg, Steiermark, Kärnten und Tirol; zu C. S. R. Böhmen, Mähren und Schlesien; zu Polen Galizien; zu Italien die Quecksilberproduktion Krains und Triest; zu S. H. S. Krain abzüglich des Wertes der Quecksilberproduktion. Aus den für jedes Jahr einzeln für jeden Nachfolgestaat gebildeten Werten wurde dann der dreijährige Durchschnitt berechnet und der Reinertrag im Verhältnis des Rohertrages aufgeteilt.

(2) *Oest. Stat. Hb.*, p. 124 f.

(3) Zu Doest wurde ganz Steiermark, zu C. S. R. Böhmen, Mähren und 90% von Schlesien, zu Polen die restlichen 10% von Schlesien gerechnet.

(4) *A. a. O.*, p. 118.

(5) Daten für das Jahr 1913 sind nicht mehr veröffentlicht worden.

(6) Die Angaben für 1911 sind nicht verwendbar, da sie nach anderen Gesichtspunkten ausgewiesen wurden.

stellt sich unter Zugrundelegung des Ausfuhrpreises (1) von K 2.64 pro q auf K 9,284.241. Der Materialaufwand, der nur für die auf Doest., Polen und Rumänien entfallende Erzeugung ausgewiesen ist, beträgt in diesen Gebieten 3,422.000 K oder 39.15% des Wertes der entsprechenden Salzerzeugung (K 8,740.610). Das gleiche Verhältnis zwischen Materialaufwand und Produktionswert für die Erzeugung auf heute italienischem und jugoslawischem Gebiet angenommen, ergibt als Reinertrag der alt-oesterreichischen Salzerzeugung K 5,649.000 und als dessen Verteilung auf die Nachfolgestaaten das folgende Bild:

	in 1000 Kronen		in 1000 Kronen
Doest	2.555	S. H. S.	58
Polen	2.689	Rumänien	74
Italien	273		

Im ganzen beziffert sich der Reinertrag von Bergbau, Hüttenproduktion und verwandten Betrieben auf 376,966.000 K (2) und als Anteile der Nachfolgestaaten ergeben sich in 1000 K:

Doest	52.074	=	13.81 %
C. S. R.	243.064	=	64.48 »
Polen	63.709	=	16.90 »
Italien	7.344	=	1.95 »
S. H. S.	10.514	=	2.79 »
Rumänien	261	=	0.07 »

Wir gehen nun zur Berechnung des Ertrags der *grossindustriellen Produktion* über, die wir in zwei Gruppen vornehmen, deren erste die unter Steuerkontrolle stehenden Industriezweige bilden. Der Rohertrag der *Bierbrauereien* beziffert sich nach FELLNER auf K 351,949.633 (3). Davon bringt er K 81,633.280 für verwendete Gerste und K 25,632.687 für verarbeiteten Hopfen in Abzug. Ausserdem sind 3.958% für verbrauchte Heizmittel und 3.672% für Maschinenabnützung abzuziehen, was zusammen einen Betrag von K 26,853.756 ergibt. Der Reinertrag stellt sich dann auf K 217,830.000 (4)

(1) *Statistik des auswärtigen Handels des Vertragzsollgebietes im Jahre* 1913, IV. Bd. p. 232.

(2) Gegenüber 440.764.307 K der Fellnerschen Berechnung (*A. a. O.*, p. 532).

(3) *A. a. O.*, p. 560.

(4) FELLNER kommt infolge von Rechenfehlern auf K 197,378.267 (*A. a. O.*, p. 561).

Die Aufteilung (1), die im Verhältnis der in der Betriebsperiode 1912-1913 erzeugten Biermengen (2) erfolgte, ergibt folgendes Bild:

	Erzeugte Mengen in 1000 hl	%-Satz	Reinertrag in 1000 K
Doest	7.236	34.33	74.781
C. S. R.	12.011	56.97	124.098
Polen	1.419	6.73	14.660
Italien	151	0.71	1.547
S. H. S.	135	0.64	1.394
Rumänien	130	0.62	1.350
	21.082	100.00	217.830

Den Rohertrag der *Zuckerindustrie* beziffert FELLNER (3) mit K 237,757.162, den Reinertrag mit K 58,086.493. Die Aufteilung (4) ergibt für die Nachfolgestaaten die folgenden Anteile:

	Produktion in 1000 Meterzentner	1912/13 (5) in %	Reinertrag in 1000 Kronen
Doest	588	4.97	2.887
C. S. R.	10.982	92.69	53.840
Polen	87	0.73	424
Rumänien	190	1.61	935
	11.847	100.00	58.086

Nach FELLNER (6) betrug der Rohertrag der *Spiritusindustrie* K 113,542.800, ihr Reinertrag 27,994.181 K. Die Aufteilung ergibt als Quoten der Nachfolgestaaten (7):

---

(1) Gerechnet wurde: zu Doest. von Steiermark und Tirol Teile nach den Angaben der *Wirtschaftsstatistischen Materialien über Deutsch-Oesterreich* (zusammengestellt von der Nieder-Oesterreichischen Handels- und Gewerbekammer), Wien 1919, p. 48 und die übrigen 5 Kronländer zur Gänze (Vgl. auch HUDECZEK, *Die Wirtschaftskräfte Oesterreichs*, II. Auflage, Wien, 1921, p. 20); zu C. S. R. Böhmen, Mähren und von Schlesien mangels genauer Daten im Verhältnis der Bevölkerung 80%; zu Polen Galizien und 20% von Schlesien; zu Italien Triest und Südtirol; zu S. H. S. Krain und Süd-Steiermark; zu Rumänien die Bukowina.

(2) Vgl. *Oest. Stat. Hb.*, 1913, p. 135.

(3) *A. a. O.*, p. 561 f.

(4) Von der Produktion der Betriebsperiode 1912-13 wurde die von Nied.-Oest. zu Doest., die von Böhmen, Mähren und Schlesien zu C. S. R., die Galiziens zu Polen und die der Bukowina zu Rumänien gerechnet.

(5) *Oest. Stat. Hb.*, 1913, p. 137.

(6) *A. a. O.*, p. 564 f.

(7) Sie erfolgte auf Grund der in den *Mitteilungen des k. k. Finanz-Ministeriums* XX. Jahrg. Wien 1914, 2. Heft, p. 493 ff für die Betriebsperiode 1912-13 enthaltenen Angaben über die produzierten Mengen.

	Produktion 1912/13 in 1000 hl	in %	Reinertrag 1911/13 in 1000 Kronen
Doest	134	8.27	2.315
C. S. R.	732	45.18	12.648
Polen	677	41.79	11.698
Italien	5	0.31	87
S. H. S.	9	0.56	157
Rumänien	63	3.89	1.089
	1.620	100.00	27.994

Der Bruttowert der *Mineralöl - Raffinerie* stellt sich auf Grund der Angaben FELLNERS auf 203,196.346 K, dem als Reinertrag die Summe von K 142,721.267 entspricht (1). Die Aufteilung (2) auf Nachfolgestaaten zeigt folgende Resultate:

	Reinertrag in 1000 K.		Reinertrag in 1000 K.
Doest	9.647	Italien	2.641
C. S. R.	49.881	Rumänien	367
Polen	80.185		

Zu den unter Steuerkontrolle stehenden Industrien gehört noch die *Tabakfabrikation*, die nach FELLNER (3) einen durchschnittlichen Reinertrag von 27,954.190 K abwarf. An der Produktionsmenge des Jahres 1913 waren die auf den Gebieten der Nachfolgestaaten liegenden Fabriken in nachstehendem Verhältnis beteiligt, das auch

---

HUDECZEK (*A. a. O.*, p. 56) gibt an, dass die Kapazität der auf doest. Boden befindlichen 26 Brennereien 134.000 hl betrug. Das entspricht etwa 8.27% der i. J. 1912-13 in Altoesterreich produzierten Menge (1,620.000 hl). Es entspricht demnach der Produktion von Doest. die ganze Produktion von Nied.-Oest., Ob.-Oest., Salzburg, Kärnten, Vorarlberg und je 50% der Produktion von Steiermark und Tirol. Weiters wurde gerechnet zu C. S. R. Böhmen, Mähren und 80% von Schlesien, zu Polen Galizien und 20% von Schlesien, zu Italien Triest, Görz und Gradiska, Istrien und 50% von Tirol, zu S. H. S. Krain, Dalmatien und 50% von Steiermark, zu Rumänien die Bukowina.

(1) FELLNER selbst ist infolge mehrerer Irrtümer zu K 207,117.479 resp. 146,469.925 gelangt.

(2) Sie ist auf Grund der *Mitteilungen des k. k. Finanzministeriums* XX. Jg. pp. 102-3 u. 572-73 vorgenommen. Zu Doest wurden die Raffinerien in Nied.-Oest., zu C. S. R. die in Böhmen, Mähren u. Schlesien befindlichen, zu Polen die galizischen, die Triestiner zu Italien und zu Rumänien die der Bukowina gerechnet.

(3) *A. a. O.*, p. 567 f.

der Aufteilung (1) des Reinertrages zugrunde gelegt wurde.

	Anteil an der Produktionsmenge 1913 in 1000 q	in %	Durchschnittlicher Reinertrag in 1000 K
Doest	122	30.32	8.476
C. S. R.	171	42.37	11.844
Polen	64	15.92	4.450
Italien	18	4.44	1.241
S. H. S.	28	6.95	1.943

Wenn wir uns nun der Schätzung des reinen Produktionswertes der übrigen - nicht unter Steuerkontrolle stehenden - Industriezweige zuwenden, so betreten wir ein Gebiet, über das keinerlei statistisches Material vorliegt und auf dem wir uns ausschliesslich mit Hilfe konjekturaler Methoden zu bewegen vermögen. Die Schätzung, die FELLNER für diesen Bestandteil des Volkseinkommens aufgestellt hat, beziffert den reinen Produktionswert dieser Industriezweige mit K 3.789.073,646 (2) und da wir zwar sein Resultat in dieser Gestalt nicht akzeptieren können, es andererseits doch für unsere Berechnungen heranziehen müssen, geben wir im folgenden sein Zustandekommen kurz wieder. Die Oest. Unfallstatistik gibt in ihren Veröffentlichungen die Lohnsumme der Versicherten an und FELLNER setzte diese bei der Beitragsfeststellung angerechnete Lohnsumme dem Gesamtbetrag der ausbezahlten Arbeitslöhne gleich (3). Aus der ungarischen Statistik ist ihm nun das prozentuelle Verhältnis zwischen Arbeitslöhnen und Rohproduktionswert in den einzelnen Industriezweigen bekannt. Mit Hilfe dieser Prozentzahlen - FELLNER

(1) Die Auftleilung der Produktion erfolgte auf Grund der *Wirtschaftsstat. Materialien usw*, p. 50 und des *Oest. Stat. Hb.* f. 1913, p. 138. Zu Doest wurde gerechnet: Nied.-Oest., Ob.-Oest., Salzburg, Steiermark, Kärnten und $^2/_3$ von Tirol, zu C. S. R. Böhmen und Mähren, zu Polen Galizien, zu Italien Istrien und ein Drittel von Tirol, zu S. H. S. Krain und Dalmatien,

(2) Diese Zahl findet sich bei FELLNER nicht, da er von dem Punkte an, wo er den Rohproduktionswert der nicht steuerkontrollierten Industrien errechnet hat, stets die ganze Grossindustrie als Einheit behandelt. Man kommt zu der im Text angeführten Zahl, wenn man vom Rohproduktionswert der nicht steuerkontrollierten Industrien von K 8.399,058.129 (Vgl. FELLNER *A. a. O.*, p. 570) 5.6% für Heizmittel, 1.72% für Maschinenabnutzung und den bei FELLNER auf S. 571 angegebenen Wert für verbrauchte Materialien, vermindert um den Rohmaterialverbrauch der steuerkontrollierten Industrie, abzieht.

(3) *A. a. O.*, p. 569.

nimmt für Oesterreich die gleichen wie für Ungarn - wird nun der Rohproduktionswert festgestellt. Von diesem werden gewisse Abzüge gemacht und zwar für verbrauchte Heizmittel (5.6%) und als Abnuzzungskoeffizient der Maschinen etc. (1.72%). Beide Prozentsätze sind wiederum der ungarischen Statistik entnommen, wie auch jene, die angeben, wie gross der Anteil der verbrauchten Rohmaterialien, Halbfabrikate und Fertigwaren am Rohproduktionswert der einzelnen Industriezweige ist. Auch dieser Betrag, den FELLNER im Durchschnitt aller Industriezweige auf 47.61% des Rohproduktionswertes beziffert, ist davon abzurechnen, womit dann der Nettoproduktionswert festgestellt ist. Diese an sich einwandfreie Berechnungsweise führt aus Gründen, die wir im einzelnen nicht verfolgen können, zu einem unannehmbaren Resultat; die einfache Anwendung der für die damals junge und noch recht unentwickelte ungarische Industrie festgestellten Verhältniszahlen, die sich noch dazu der Hauptsache nach auf das Jahr 1898 beziehen, auf die doch wesentlich ältere und fortgeschrittenere oesterreichische ist eben doch nicht angängig. Wie wenig innere Wahrscheinlichkeit seinem Resultate zukommt, wird eine Gegenüberstellung mit den entsprechenden Ziffern zeigen, wie sie sich aus dem englischen *Census of Production* (1) für das Jahr 1907 und Berechnungen BOWLEYS (2) für den gleichen Zeitpunkt ergeben.

	Oesterreich 1911 nach Fellner		England 1907 nach dem Census of Production	
	in 1000 K.	%	in 1000 Pfd. St.	%
1) Bruttoproduktionswert .	8.399.058	100.00	1.765.366	100.00
abzgl. Heizmaterial . . .	614.811	7.32	1.053.231	59.70
» Maschinenabnützung				
» Rohmaterial etc. .	3.995.173	47.61		
2) Reiner Produktionswert	3.789.074	45.07	712.135	40.30
Löhne	1.141.317		370.310(3)	
Löhne in % von 1) . .	13.6		21.0	
Löhne in % von 2) . .	30.1		52.0	

(1) Vgl. « Der Oester. Volkswirt » vom 11. Jänner 1913, p. 295 f.
(2) *The Division of the Product of Industry*, Oxford 1921, p. 44 f.
(3) Während alle übrigen Zahlen dem Aufsatz des « Oesterreichi-

Worauf es uns bei dieser Gegenüberstellung allein ankommt, das ist das prozentuelle Verhältnis der Löhne zu den beiden Produktionswerten und da wiederum vor allem auf jenes zum Nettoproduktionswert. Die englische Industrie ist der oesterreichischen, was die technische Ausrüstung und die Arbeitsmethoden anlangt, nach der eigenen Aussage von oesterreichischen Industriellen dieser weit überlegen gewesen (1) und doch hätte die oesterreichische um so viel rentabler gearbeitet, wäre der Lohnanteil um so vieles geringer gewesen? Aus diesen Ueberlegungen schon folgt, dass der oesterreichische Nettoproduktionswert von FELLNER zu hoch geschätzt ist, sei es, weil die Abzüge für verbrauchtes Material und für Maschinenabschreibung, sei es, weil der Lohnanteil von vornherein zu niedrig angesetzt sind. Wenn nun HERTZ (2) als Beweis für die Richtigkeit der Fellnerschen Ziffern anführt, dass « nach der englischen Produktions-Statistik auf einen englischen Arbeiter im Jahre 1907 als Roh-Produktionswert K 2.448 kamen » während nach FELLNERS Resultaten auf einen oesterreichischen Arbeiter 2.735 K entfielen, so scheint uns das ein weiteres Argument gegen die Fellnersche Schätzung. Nach den Angaben BOWLEY'S (3) ist die Differenz grösser, denn er berechnet als Reinproduktionswert (4) per Arbeiter Pfund Sterling 97, 6, was rund K 2.340 entspricht. Und mit Hilfe dieser Zahl ergibt sich nun die Obergrenze unserer Schätzung; die rund 1,345.000 Arbeiter, die dem von FELLNER seiner Schätzung zugrunde gelegten Lohnbetrag von 1.141,4 Millionen K entsprechen, müssen weniger als 3,15 Milliarden K Nettoproduktionswert hervorgebracht haben. Die Untergrenze ermitteln wir auf die Weise, dass wir annehmen, dass das Verhältnis zwischen Lohnanteil und Nettoproduktionswert in der oesterreichischen Industrie dasselbe war, wie in der eng-

---

schen Volkswirt » entnommen sind, ist diese Ziffer auf Grund der Angaben BOWLEYS (*A. a. O.*, p. 45) berechnet. BOWLEY gibt dort an, dass die Löhne in allen Industrien, die nach dem *Census of Production* Gewinne auswiesen, 58% von dem um 10% für lokale Steuern und Abschreibung verringerten Nettoproduktionswert ausmachten. Rechnet man die Lohnquote auf den vollen, unverminderten Produktionswert, so ergeben sich obige 52%.

(1) Vgl. « Die Industrie » offizielles Organ des Hauptverbandes der Industrie Oesterreichs vom 1. März 1924, p. 7.

(2) *Zahlungsbilanz und Lebensfähigkeit Oesterreichs*, Schriften des Vereins für Sozialpolitik, 167. Bd. 2. Teil, p. 16.

(3) *A. a. O.*, p. 45.

(4) Die Bezeichnung Rohproduktionswert bei HERTZ ist offenbar irrtümlich.

lischen. Der Lohnbetrag, der sich nach unserer Berechnung auf 1.154,7 Millionen K stellt, erhöht sich von 1911 auf den Durchschnitt 1911-1913 auf 1.207,2 Millionen K (1) und entspricht bei einem Kapitalisierungsprozentsatz von 52 einem reinen Produktionswert von 2.321,540.000 K. Innerhalb dieser beiden Grenzen liegt nun der von uns gesuchte Netto-Produktionswert und wir nehmen mangels genauerer Anhaltspunkte für seine Fixierung an, dass er etwa dem arithmetischen Mittel zwischen den beiden uns allein bekannten Endpunkten der Reihe entspricht und sich auf rund 2 $^3/_4$ Milliarden Kronen beläuft. Wenn wir diesen Betrag als reinen Produktionswert der nicht unter Steuerkontrolle stehenden Industriezweige Alt-Oesterreichs ansehen, dann stellt sich der auf einen Arbeiter entfallende Nettoproduktionswert auf etwas über 2.000 K, liegt unter dem entsprechenden englischen Wert und - wenn wir uns auch kein Urteil über die Angemessenheit der Abstandsgrösse selbst zu bilden vermögen - immerhin wenigstens in der Richtung, in die der notorische Produktivitätsunterschied weist (2).

Die Aufteilung des ermittelten reinen Produktionswertes der altoesterreichischen Industrie muss sich ebenso wie seine Ermittlung auf die Arbeitslöhne, resp. auf die Arbeiter stützen. Die Aufteilung der für ganz Alt-Oesterreich in der Unfallstatistik gegebenen Ziffern auf die ehemaligen Kronländer und somit auf die heutigen Nachfolgestaaten ist nach dieser Statistik allein nicht durchführbar. In der Unfallstatistik wird das Material nur nach den Kassen oder Anstalten (7 für Alt-Oesterreich) gegliedert und nicht weiter unterteilt. Um eine wenigstens annähernd genaue Aufteilung der Arbeits-

---

(1) *Die Gebarung und die Ergebnisse der Unfallstatistik in dem Jahren* 1912 *und* 1913 Wien, 1917, weisen auf p. 3 die Löhne aus, die auf einen Vollarbeiter in den Jahren 1911 bis 1913 entfielen. Aus diesen Angaben geht hervor, dass der Lohn im Durchschnitt der Jahre 1911-1913 4.55% über dem des Jahres 1911 lag.

(2) Am auffälligsten wird die Unzulänglichkeit der Fellnerschen Resultate bei der Nahrungsmittelindustrie (ohne die Bier-, Spiritus-, Zukker- und Tabakindustrie). Als Rohproduktionswert gibt Fellner (*A. a. O.*, p. 570) 1.878,442.602 K an. Die Abzüge für Heizmittel (5.6%) und für Maschinenabnützung (1.72%) betragen zusammen 137,501.998 K, der Wert des verbrauchten Rohmaterials K 535,317.310 (p. 571). Der Nettoproduktionswert loco Fabrik stellt sich somit auf K 1.205,623.294, demgegenüber die Löhne 63,699.300 K (*A. a. O.*, p. 570) betragen, also 5.3%. Nach Bowley beträgt der Lohnanteil in entsprechenden englischen Industriezweigen (angeführt unter dem Stichwort: Brot und Zwieback) 50%.

löhne auf die einzelnen Kronländer durchführen zu können, haben wir auf die Berufszählung vom Jahre 1910 zurückgegriffen (1). Es wurden sämtliche « Arbeiter » (2) der Berufsstatistik Alt-Oesterreichs, die in den « Berufsgruppen » ausgewiesen werden, die FELLNER seiner Berechnung (a. a. O. Tabelle p. 570) zugrundelegt, auf die Sukzessionsstaaten aufgeteilt (3). Die Berufsgruppen (4), um die es sich bei FELLNER handelt, sind die folgenden mit arabischen Ziffern nummerierten, denen gleichzeitig die entsprechenden der Berufsstatistik gegenübergestellt sind.

---

(1) *Berufsstatistik nach den Ergebnissen der Volkszählung vom* 31. *Dezember* 1910 *in Oesterreich, Oesterreichische Statistik,* Neue Folge, 3. Band, Wien, 1916.

(2) Nicht auch Lehrlinge und Taglöhner.

(3) Es wurden gerechnet: Zu *Doest*: Nieder-Oesterreich mit Ausnahme von $^1/_6$ der unter Gmünd und $^1/_8$ der unter Mistelbach ausgewiesenen Arbeiter, Ober-Oesterreich, Salzburg, von Steiermark der ganze Handelskammerbezirk Leoben und vom Handelskammerbezirk Graz: Graz Stadt und Landbezirk, Deutschlandsberg, Feldbach, Hartberg, Leibnitz, Radkersburg, Voitsberg, Weiz.- Kärnten mit Ausnahme von $^1/_3$ der unter Völkermarkt ausgewiesenen, von Tirol der ganze Handelskammerbezirk Innsbruck und vom Handelskammerbezirk Rovereto die unter Lienz ausgewiesenen, Vorarlberg (ganz). Zur *Tschechoslowakischen Republik:* Böhmen, Mähren, Schlesien mit Ausnahme der unter Bielitz Stadt und Landbezirk ausgewiesenen, von Nieder-Oesterreich die Teile, die nicht zu Doest gerechnet wurden. Zu *Polen:* Galizien, von Schlesien die unter Bielitz Stadt und Landbezirk ausgewiesenen. Zu *Jugoslawien*: Krain mit Ausnahme der unter Adelsberg ausgewiesenen, Steiermark, soweit nicht oben zu Deutsch-Oesterreich gerechnet, Dalmatien mit Ausnahme der unter Zara Stadt ausgewiesenen, von Kärnten $^1/_3$ der unter Völkermarkt ausgewiesenen, von Istrien die unter Veglia ausgewiesenen. Zu *Italien* Triest, Görz und Gradiska, Istrien mit Ausnahme von Veglia, von Tirol der ganze Handelskammerbezirk Bozen und der Handelskammerbezirk Rovereto mit Ausnahme von Lienz, von Krain Adelsberg, von Dalmatien Zara Stadt. Zu *Rumänien:* Die Bukowina.- Die Aufteilung wurde für jede Berufsgruppe gesondert vorgenommen. Die zehn unten angeführten Berufsgruppen müssen den 12 Industriezweigen Fellners entsprechen. Es wurde deshalb für die Industriezweige Fellners No. 10 und 11 (Chemische Industrie beziehungsweise Erzeugung von Heiz- und Leuchtstoffen ohne Mineralölraffinerie und Briketterzeugung) der gleiche Schlüssel genommen und zwar der sich aus der Aufteilung der in Berufsgruppe VIII tätigen Arbeiter ergebende. Desgleichen wurden Fellners Industriezweige 5 und 8 (Industrie in Leder und Kautschuk, respektive Papierindustrie) gemeinsam in dem Verhältnis repartiert, das sich aus der territorialen Zerlegung der Berufsgruppe XIII ergab.

(4) Die genaue Benennung der einzelnen Berufsgruppen geht aus der *Berufsstatistik* 1. Heft, Tabelle II, p. 4 ff hervor.

1) Steine und Erden	B V	der	Berufsstatistik
2) Metallverarbeitung	» VI	»	»
3) Maschinenindustrie	» VII	»	»
4) Chemische Industrie	» VIII	»	»
5) Polygraphisches Gewerbe	» XI	»	»
6) Textilindustrie	» XII	»	»
7) Papier- und Lederindustrie	» XIII	»	»
8) Holz- und Schnitzstoffe, Kautschuk	» XIV	»	»
9) Nahrungsmittel- und Getränke usw.	» XV	»	»
10) Bekleidungs- und Reinigungsgewerbe	» XVI	»	»

Die Arbeiter der oben angeführten zehn Berufsgruppen der Berufsstatistik verteilen sich prozentuell auf die Sukzessionsstaaten in folgender Weise:

	B V	B VI	B VII	B VIII	B XI
Doest	20.00	42.05	41.14	38.10	51.23
C. S. R.	69.47	44.74	45.96	48.05	36.26
Polen	5.49	7.50	4.63	8.44	6.47
Italien	2.79	2.85	6.62	3.09	4.03
S. H. S.	2.01	2.39	1.18	2.06	1.42
Rumänien	0.24	0.47	0.47	0.26	0.59

	B XII	B XIII	B XIV	B XV	B XVI
Doest	15.81	46.91	35.18	31.75	37.62
C. S. R.	79.51	40.79	46.50	51.50	47.51
Polen	2.76	5.81	9.08	8.74	8.34
Italien	1.45	2.95	5.07	4.32	3.73
S. H. S.	0.43	3.25	3.21	2.85	1.84
Rumänien	0.04	0.29	0.96	0.84	0.96

Mit Hilfe dieser Prozentzahlen wurde dann der Nettoproduktionswert der 12 Industriezweige FELLNER's auf die Nachfolgestaaten aufgeteilt und es ergaben sich durch Zusammenfassung der 12 Einzelresultate die Anteile der Nachfolgestaaten am gesamten reinen Produktionswert der nicht unter Steuerkontrolle stehenden Industriezweige Alt-Oesterreichs. Diese sind in der nachfolgenden Zusammenstellung ausgewiesen und zugleich auf den von uns als Nettoproduktionswert angenommenen Betrag von 2 $^3/_4$ Milliarden K angewendet. Schliesslich sind noch in der dritten Spalte die Reinerträge der übrigen, unter Steuerkontrolle stehenden Industrien wiedergegeben und als Summe beider Posten der Reinertrag der Grossindustrie überhaupt; die letze Spalte zeigt den prozentuellen Anteil der einzelnen Nachfolgestaaten an der altoesterreichischen Gesamtsumme.

	%	Tausend K	Tausend K	Tausend K	%
Doest	31.05	853.875	98.106	951.981	29.52
C. S. R.	56.92	1.565.300	252.311	1.817.611	56.37
Polen	6.19	170.225	111.417	281.642	8.74
Italien	3.51	96.525	5.516	102.041	3.16
S. H. S.	1.87	51.425	3.494	54.919	1.70
Rumänien	0.46	12.650	3.741	16.391	0.51
	100.00	2.750.000	474.585	3.224.585	100.00

Von den Berufstätigen, die die Berufsstatistik zu den B - Berufen zählt (Industrie und Gewerbe), haben wir mit den nicht unter Steuerkontrolle stehenden Industrien rund 1,345.000 Unselbständige erfasst (1) und deren Beitrag zum Volkseinkommen Alt-Oesterreichs veranschlagt, zu denen noch rund 135.000 Angestellte und Arbeiter zu rechnen sind, die in den der Steuerkontrolle unterworfenen Industriezweigen beschäftigt sind. Die Berufsstatistik für 1910 weist in den sogenannten B - Berufen (2) insgesamt 2,726.676 Lohn- und Gehaltsempfänger aus, darunter rund 103.000 Angestellte; von diesen sind mit den Unfallversicherten 52.500 erfasst worden (3), der Rest dürfte aber ebenfalls zum überwiegenden Teil in der Grossindustrie beschäftigt gewesen sein und man ist, ohne einen nennenswerten Fehler zu begehen, berechtigt, ihr Einkommen als bereits berücksichtigt zu betrachten (4). Es verbleiben somit 1,209.000 Unselbständige, deren Einkommen noch in Rechnung zu stellen wäre. Diesen entsprechen rund 502.800 Selbständige und Pächter (5) und 72.000 mithelfende Familienmitglieder. Auf das Baugewerbe, das unter den Fellner'schen grossindustriellen Betriebszweigen nicht inbegriffen ist, entfallen nach der Berufsstatistik von 1910 453.419 Berufs-

(1) Vgl. oben S. 153.

(2) Vgl. *Oest. Stat. Hb.* 1913, p. 153 (Alle Gruppen mit Ausschluss I-III und XIV).

(3) Ohne « Bergbau und Hüttenwesen ».

(4) Mit Ausnahme der 13.159 Angestellten im Baugewerbe. Vgl. unten S. 160.

(5) Rechnet man auf jeden der rund 65.700 unfallversicherten Betriebe im Durchschnitt je zwei Selbständige, so verbleiben von den 634.217 Selbständigen und Pächtern der Berufsstatistik (ohne Bergbau und Hüttenwesen) rund 502.800.

tätige (1) und es verbleiben schliesslich rund 1,318.000 Berufstätige, die sich als Handwerker, als Kleingewerbetreibende ihren Unterhalt verdienten. Diese Zahl gilt für das Jahr 1910 und ist für den Durchschnitt der Jahre 1911-1913 auf 1,331.000 zu erhöhen (2). Den Reinertrag des *Kleingewerbes* schätzt FELLNER auf 1.469,976.526 K(3). Wenn auch, wie GÜRTLER überzeugend dargelegt hat (4), die Methode, die FELLNER zu diesem Resultat verhilft, unbedingt abzulehnen ist, (FELLNER berechnet diese Ziffer, indem er den Schlüssel, der sich zwischen Handwerks- und Grossindustrie-Reinertrag für Ungarn ergeben hat, einfach auf Oesterreich anwendet) so muss andererseits zugegeben werden, dass sein Resultat dennoch gegenüber dem GÜRTLERS die grössere Wahrscheinlichkeit für sich hat (5). Teilt man die oben angeführte Zahl FELLNERS durch die zugehörigen 1,331.000 Berufstätigen, so kommt im Durchschnitt auf den Kopf ein Einkommen von rund 1.100 K, was mit unseren sonstigen Annahmen gut im Einklang steht. Akzeptieren wir also die Ziffer FELLNERS, so haben wir zu ermitteln, wie sie sich auf die Nachfolgestaaten verteilt. Wir haben dabei folgenden Weg eingeschlagen. Von sämtlichen in Industrie und Gewerbe Tätigen (Klasse B der Berufsstatistik abzügl. der Gruppe Bergbau- und Hüttenwesen), deren Zahl am 31. XII. 1910 mit 3,432.625 festgestellt wurde und deren Verteilung auf die Gebiete der Nachfolgestaaten wir ermittelt haben (6) (7), ziehen

(1) Vgl. unten S. 160. Die 13.159 Angestellten sind in dieser Zahl nicht berücksichtigt.

(2) Um 1,1% mit Ausnahme der 72.000 Mithelfenden. Vgl. oben S. 104

(3) *A. a. O.*, p. 573.

(4) *A. a. O.*, p. 406 ff.

(5) GUERTLER (*A. a. O.*, p. 407) beziffert das Einkommen des Handwerks mit 603,817.419 K; es fiele demnach auf den Kopf der oben festgestellten 1,331.000 Kleingewerbetreibenden ein durchschnittliches Einkommen von rund 453 K.

(6) Es entfielen auf die einzelnen Nachfolgestaaten (angeführt in der gewohnten Reihenfolge) 1,074.101; 1,790.636; 301.365; 151.042; 83.929; 31.552.

(7) Für diese Gruppe Erwerbstätiger und für die 7 nachstehend angeführten wurde die Aufteilung auf die Nachfolgestaaten nach denselben Grundsätzen vorgenommen: 1.) Handel und Verkehr mit Ausnahme der bei den Eisenbahnen Bediensteten (Berufsgruppen C XVIII, XIX, XXI und XXII), 2.) Liberale Berufe und öffentlicher Dienst (Berufsgruppen D XXVI, XXVII und XXVIII), 3.) Personen ohne Berufsangabe (Berufsgruppe D XXXI), 4.) Häusliche Dienste (unselbständig ausgeübte), 5.) Aktives Militär (Berufsgruppe D XXV), 6.) Baugewerbe (Berufsgruppe B X),

wir die der Grossindustrie und dem Baugewerbe angehörenden ab. Da diese und die folgenden Operationen für jeden der Sukzessionsstaaten für sich vorzunehmen sind, müssen wir erst die örtliche Gliederung der Subtrahenten kennen. Die Verteilung der im Baugewerbe Tätigen liess sich unmittelbar der Berufsstatistik entnehmen (1), die der zur Grossindustrie gehörigen dagegen wurde in der Weise berechnet, dass wir die bei der örtlichen Gliederung des Reinertrages der Grossindustrie festgestellten Prozentzahlen (2) auf die Berufstätigen (3) anwendeten. Die nach Subtraktion beider Posten verbleibenden Massen sind in der ersten Spalte der folgenden Zusammenstellung ausgewiesen; die zweite enthält die um 1.04% erhöhten (4) Zahlen der ersten; die dritte gibt das Einkommen der Kleingewerbetreibenden der 2. Spalte an, wobei als Durchschnittseinkommen 1.100 K eingesetzt wurde.

7.) Gast- und Schankgewerbe (Berufsgruppe C XXIII). Die Grundlage für diese Aufteilungen bildeten die Ergebnisse der oesterreichischen Berufszählung vom 31.XII.1910, wobei die für die einzelnen Kronländer ausgewiesenen Stände nach folgenden Grundsätzen zwischen den Sukzessionsstaaten verteilt wurden: Ungeteilt wurden zugerechnet: Niederoesterreich, Oberoesterreich, Salzburg, Kärnten und Vorarlberg zu Doest; Böhmen, Mähren zu C. S. R., Galizien zu Polen, Küstenland zu Italien, Krain und Dalmatien zu S. H. S., Bukowina zu Rumänien. Aufgeteilt wurde: Steiermark in der Weise, dass zu Doest gezählt wurden: die politischen Bezirke Graz Stadt und Land, Deutschlandsberg, Feldbach, Hartberg, Leibnitz, Radkersburg, Voitsberg und Weiz, während die restlichen politischen Bezirke des Handelskammer-Bezirkes Graz zu S. H. S. gerechnet wurden. Der Handelskammerbezirk Leoben fiel zur Gänze Doest zu. Tirol wurde in der Weise aufgeteilt, dass der Handelskammerbezirk Innsbruck zu Doest und die beiden Handelskammerbezirke Bozen und Rovereto zu Italien gerechnet wurden. Und schliesslich wurde Schlesien zu C. S. R. gerechnet, mit Ausnahme der beiden politischen Bezirk Bielitz Stadt und Bielitz Land, die Polen zugewiesen wurden.

(1) Vgl. unten S. 161.

(2) Vgl. oben S. 157.

(3) Insgesamt 1,648.900 u. zw. 1,480.000 unfallversicherte Unselbständige, weitere 37.500 Angestellte und 131.400 Selbständige. Vgl. oben S. 157.

(4) Vgl. oben S. 158 Anm. 2.

	Anzahl der zum Handwerk gerechneten Berufstätigen in 1000		Einkommen in 1000 K
	1910	1911/13	
Doest	440.0	444.6	489.060
C. S. R.	626.2	632.7	695.970
Polen	118.3	119.5	131.450
Italien	69.1	69.8	76.780
S. H. S.	45.6	46.1	50.710
Rumänien	17.9	18.1	19.910
	1.317.1	1.330.8	1.463.880

Damit allen in Industrie und Gewerbe Berufstätigen ein Einkommen zugerechnet sei, ist noch der Ertrag des *Baugewerbes* zu veranschlagen. In diesem Wirtschaftszweig wurden Ende 1910 466.000 Berufstätige gezählt und zwar 46.642 Selbständige und Pächter, 13.159 Angestellte und 406.777 diverse Lohnempfänger. Diese Zahlen sind, um auf den Durchschnitt der Jahre 1911-1913 zu kommen, um 1.1% zu erhöhen. Danach ergeben sich 47.155 Selbständige, deren Einkommen mit Hilfe der von der Einkommensstatistik gelieferten Daten einzuschätzen möglich ist. Allerdings müssen wir auf die Personaleinkommensteuer-Statistik vom Jahre 1903 zurückgreifen, der zu entnehmen ist, dass 73.7% des Gesamteinkommens der Selbständigen in Industrie und Gewerbe dem Haupteinkommen entstammte; denn nur dieser Teil des Einkommens ist an dieser Stelle, auf dem Boden der objektiven oder realen Methode stehend, für uns von Belang (1). Das Einkommen der selbständigen Zensiten in dieser Berufsklasse betrug 1.330,3 Millionen Kronen (2); davon sind 26,3% als aus Nebeneinkommen entstammend abzuziehen, sodass 980,4 Mill. K verbleiben, zu denen das Einkommen der Nichtzensiten in der Höhe von 479,4 Millionen K hinzuzurechnen ist (2); die Summe von 1.459,8 Millionen K ist durch die Anzahl der Einkommensträger (726.900) zu teilen und es entfällt auf einen Selbständigen im Durchschnitt K 2.008. Für das Einkommen der übrigen Berufstätigen liefert uns die Unfallstatistik umfassende Angaben. Im Durchschnitt der Jahre 1911-1913 betrug die anrechenbare Lohn-

(1) Andererseits müsste man die Summe zurechnen, die Zensiten mit einem anderen Haupteinkommen als Nebeneinkommen aus Industrie und Gewerbe bezogen. Leider liefert die Statistik dafür keine Daten.

(2) Vgl. oben S. 117 Uebersicht II.

summe 334,963.210 K (1). Unter den 479.779 Versicherten waren im Jahre 1912 8.426 Betriebsbeamte (2). Insgesamt berechnen wir die Zahl der Angestellten in diesem Gewerbe auf 13.300, sodass noch das Einkommen von 4.874 Angestellten zu veranschlagen ist. Bei der Feststellung des Durchschnitts-Einkommens der Angestellten wurde in der gleichen Weise vorgegangen, wie bei den Selbständigen; sie ergab den Betrag von 3.320 K (3). Zusammenfassend erhält man als Ertrag des Baugewerbes

Einkommen von 47.155 Selbständigen	94.687	Tausend	K
» » 4.874 Angestellten	16.182	»	»
Lohnsumme der Unfallversicherten	334.963	»	»
insgesamt	445.832	Tausend	K

Seine Aufteilung (4) erfolgte im Verhältnis der auf die Nachfolgestaaten entfallenden Berufstätigen und ergab folgendes Resultat:

	Anteil an den im Baugewerbe Berufstätigen Alt-Oesterreichs in %	Einkommen in 1000 K
Doest	31.6	140.883
C. S. R.	50.4	224.700
Polen	8.3	37.004
Italien	6.4	28.533
S. H. S.	2.2	9.808
Rumänien	1.1	4.904
		445.832

Bei der Schätzung nach der personalen Methode waren wir gezwungen, das *Gast- und Schankgewerbe* mit Industrie und Gewerbe gemeinsam zu behandeln, da die Personaleinkommen-Steuer-Statistik vom Jahre 1903 ihr Material derart gruppiert; um die ohnehin kleine Vergleichsmöglichkeit zwischen den Resultaten der beiden Methoden möglichst aufrecht zu erhalten, wollen wir das Einkommen

---

(1) Vgl. *Gebarung und Ergebnisse der Unfallstatistik in den Jahren* 1912 *und* 1913. Tafel 1, p. 5.

(2) Vgl. *Oest. Stat. Hb.* 1914, p. 147.

(3) Bei den von der Steuer erfassten Angestellten und Arbeitern belief sich der Anteil des Haupt- am Gesamteinkommen auf 87,2 bezw. 94.5%. Das Durchschnittseinkommen eines männlichen Arbeiters errechnet sich dann auf rund 1.114 K.

(4) Bezüglich der Grundsätze der Aufteilung vgl. oben Anmerkung 7 auf Seite 158 f.

dieser Wirtschaftszweige an dieser Stelle einer Schätzung unterziehen. Im ganzen waren in Alt-Oesterreich im Durchschnitt der Jahre 1911-1913 260.680 Personen in diesem Gewerbe tätig (1). Die Aufteilung (2) wurde für jede Kategorie von Berufstätigen gesondert vorgenommen, die sich für jedes Territorium ergebenden Stände mit den entsprechenden Durchschnittseinkommen vervielfacht (3) und es ergaben sich als Ertrag des Gast- und Schankgewerbes in Alt-Oesterreich und den Sukzessionsstaaten die Ziffern der ersten Spalte der folgenden Tabelle. In der 2. Spalte haben wir den Reinertrag von Industrie und Gewerbe einschliesslich des Gast- und Schankgewerbes zusammengefasst:

	Einkommen in 1.000 K	
	aus Gast- und Schankgewerbe	aus Industrie u. Gewerbe, einschliesslich Gast- u. Schankgewerbe
Doest	106.637	1,688.561
C. S. R.	104.802	2,843.083
Polen	45.768	495.864
Italien	23.282	230.636
S. H. S.	11.992	127.429
Rumänien	4.981	46.186
	297.462	5,431.759

3. Handel und Verkehr.

Den Reinertrag der Eisenbahnen aus *Güterverfrachtung* bemessen wir im Anschluss an Fellner (4) und mit Berücksichtigung der Korrekturen Gürtlers (5). Die Einnahmen der Bahnverwaltungen aus diesem Titel betrugen im Durchschnitt der Jahre 1911-1913 K 795,516.687 (6); von dieser Summe sind die Produktionskosten abzusetzen und zwar nur der Sachaufwand, dessen Höhe Gürtler mit 16.09% des Rohertrages berechnet hat. Es verbleiben dann 667,518.000 K, die den Reinertrag des Eisenbahngütertransportes

(1) Ziffern der Berufsstatistik vom 31.XII.1910 erhöht um 1.1%.

(2) Die Grundsätze der Aufteilung wie oben S. 158 Anmerkung 7 dargelegt.

(3) Die Einkommen der Selbständigen, Angestellten und männlichen Arbeiter wie oben beim Baugewerbe, die der weiblichen und Lehrlinge sind wie oben S. 113 mit 500 resp. 150 K angesetzt.

(4) *A. a. O.*, p. 575 ff.

(5) *A. a. O.*, p. 412.

(6) Vgl. *Oest. Stat. Hb.* 1912, 1913 und 1914, p. 246, resp. 21 resp. 195.0,

darstellen. Bei der Erfassung der übrigen aus Handel und Transport fliessenden Einkommen werden wir wieder auf Resultate der personalen Methode zurückgreifen; zu dieser Berufsklasse rechnet die oesterreichische Berufsstatistik ausser dem Eisenbahnwesen und dem Gast- und Schankgewerbe die Berufsgruppen: Warenhandel, Geld,- Kredit- und Versicherungsgeschäfte, alle sonstigen Transportbetriebe (zu Land und zu Wasser) und sonstige Handels- und Verkehrsgewerbe. Das Einkommen aller in diesen Wirtschaftszweigen Tätigen ist hier zu veranschlagen, während wir das der « Selbständig ausgeübten häuslichen Dienste », die in dieselbe Klasse der Berufsstatistik gehören, erst später in Betracht zu ziehen haben (1).

Nach den oben (2) gewonnenen Ergebnissen betrug das Einkommen aller in Handel und Transport tätigen Personen 2.417,4 Mill. K; davon ist wiederum jener Teil der Zensiteneinkommen abzuziehen, der nicht aus dem Haupteinkommen stammte. Nach der Personaleinkommensteuer-Statistik vom Jahre 1903 (3) stammten aus dem Haupteinkommen:

bei den Selbständigen . . .	73,9 %
» » Angestellten	85,9 »
» » Arbeitern	93,4 »

Unter der Voraussetzung, dass das gleiche Verhältnis für die Zeit von 1911-1913 zutrifft, dürfen bei Anwendung der realen Methode nur diese Teile veranschlagt werden, der Rest ist in dem Einkommen aus anderen Erwerbszweigen enthalten. Von dem Einkommen der Zensiten in Handel und Verkehr sind demnach abzuziehen:

bei den Selbständigen von 912,9 Mill	26,1 % das sind	238.3	Mill.	K
bei den Angestellten von 630,2 Mill.	14,1 % das sind	88,9	»	»
bei den Arbeitern von 216,7 Mill.	6,6 % das sind	14,3	»	»
insgesamt		341,5	Mill.	K

und es verbleiben somit 2.075,9 Mill. K. Davon ist nun noch, um Doppelberechnungen zu vermeiden, das Einkommen der Eisenbahnbediensteten auszuschalten; der persönliche Aufwand der Eisenbahnen betrug nach GÜRTLER 476,1 Mill. K und es erübrigt als Summe der In-

---

(1) Vgl. unten S. 167.

(2) S. 117.

(3) Vgl. *Beiträge zur Statistik der Personaleinkommensteuer in den Jahren* 1903-1907, Wien, 1908, I. Bd. p. 26.

dividualeinkommen der Betrag von 1.599,8 Mill. K, welcher in die Rechnung einzusetzen ist.

Während aus dem Einkommen der Zensiten in Handel und Verkehr nach Möglichkeit alles ausgeschaltet wurde, was nicht aus dieser Quelle als Einkommen floss, ist nun andererseits das ganze bilanzmässige Reinerträgnis der *juristischen Personen*, die diesen Wirtschaftszweigen angehören, zu erfassen, ohne Rücksicht darauf, ob es zu Individualeinkommen geworden ist oder unverteilt blieb. Hierher gehören vor allem die Aktienbanken, deren Reinerträgnisse im Durchschnitt der Jahre 1911-1913 aus den *Mitteilungen des k. k. Finanz-Ministeriums* (1) errechenbar sind. Sie beliefen sich

bei den Aktien-Banken mit dem Sitz in Wien auf . .	K	104.072.552
bei den Aktien-Banken mit dem Sitz ausserhalb Wiens auf	»	36.795.668
bei den Landesbanken auf	»	2.948.851
insgesamt	K	143.817.071

Weiters sind hier die Versicherungs- und die übrigen im Handel und Verkehr arbeitenden Aktien-Gesellschaften aufzunehmen. Für diese Gesellschaften wird der Reinertrag für das Jahr 1912 wie folgt beziffert (2):

Transport-Unternehmungen (ohne Eisenbahnen)	K	286.000
Versicherungsgesellschaften	»	18.912.000
Handelsgesellschaften	»	2.376.000
Schiffahrtsgesellschaften	»	14.062.000
	K	35.636.000

Fassen wir die einzelnen Posten zusammen, aus denen sich der volkswirtschaftliche Ertrag des Handels und Verkehrs zusammensetzt:

1. Eisenbahn-Gütertransporte	667.518	Tausend	K
2. Reinertrag der Aktienbanken . . .	143.817	»	»
3. Einkommen der Erwerbstätigen . . .	1.599.800	»	»
4. Reinertrag der Versicherungs – und der übrigen Handels–, Transport- und Schiffahrts-Aktien-Gesellschaften	35.636	»	»
Ertrag des Handels und Verkehrs . . .	2.446.771	Tausend	K (3)

(1) XXI. Jg. p. 1 ff, und p. 663 ff.

(2) *Oest. Stat. Hb.* 32. Jg. p. 174.

(3) Die entsprechenden Ergebnisse Fellners (*A. a. O.*, p. 576) und Gürtlers (*A. a. O.*, p. 412) lauten 1.941,005.068 bezw. 1.304,571.526 K.

Die Aufteilung der von uns ermittelten Summe auf die Sukzessionsstaaten führt zu folgendem Ergebnis (1):

	Reinertrag		Einkommen der Berufstätigen und Reinertrag der übrigen Aktien Ges.	Zusammen: Reinertrag aus Handel und Verkehr
	des Eisenbahn-Gütertransportes	der Aktien-Banken		
	in 1000 Kronen		in 1000 Kronen	
Doest	187.573	106.850	569.459	863.882
C. S. R	272.347	28.651	542.965	843.963
Polen	122.156	5.896	338.208	466.260
Italien	34.711	1.458	106.467	142.636
S. H. S.	33.376	871	42.358	76.605
Rumänien . . .	17.355	91	35.979	53.425
	667.518	143.817	1.635.436	2.446.771

(1) Der Reinertrag des Gütertransportes der Eisenbahnen wurde mangels besserer Unterlagen im Verhältnis der Baulänge des Eisenbahnnetzse (Haupt- und Kleinbahnen) im Durchschnitt der Jahre 1911-1913, wie sie sich für die Gebiete der einzelnen Nachfolgestaaten annähernd ermitteln liess, verteilt. Es ergaben sich auf dieser Grundlage folgende Ziffern für die Baulänge (in km) und entsprechende Prozentzahlen: Doest 6.640 (28,1%) C. S. R. 9.644 (40,8%) Polen 4.328 (18,3%) Italien 1.219 (5,2%) S. H. S. 1.183 (5,0%) Rumänien 608 (2,6%). Vgl. für die Zahlen von Doest: *Oest. Stat. Hb.* IV. Jg. p. 73 und für die C. S. R. F. Bibl *Evaluation de la Richesse nationale d'avant- guerre dans les provinces de la République Tchécoslovaque usw* in « Bulletin Statistique de la République Tchécoslovaque » VIII. Jg. p. 437 (Tab. 1). — Die Verteilung des Reinertrages der Aktienbanken konnte auf Grund der in den *Mitteilungen des k. k. Finanz-Ministeriums* XXI. Jg. p. 1 ff und p. 633 ff enthaltenen Angaben vorgenommen werden. Zu bemerken wäre, dass der Ertrag der Banken, die ihren Sitz in Wien hatten, zur Gänze unter Doest. ausgewiesen wurde, wodurch dessen Anteil wesentlich zu hoch bemessen ist, da die Erträgnisse der zahlreichen Zweigstellen eigentlich dem Gebiete zuzurechnen wären, auf dem sie tätig waren. Diese Scheidung war jedoch nicht durchführbar. — Für die Aufteilung der im Text angeführten Posten 3 und 4 wurde ein Schlüssel angewendet, der sich durch folgende Operationen ergab: Die in den oben S. 163 erwähnten Berufsgruppen gezählten Berufstätigen (es sind dies die Gruppen C XVIII, XIX, XXI und XXII der Berufsstatistik) wurden nach den bekannten Grundsätzen (vgl. oben S. 158 Anm. 7) auf die Gebiete der Nachfolgestaaten verteilt; sodann wurde für jeden Staat das auf ihn entfallende Einkommen berechnet, wobei die durchschnittlichen Einkommen in derselben Art festgestellt wurden wie oben beim Baugewerbe und beim Gast- und Schankgewerbe (Siehe oben S. 161 und S. 162). Diese

4. Die übrigen Berufszweige und die ausländischen Bestandteile des Volkseinkommens.

Zu den Berufstätigen, deren Einkommen wir bei der Schätzung nach der überwiegend realen Methode bisher noch nicht erfasst haben, sind zu rechnen: die sogenannten liberalen Berufe (die Gruppen D XXVII und XXVIII der Berufsstatistik, Unterrichts- und Bildungswesen und sonstige freie Berufe), Hof-, Staats- und anderer öffentlicher Dienst (Gruppe D XXVI), das aktive Militär (D XXV), Personen ohne Berufsangabe, Berufslose (D XXXI), ferner Personen in häuslichen Diensten und schliesslich ist noch das Einkommen aus Gebäudebesitz zu veranschlagen. Was die liberalen Berufe und den öffentlichen Dienst anlangt, so stellen wir deren Einkommen mit Hilfe der personalen Methode auf die Weise fest, dass wir bei den Zensiten jenen Teil des Einkommens ausschalten, der nicht dem Haupteinkommen entstammte. Dieser Teil belief sich nach den Daten der Personaleinkommensteuerstatistik vom Jahre 1903 auf rund 20% des gesamten Zensiteneinkommens; wir setzen mangels neuerer Angaben voraus, dass dieses Verhältnis auch für die Zeit von 1911-1913 Giltigkeit hat und gelangen unter Hinzurechnung des Einkommens der Nicht-Zensiten zu einer Summe von K 1.391,84 Mill. Dieser Betrag stellt das Einkommen der Erwerbstätigen der Gruppen D XXVI, XXVII und XXVIII der Berufsstatistik dar und teilt sich in folgender Weise (1) auf die Sukzessionsstaaten auf:

	in 1000 K
Doest . .	464.870
C. S. R. .	495.500
Polen . .	256.100
Italien .	86.290
S. H. S. .	57.070
Rumänien	32.010

wurden für einen Selbständigen auf 3.400 K errechnet, für einen Angestellten auf 3.925 K, für männliche Arbeiter auf 1.241 K, für weibliche Arbeiter auf 500 K und für Lehrlinge auf 150 K. Die auf diese Weise für die Sukzessionsstaaten festgestellten Einkommen wurden zu dem altoesterreichischen ins Verhältnis gesetzt und es ergaben sich folgende Relationen: Doest 34,82%, C. S. R. 33,20%, Polen 20,68%, Italien 6,51%, S. H. S. 2,59% und Rumänien 2,20%.

(1) Die Stände nach der Berufszählung vom Jahre 1910 wurden nach den oben (S 158 Anm. 7) entwickelten Grundsätzen aufgeteilt, dann der auf jedes Gebiet unter Zugrundelegung der durchschnittlichen Einkom-

Die übrigen noch ausständigen Einkommensgruppen sind einfach aus den Resultaten der personalen Methode zu übernehmen. Es belief sich das Einkommen aus

Militärdienst auf (2)	189.614	Tausend	K
häuslichen Diensten auf (2) . .	257.240	»	»
nicht näher bezeichneten Diensten (Personen ohne Berufsangabe) (2)	152.440	»	»
Gebäudebesitz (3)	592.542	»	»

Die Aufteilung der einzelnen Beträge (4) auf die Nachfolgestaaten führt zu folgenden Ergebnissen (in Tsd. K):

	Militär	häusliche Dienste	ohne Berufsangabe	Gebäudebesitz
Doest	54.333	95.693	58.342	325.069
C. S. R. . . .	44.102	82.265	62.005	155.898
Polen	47.206	51.397	13.812	58.958
Italien	29.386	13.454	11.307	32.708
S. H. S. . . .	11.678	8.360	4.171	12.799
Rumänien . . .	2.909	6.071	2.803	7.110

men entfallende Betrag errechnet und die 6 Einzelresultate zu ihrer Summe ins Verhältnis gesetzt. Die sich dabei ergebenden Prozentsätze lauten in der bekannten Reihenfolge: 33.4, 35.6, 18.4, 6.2, 4.1 und 2.3. Sie wurden auf die Summe von 1.391,84 Mill. K angewendet.

(2) Vgl. oben S. 117.

(3) Vgl. oben S. 110.

(4) *a*) Militär und Personen ohne Berufsangabe: Nach Zerlegung der Stände von 1910 in ihre den Sukzessionsstaaten zugehörigen Bestandteile erfolgte die Erhöhung um 1,1%. Die erhöhte Ziffer wurde mit dem durchschnittlichen Einkommen (Vgl. oben S. 115) vervielfacht. *b*) Häusliche Dienste: Die Aufteilung der von der Berufsstatistik als » Hausdienerschaft, Dienstboten « erhobenen Personen auf die Nachfolgestaaten ergab folgende Anteile (in %): 37.20, 31.98, 19.98, 5.23, 3.25, 2.36. Diese wurden auf den Betrag von 257,44 Mill. K angewendet. (Die Aufteilungen sub a) und b) erfolgten nach den S. 158, Anm. 7 dargelegten Grundsätzen). *c*) Gebäudebesitz: Als Grundlage für die Aufteilung des Einkommens aus Gebäudebesitz wurden die in den » Mitteilungen des k. k. Finanz-Ministeriums « XX. Jg. p. 647 ff mitgeteilten Daten der Realsteuer-Statistik herangezogen und zwar die auf p. 944, in Tabelle 29, Spalte 6 angeführte Gesamtvorschreibung an Gebäudesteuer (Hauszins-, Hausklassen- und 3-prozentige Steuer) für das Jahr 1912, die einen nach Kronländern ausgewiesenen Gesamt-Betrag von K 184,614.502 erreichte. Bei der Aufteilung auf die Sukzessionsstaaten rechneten wir zur Gänze: Zu Doest:

Die letzten Posten, die bei der Aufstellung der Volkseinkommens-Rechnung zu berücksichtigen sind, fassen wir als ausländische Bestandteile zusammen; es sind dies jene Vermögensbewegungen, die auf Grund von Forderungen und Verpflichtungen Alt-Oesterreichs gegenüber anderen Staaten, zu denen auch Ungarn zählt, stattfanden. Unter Ausland ist also hier nur das sogenannte Alt-Ausland und Ungarn zu verstehen und nur aus dem Verkehr mit Gebieten, die nicht zu den im Reichsrat vertretenen Königreichen und Ländern gehörten, enstandene Uebertragungen von Kaufkraft wurden im Folgenden zu erfassen versucht, nicht aber auch solche, die durch die Projektion der Grenzziehungen des Friedens von St. Germain in die Vergangenheit, zwischenstaatlichen Charakter gewinnen, sich aber damals im Inlande abspielten. Die für die Schäzzung des Volkseinkommens in Betracht kommenden Elemente des internationalen Wertverkehrs sind:. 1) die auf Grund von Forderungen gegenüber dem Ausland von dort einfliessenden Zinsen etc.,

---

Nieder-Oest, Ober-Oest, Salzburg, Kärnten und Voralberg. Zu C. S. R.: Böhmen und Mähren; zu Italien: Triest, Istrien, Görz und Gradisca; zu S. H. S.: Krain und Dalmatien; zu Polen: Galizien und zu Rumänien: die Bukowina und nur Steiermark, Tirol und Schlesien blieben einer eingehenden Behandlung vorbehalten. Steiermark: Von der 26 $^{2}/_{3}$% betragenden Hauszinssteuer war nur Graz betroffen (*A. a. O.*, p. 888). Der Ertrag dieser Steuer war (Tab. XVII, Spalte 11, p. 911) K 4,341.194 für Graz samt Vorstädten. Den Rest auf die Gesamt-Gebäudesteuer-Vorschreibung in der Höhe von K 7,779.974, das sind K 3,438.780 teilen wir in dem gleichen Verhältnis auf, das zwischen der an S. H. S. gekommenen und der Doest verbliebenen Gesamtbevölkerung besteht. Diese betrug für das Kronland Steiermark im Jahre 1910 (*Oest. Stat. Hb.* 1913, p. 5) 1,444.157 Einwohner. Im gleichen Zeitpunkt werden für das heutige Bundesland gerechnet 957.478 (*Stat. Hb. für die Republik Oesterreich* VII. Jg. p. 2). Daher sind an S. H. S. 486.679 Einwohner gefallen. Auf Graz kommen (ibid.) 151.781 Einwohner, folglich ist die restliche Gebäudesteuer aufzuteilen im Verhältnis von 486.679 zu 805.697, d. h. es entfallen 62,3% auf Doest das sind 2,142.360 K und 37,3% auf S. H. S. das sind 1,296.420 K. Demnach kommen auf das doest. Steiermark 6,483.554 K und auf den an S. H. S. abgetretenen Teil 1,296,420 K von den für das Jahr 1912 vorgeschriebenen Gebäudesteuern.- Tirol: Hier ist in analoger Weise vorgegangen worden und es ergab sich als doest. Teil der Gebäudesteurvorschreibung K 2,466.118 und als italienischer Teil K 2,055.956. - Schlesien: Von Schlesien sind 20%, das sind K 579.362 zu Polen und die restlichen 80%, das sind K 2,317.447 zu C. S. R. gerechnet worden. Es ergaben sich dann folgende Prozentzahlen, die auf die obigen 592,542.000 K angewendet wurden: 54.86, 26.31, 9.95, 5.52, 2.16 und 1.20.

2.) die Geldsendungen der Auswanderer aus dem Ausland (1) und 3.) in umgekehrter Richtung: die auf Grund von Verbindlichkeiten gegenüber dem Ausland dorthin abfliessenden Zinsen etc.

Ad 1.) Nach den von GÜRTLER (2) richtiggestellten Zahlen FELLNERS setzen sich die *Forderungen* Alt-Oesterreichs an das Ausland folgendermassen zusammen:

a) Forderungen an Ungarn . . .	K	245.644.762
b) Forderungen an das Zoll-Ausland	»	18.305.656
	K	263.950.418

Verteilt man diesen Betrag zwischen den Sukzessionsstaaten in demselben Verhältnis, in dem die auf die einzelnen Gebiete entfallenden Teile der Bevölkerung Alt-Oesterreichs nach dem Stande vom 31. Dezember 1910 zueinander stehen (3), so ergibt sich:

Doest .	22,2 %	58.597 Tsd. K	Italien	5,6 %	14.781 Tsd. K
C. S. R.	35,1 »	92.646 »	S. H. S.	5,7 »	15.045 »
Polen .	28,6 »	75.490 »	Rumänien	2,8 »	7.391 »

Ad. 2.) Nach BARTSCH (4) sind aus Oesterreich im Durchschnitt der Jahre 1911-1913 139.186 Personen ausgewandert. Nach demselben Autor (p. 67) kommen die von den *Auswanderern gesandten Geldbeträge* auf folgenden 3 Wegen ins Inland: a) mittels gewöhnlichem oder rekommandiertem Brief (die auf diesem Wege über-

(1) Die entsprechende Ausgangspost dagegen stellt nur eine Spielart konsumtiver Verwendung dar, die diese Summen eben ausgewanderten Familienangehörigen etc. widmet, statt den Gegenwert im Inland zu verzehren oder werbend anzulegen, und ist bei unserer Berechnung ausser Betracht zu lassen.

(2) *A. a. O.*, p. 416.

(3) Es entfielen (in 1000) von der am 31.XII.1910 anwesenden Bevölkerung Alt-Oesterreichs von 28,572.000 Köpfen (Vgl. *Oest. Stat. Hb.* 1913, p. 5) auf Doest. 6.355, (Vgl. *Stat. Hb. für die Republik Oesterreich* VII. Jg. p. 2) auf C. S. R. 10.026, (Vgl. *Stat. Hb. d. Tschechoslovakischen Republik* II. Prag, 1925, 2. Teil, p. 97), auf Italien 1.592, auf S. H. S.1.627 und auf Rumänien 795 (Vgl. BROCKHAUSEN, *Der Friedensvertrag von St. Germain* etc. Wien, 1923). Der auf Polen entfallende Anteil von 8,177.000 Einwohnern wurde in der Weise festgestellt, dass zu Galizien die nach der amtl. tschechoslovakischen Statistik nicht zu C. S. R. gekommene Bevölkerung des ehemaligen Kronlandes Schlesien und die Differenz zwischen dem ehemaligen Kronland Bukowina und der obigen Zahl Brockhausens für Rumänien zugeschlagen wurden.

(4) » *Die Zahlungsbilanz Oesterreich - Ungarns in den letzten Jahren vor dem Kriege* «, Wien, 1917, p. 65.

sandten Beträge sind nicht feststellbar), b) mittels Postanweisung, c) durch bankmässige Ueberweisung.

Ueber die Höhe der in Oesterreich ausgezahlten Postanweisungen aus den Vereinigten Staaten und Kanada gibt BARTSCH in Tab. XV auf Seite 68, folgende Zahlen an:

für 1911 . . .	56.581	Tausend K
» 1912 . . .	61.374	» »
» 1913 . . .	71.981	» »
Durchschnittt 1911-13 . . .	63.248	Tausend K

Während BARTSCH von diesen Beträgen die in Oesterreich erfolgten Einzahlungen von Postanweisungen nach den Vereinigten Staaten und Kanada abzieht, weil er ja den Saldo der Zahlungsbilanz festzustellen hat, haben wir diese Post nicht abzuziehen, denn durch Hinaussendung von Geldern an Auswanderer findet keine Verminderung des im Inlande erzeugten Volkseinkommens statt, es handelt sich vielmehr dabei lediglich um eine Art der Verwendung von Volkseinkommen. Die Summe der durch Banken erfolgten Sendungen von Auswanderer - Geldern gibt BARTSCH (Tab. XVI auf S. 70) für Oesterreich - Ungarn zusammen an und zwar erreicht dieser Betrag im Durchschnitt der Jahre 1911-1913 K 332,213.000. Die Scheidung zwischen dem österreichischen und dem ungarischen Anteil an diesem Betrage nehmen wir in folgender Weise vor: Nach BARTSCH (Tab. XIV, Seite 66) sind in den Jahren 1903-1913 nach Ueberseeländern ausgewandert:

Oesterreicher . . .	1.362.763	d. s.	49.56 %
Ungarn	1.386 985	»	50.44 »
Zusammen . . .	2.749.748	d. s.	100 %

Unter der Voraussetzung, dass auch die Sendungen an Auswanderer - Geldern nach Oesterreich und nach Ungarn in diesem Verhältnis zueinander stehen, ergibt sich für Oesterreich ein Betrag von 164.645.000 Kronen. Als nächste Post kommen die von den Rückwanderern mitgebrachten Ersparnisse in Betracht, die durchschnittlich mit rund 1.000 Kronen pro Kopf beziffert werden. Dieser Betrag macht für die ganze Monarchie nach BARTSCH (a. a. O. p. 70) für die Jahre 1911, 1912 und 1913 86, 88 und 50 Millionen, im Durchschnitt also 77,3 Millionen K aus. Da nach BARTSCH p. 72-73 die überseeischen Wanderarbeiter in der Regel 3 bis 6 Jahre im Auslande bleiben, so legen wir den Durchschnitt der in den Jah-

ren 1907 bis 1909 Ausgewanderten der Aufteilung obiger Beträge zwischen der österreichischen und der ungarischen Reichshälfte zugrunde. Während dieses Zeitraumes partizipierte Oesterreich an der gesamten Auswanderung mit 48,5%, wie aus BARTSCH, Tab. XIV. p. 66 errechnet wurde. Es stellt sich somit der von den Rückwanderern nach Oesterreich heimgebrachte Betrag auf 37½ Millionen K. Die eingeflossenes Auswanderergelder erreichen nach dieser - unvollständigen - Berechnung den Betrag von K 265,393.000, an dem die Sukzessionsstaaten etwa in dem unten angeführten Masse beteiligt gewesen sein mögen (1).

		in 1000 K			in 1000 K
Doest	4.20 %	11.147	Italien	4.55 %	12.076
C. S. R.	11.59 »	30.760	S. H. S.	12.21 »	32.405
Polen	63.58 »	168.741	Rumänien	3.87 »	10.271

Ad 3.) Die als *Schuldzinsen* ins Ausland abgeflossenen Summen geben FELLNER (2) und GÜRTLER (3) übereinstimmend mit Kronen 228,913.737 an. Für die Aufteilung dieses Betrages lässt sich der Schlüssel, den die Reparationskommission für die der nicht fundierten oesterreichischen Schulden errechnet hat, nicht ohne weiteres anwenden, da er nur auf den Vorkriegserträgnissen der *direkten*

(1) Der Aufteilung der nach Alt-Oesterreich eingeflossenen Auswanderergelder wurde die im *Oest. Stat. Hb.* Jg. 1913, p. 61, enthaltene Nachweisung über die in die Vereinigten Staaten im Durchschnitt der Jahre 1910-1912 Ausgewanderten zu Grunde gelegt. Die Nachweisung gliedert die Masse der Auswanderer nach Nationalitäten, so dass die Aufteilung nur annähernd möglich ist. Vorerst mussten die einzelnen Nationalitäten auf die Sukzessionsstaaten aufgeteilt werden, was in Anlehnung an die im *Oest. Stat. Hb.* 1913, p. 6 enthaltene Nachweisung der Bevölkerung nach der Umgangssprache geschah. So wurden gerechnet: zu Doest. 63% der Deutschen und 2% der Böhmen etc., zu C. S. R. 98% der Böhmen etc., 2% der Polen, 35% der Deutschen und alle Slovaken; zu Polen 97.3% der Polen, je 90% der Ruthenen und der Juden; zu Italien 97% der Italiener und je 21% der Kroaten und Slovenen und der Serben; zu S. H. S. 3% der Italiener und je 79% der Kroaten und Slowenen und der Serben; zu Rumänien je 10% der Ruthenen und der Juden, 2% der Deutschen, 0.7% der Polen, alle Rumänen und alle Magyaren. Auf diese Weise ergaben sich die Auswandererkontingente der Nachfolgestaaten und ihr prozentuelles Verhältnis zur Gesamtheit der aus Alt-Oesterreich Ausgewanderten. (Siehe oben in der Zusammenstellung).

(2) *A. a. O.*, p. 592.

(3) *A. a. O.*, p. 420.

Besteuerung basiert ist (1); er wurde, um diese Einseitigkeit einigermassen auszugleichen, mit den Quoten kombiniert, die wir oben aus der Aufteilung der altoesterreichischen Bevölkerung erhielten, und das sich ergebende arithmetische Mittel wurde auf obigen Betrag angewendet. Demnach entfallen auf die Sukzessionsstaaten:

Doest	29.53 %	67.598 Tsd K	Italien	4.83 %	11.057 Tsd. K
C. S. R.	38.40 »	87.903 »	S. H. S.	3.87 »	8.859 »
Polen	21.17 »	48.461 »	Rumänien	2.20 »	5.036 »

III. Zusammenfassung der Ergebnisse.

Wir haben einleitend bereits darauf hingewiesen, dass die Resultate der Volkseinkommensberechnung, die die beiden verwendeten Methoden liefern, selbst bei Vorhandensein alles erforderlichen Ziffernmaterials und eben erst in diesem Fall, der so gar nicht der unsere ist, zwangsläufig voneinander abweichen müssen, insolange sie nicht beide entweder auf Gewinnung der Summe des verfügbaren oder der des erzeugten Volkseinkommens abgestellt sind. Noch weniger ist vorauszusetzen, dass die einzelnen Bestandteile des Volkseinkommens, sofern sie nach den beiden Methoden dargestellt sind, sich beide Male in auch nur annähernd kongruenten Ziffern ausdrücken werden. Will doch die von der Produktionsstatistik ausgehende reale Methode das gesamte, aus einem bestimmten Produktionszweig zum Volkseinkommen beigesteuerte Einkommen ermitteln, ohne seine Verteilung irgendwie zu berücksichtigen, während umgekehrt die personale Methode von dem auf die Einkommensträger verteilten Einkommen ausgeht und dabei von den Quellen, aus denen es fliesst, grundsätzlich absieht. Wenn dennoch im Folgenden eine detaillierte Gegenüberstellung der Ergebnisse der beiden Berechnungsweisen gegeben wird, so geschieht es nicht zum Zweck der Vergleichung der Einzelposten sondern, um einen Ueberblick über die bisher gewonnenen Ziffern und über die aus ihnen entstandenen Endsummen zu geben und von diesen aus zu den endgültigen Resultaten zu gelangen. Unsere Berechnungen führten zu folgenden Ziffern: (in Millionen K)

(1) Die Prozentsätze lauten 36.83, 41.70, 13.73, 4.09, 2.04, 1.61. Vgl. *Verlautbarung der Reparationskommission vom Jänner* 1925, Annex E.

a) nach der realen Methode			*b*) nach der personalen Methode		
Urproduktion			*Urproduktion*		
. . . . .			Individual-Eink. .	4.785,3	
. . . . .		4.185,4	Kollektiv-Eink. .	4,7	4.790,0
Industrie und Gewerbe . .			*Industrie und Gewerbe*		
Bergbau und Hütten-produktion . .	377,0				
Grossindustrie . .	3.224,6		Individual-Eink.	4.921,7	
Handwerk . . .	1.463,9				
Baugewerbe . .	445,8				
Gast und Schank .	297,5	5.808,8	Kollektiv-Eink.	74,5	4.996,2
Handel und Verkehr . . .			*Handel nnd Verkehr*		
. . . . .			Individ.-Eink.	2.417,4	
. . . . .		2.446,8	Kollekt.-Eink.	150,8	2.568,2
Liberale Berufe und öffentlicher Dienst		1.391,8	Liberale Berufe und öffentlicher Dienst		1.698,8
Gebäudebesitz		592,5	Hausbesitzer und Rentner .		529,7
Militär		189,6	Militär		189,6
Häusliche Dienste . . .		257,2	Häusliche Dienste . . .		257,2
Ohne nähere Berufsangabe.		152,4	Ohne nähere Berufsangabe.		152,4
Zusammen		15.024,5	Zusammen		15.182,1

Die Differenz zwischen beiden Summen, in denen die mit dem internationalen Verkehr zusammenhängenden Bestandteile des Volkseinkommens nicht berücksichtigt sind, die ohnehin keinen Einfluss auf die Differenz haben, beträgt 157.7 Millionen K und ist wohl nicht grösser, als die Unzulänglichkeit des Materials und der dadurch bedingte konjekturale Charakter der Berechnung erwarten liessen. Von obigen Summen haben wir nun auszugehen, wenn wir das erzeugte dem verfügbaren Volkseinkommen gegenüberstellen (1). In der Summe A = 15.024,5 Millionen K haben wir das im Inland erzeugte Volkseinkommen erfasst. Wollen wir zu demselben Wert auf dem Weg der personalen Methode gelangen (A'), so haben wir die erwähnten Auf- und Abrechnungen vorzunehmen. Dabei sind in Betracht zu ziehen: 1.) im Inlande erzeugtes Volkseinkommen, das auf Grund rechtlicher Ansprüche ins Ausland fliesst: B = 228,9 Mill. K und 2.) Einkommen vom Ausland: C = 529,3 Mill. K. Dann wäre, wenn wir das Resultat der personalen Methode (15.182,1 Mill. K) mit P bezeichnen, $A' = P + B - C$ = 14.881,7 Mill. K. Diese For-

(1) Wir verwenden bei dieser Darstellung die Gruppierungen und Bezeichnungen, die Bowley und Stamp in ihrer in jeder Hinsicht vorbildlichen Studie *The National Income* 1924 Oxford 1927 (Kapitel V und Tabellen auf p. 46-47) angewendet haben.

mel gilt jedoch nur unter der Annahme, dass C in P vollständig enthalten ist, eine Annahme, die für unsere Berechnung nicht zutrifft. Denn wenn wir auch davon ausgehen, dass in dem Einkommen der Zensiten auch das ihnen aus dem Ausland zugeflossene enthalten ist, obwohl gerade dieser Einkommensteil von der Steuer kaum erfasst wird, so ist in dem Einkommen unter der Steuergrenze dieser Einkommensteil geradezu voraussetzungsmässig nicht erfasst. Sind wir doch bei der Ermittlung des Grossteiles dieser Einkommen von der Lohnstatistik, resp. von der Unfallstatistik als Surrogat einer solchen ausgegangen, die diese akzessorischen Einkommensteile natürlich nicht berücksichtigt. Ausserdem ist noch zu beachten, dass sicherlich ein nennenswerter Teil der einfliessenden Auswanderergelder nicht zum Bestandteil von echtem Einkommen wird, sondern an Pensionisten, Ausgedingleute usw. ausbezahlt wird, deren Einkommen in der Summe P nicht enthalten ist. Somit dürfte nicht der ganze Betrag C von $P + B$ abgezogen werden; leider müssen wir uns mit dieser grundsätzlichen Feststellung bescheiden, ohne eine ziffernmässige Korrektur vornehmen zu können. Immerhin sind die Ursachen aufgezeigt, die zu der Differenz $A - A' = 142{,}7$ Mill. K geführt haben dürften und wir können mit einiger Berechtigung an der Summe A festhalten (1). Von dem erzeugten Volkseinkommen

---

(1) Es dürfte von Interesse sein, die von uns nach der realen Methode gewonnenen Resultate mit denen Fellners und Guertlers zu vergleichen. Das ist nur bis zu einem gewissen Punkt möglich, da diese beiden Autoren als Bestandteile des Volkseinkommens nur die Einkommen der « produktiven » Berufe gelten lassen, wobei sie den Begriff der produktiven Tätigkeit zu eng fassen. Die nachfolgende Tabelle stellt die drei Resultate und ihren Aufbau einander gegenüber:

	Fellner		Gürtler		Unsere Berechnung	
	in Mill. K	in %	in Mill. K	in %	in Mill. K	in %
Landwirtschaftliche Urproduktion .	4.169.2	32.54	3.565.6	33.87	4.185.4	32.27
Bergbau, Industrie u. Gewerbe	6.104.–	47.65	5.237.8	49.76	5.808.7	44.78
Handel und Verkehr	1.941.–	15.15	1.304.6	12.39	2.446.8	18.87
Forderungen gegenüber dem Auslande . .	596.7	4.66	418.6	3.89	529.3	4.08
	12.810.9	100.00	10.526.6	100.00	12.970.2	100.00

($A = 15.024{,}5$) schreiten wir nun zum verfügbaren fort, indem wir die Summe $A - B + C = 15.324{,}9$ Mill. K bilden. Das ist der Betrag, der zur Verfügung der Volkswirtschaft als Inbegriff des Erzeugungsprozesses steht; er enthält einen Bestandteil $D = 230$ Mill. K, der als unverteiltes Kollektiveinkommen für den Konsum nicht verfügbar ist. Das Volkseinkommen als Summe der im Inland verfügbaren Individualeinkommen stellt sich somit dar als $A - B + C - D = 15.094{,}9$ Mill. Kronen.

Haben wir nunmehr die Höhe des Volkseinkommens Alt-Oesterreichs bestimmt, so müssen wir uns dessen bewusst sein, dass die Angabe einer einzigen Ziffer, der Masse des Volkseinkommens als solcher, « in ihrem absoluten Umfang erst einen Teil ihrer Bedeutung kund » - gibt (1). Wie SCHUSTER (2) hervorhebt, ist das Volkseinkommen die Summe, « die wir bilden müssen, um relative Zahlen bilden zu können ». Die nächsten Tabellen sollen nun einen Einblick in das Gefüge der Masse des Volkseinkommens von verschiedenen Gesichtspunkten aus ermöglichen. Die *Gliederung der Einkommensempfänger* nach der Einkommenshöhe zeigt die folgende Reihe: Im Durchschnitt der Jahre 1911-1913 entfielen (3):

auf die Einkommens-Gruppen			Einkommensempfänger	
			absolute Zahlen in	%
bis incl.	600	K	8,351.100	53.811
600 —	1.200	»	5,553.000	35.781
1.200 —	1.800	»	752.803	4.851
1.800 —	3.600	»	572.444 (4)	3.689
3.600 —	7.200	»	196.187	1.264
7.200 —	12.000	»	52.548	0.339
12.000 —	40.000	»	34.094	0.220
40.000 —	200.000	»	6.349	0.045
über	200.000	»	646	
			15,519.171	100.000

(1) Vgl. WINKLER, *Die statistischen Verhältniszahlen*, Leipzig und Wien, 1923, p. 1.

(2) *Einkommen und Volkseinkommen*, in DIEHL, *Beiträge zur Wirtschaftstheorie, Schriften des Vereins für Sozialpolitik*, 137. Band. I. Teil, München 1926.

(3) Für die Zensiten (Einkommensgruppen über 1.200 K) vgl. *Mitteilungen des k. k. Finanz-Ministeriums*, XXI. Bd., p. 102 ff, für die Einkommensgruppen unter 1.200 K oben S. 117.

(4) 551.474 Zensiten plus 20.970 aktive Offiziere.

In dieser Summe der Einkommensempfänger sind 84.000 Pensionisten (1) mit einem Einkommen über 1.200 K enthalten, die wir aus obiger Reihe nicht auszuschalten vermochten. In der folgenden Tabelle ist dies geschehen; gleichzeitig geht aus ihr auch das Gesamteinkommen der Einkommensempfänger jeder Gruppe hervor.

Einkommensgruppe	Einkommens-Empfänger	%	Einkommen in 1000 K	%
bis 600 K	8.351.100	54.10	3.495.800	23.37
600 - 1200 K	5.553.000	35.98	4.704.500	31.45
über 1200 K	1.531.000	9.92	6.757.200	45.18
	15.435.100	100.00	14.957.500	100.00

Nach *sozialen Klassen* gliedert sich die Masse der Einkommensempfänger und die der zugehörigen Einkommen in folgender Weise:

	Einkommens-Empfänger	%	Einkommen in 1000 K	%
Selbständige . .	4.295.800	27.8	6.106.5	40.84
Angestellte . . .	627.200	4.1	2.417.6	16.17
Arbeiter (2) . . .	10.507.600	68.1	6.428.0	42.99
Berufstätige (3) .	15.430.600	100.0	14.952.1	100.00

Wir setzen nun die Einkommensmasse in Beziehung zur Gesamtbevölkerung und zur berufstätigen Bevölkerung (einschliesslich unselbständig ausgeübte häusliche Dienste); weiters ermitteln wir die Kopfquoten für die den verschiedenen sozialen Klassen und den grossen Berufsgruppen angehörenden Berufstätigen. Die ermittelten Ergebnisse sind im Folgenden zusammengestellt. Es entfallen vom

(1) Vgl. oben S. 108.

(2) Die unselbständigen häuslichen Dienstleistungen sind unter der Gruppe » Arbeiter « mitinbegriffen, die Personen ohne nähere Berufsangabe unter » Selbständige «.

(3) Dass die Endsumme dieser Tabelle mit der vorhergehenden hinsichtlich der Einkommens-Empfänger nicht übereinstimmt, ist darin begründet, dass alle Offiziere einerseits mit ihren Dienstbezügen veranschlagt wurden, die die Einkommensteuer freilässt, und andererseits eine gewisse Anzahl noch einmal als Zensiten, sofern sie auch steuerpflichtiges Einkommen beziehen. Der Unterschied zwischen den Einkommenssummen entspringt dem Vorhandensein eines Restbetrages, dessen Aufteilung oben S. 110 ff nicht möglich war.

Volkseinkommen von rund 15.325 Millionen K auf den Kopf der Gesamtbevölkerung 520 K; es entfallen ferner

auf einen	Berufstätigen	993	Kronen
» »	Selbständigen	1.421,5	»
» »	Angestellten	3.854,6	»
» »	Arbeiter (1)	611,7	»
» »	Berufstätigen (2) in der landwirtschaftlichen Urproduktion	490	»
» »	Berufstätigen in Bergbau, Industrie und Gewerbe (3)	1.479	»
» »	Berufstätigen in Handel und Verkehr (4)	2.118	»
» »	Berufstätigen in den übrigen Berufen	1.425,6	»

Der Anteil, den die vier grossen Produktionszweige am erzeugten Volkseinkommen Alt-Oesterreichs hatten, ergibt sich aus folgender Zusammenfassung (5):

	in 1000 K	in %
Landwirtschaftliche Urproduktion	4.185.394	27,86
Bergbau, Industrie und Gewerbe (4)	5.511.263	36,68
Handel und Verkehr (3)	2.744.233	18,26
Uebrige Berufe	2.583.676	17,20
	15.024.566	100,00

Die folgenden drei Uebersichten geben eingehenderen Aufschluss über die Gliederung des Volkseinkommens Alt-Oesterreichs und der Nachfolgestaaten. Uebersicht IV weist in absoluten Zahlen die Zusammensetzung des Volkseinkommens Alt-Oesterreichs nach, gegliedert sowohl sachlich nach den verschiedenen Arten produktiver Tätigkeiten, die zu ihm beitragen, als auch örtlich nach den Gebieten der Nachfolgestaaten. Die nächste Tabelle V bringt die relativen

(1) Incl. unselbständige Verrichtung häuslicher Dienste.

(2) Während die vorangegangenen Ziffern auf den Daten der personalen Methode fussten, beruhen diese und die folgenden auf denen der realen.

(3) Incl. Gast- und Schankgewerbe.

(4) Exclusive Gast- und Schankgewerbe.

(5) G. F. Shirras bemängelt es in seinem Vortrag *Volkseinkommen und Besteuerung* (Deutsche Ausgabe, Jena, 1926), dass Fellner den Wert der Dienstleistungen nicht in seine Berechnung eingeschlossen hat und schlägt zum Ausgleiche dieses Fehlers 11% zu (Vgl. *A. a. O.*, p. 12) und kommt zur Zahl von 14 Milliarden K (*A. a. O.*, p. 38). Irrtümlicher Weise bezeichnet Shirras und mit ihm der deutsche Uebersetzer diesen Betrag als das Volkseinkommen der alten Oesterreichisch - Ungarischen Monarchie, während er sich nur auf die oesterreichische Reichshälfte bezieht.

Das Volkseinkommen Alt-Oesterreichs und der Nach
(absolute Zahlen

	Alt- est.	Doest.
1) Landwirtschaftliche Urproduktion	4.185.394	863.211
2) Bergbau und Hüttenproduktion	376.966	52.074
3) Grossindustrie	3.224.585	951.981
4) Handwerk	1.463.880	489.060
5) Baugewerbe	445.832	140.883
6) Gast- und chankgewerbe	297.462	106.637
7) Handel und Verkehr	2.446.771	863.882
8) Liberale Berufe, öffentlicher und Militärdienst, sonstige nicht besonders benannte Dienstleistungen	1.733.894	577.545
9) Häusliche Dienste	257.240	95.693
10) Gebäudenutzung	592.542	325.069
A Im Inland erzeugtes Volkseinkommen . . .	15.024.566	4.466.035
B Ins Ausland	228.914	67.598
A — B	14.795.652	4.398.437
C Aus dem Ausland	529.350	69.744
A — B + C Verfügbares Volkseinkommen . .	15.325.002	4.468.181 (1)

(1) Hier muss die Schätzung des deutschoesterreichischen Volkseinkommens erwähnt werden, die F. Hertz in seiner Schrift *Zahlungsbilanz und Lebensfähigkeit Oesterreichs*, « Schriften des Vereins für Sozialpolitik » 167. Bd., II. Teil, München 1925, versucht hat. Er geht von der Fellnerschen Berechnung aus, lässt jedoch die Korrekturen Gürtlers vollständig unberücksichtigt. Wie diese beiden Autoren scheidet auch Hertz (p. 17) Beamtengehälter, Mieten, kurz die Dienstleistungen etc. aus der Berechnung des Volkseinkommens aus. Trotzdem stimmt seine Schätzung mit unserer Ziffer von 4.468 Mill. K in auffallender Weise überein. Nach Hertz gliedert sich das Volkseinkommen Deutschoesterreichs für die Zeit vor dem Kriege in folgender Weise: (zum Vergleich haben wir die von uns errechneten Ziffern beigefügt, die Prozentzahlen bedeuten in beiden Fällen den Anteil Doest's am altoesterreichischen Einkommen aus den einzelnen Produktionszweigen).

	Nach Hertz in Mill. K	in %
Ackerbau	260	16.00
Viehzucht	600	30.00
übrige Zweige der Urproduktion . .	140	—.—
Urproduktion	1000	23.74
Bergbau etc.	60	—.—
Industrie	1400	33.33
Handwerk	490	33.33
Handel u. Verk.	650	33.33
	3600	

folgestaaten im Durchschnitt der Jahre 1911-1913. UEBERSICHT IV.
in 1.000 K)

C. S. R.	Polen	Italien	S. H. S.	Rumänien
1.940.381	814 367	226 944	228.168	112.323
243.064	63.709	7.344	10.514	261
1.817.611	281.642	102 041	54.919	16.391
695.970	131.450	76.780	50.710	19.910
224.700	37.004	28.533	9.808	4.904
104.802	45.768	23.282	11.992	4.981
843.963	466.260	142.636	76.605	53.425
601.607	317.118	126.983	72.919	37.722
82.265	51.397	13.454	8.360	6.071
155.898	58.958	32.708	12.799	7.110
6.710.261	2.267.673	780.705	536.794	263.098
87.903	48.461	11.057	8.859	5.036
6.622.358	2.219.212	769.648	527.935	258.062
123.406	244.231	26.857	47.450	17.662
6.745.764	2.463.443	796.505	575.385	275.724

	Nach unserer Berechnung in Mill. K	in %
Urproduktion	863.2	20.62
Bergbau etc.	52.1	13.81
Gross-Industrie	952.0	29.52
Handwerk	489.1	33.41
Baugewerbe	140.9	31.60
Gast-u. Schankgewerbe	106.6	35.85
Handel u. Verkehr	863.9	35.31
	3467.8	

Aus dieser Gegenüberstellung, die trotz grosser Abweichungen in den meisten Einzelposten, zu annähernd gleichen Resultaten kommt, geht vor allem hervor, dass HERTZ bei allen Produktionszweigen mit Ausnahme von Handel und Verkehr den Anteil Doest's am Alt-Oesterreich. Ertrag zu gross angenommen hat, dass aber das Resultat als Ganzes annehmbar ist. Unbedingt abzulehnen ist dagegen die Fortführung der Berechnung, die HERTZ in dem folgenden Satz vornimmt: « Hierzu kommen dann noch die Erträge der im Ausland investierten Kapitalien, Sendungen der Auswanderer usw. abzüglich der analogen Passivposten. Diesbezüglich ist die Berechnung Fellner's nicht zu verwerten, weil sich durch die Zerreissung des früheren Staates der Begriff «Ausland» geändert hat. Wir wollen aber 800 Mill. annehmen und erhalten dann einen Vorkriegswert des Volkseinkommens von rund 4.400 Millionen..... Auf den Kopf der Bevölkerung entfiel also ein Vorkriegswert von über 700 Kronen » (a. a. O. p. 19). Was HERTZ auf den an sich der Wahrscheinlichkeit sehr nahe kommenden Betrag von 4,4 Milliarden fehlt, ist nicht oder doch nur zum kleinsten Teil aus den von ihm angeführten Quellen geflossen, setzt sich vielmehr vor allem aus dem Einkommen aus *Dienstleistungen* zusammen, die er nicht veranschlagt wissen will.

Uebersicht V.

Das Volkseinkommen Alt-Oesterreichs und der Nachfolgestaaten im Durchschnitt der Jahre 1911-1913.

Gliederung nach Einkommensquellen (Verhältniszahlen)

	Alt-Oesterr.	Doest	C. S. R.	Polen	Italien	S. H. S.	Rum.
1) Urproduktion . . .	27.86	19.33	28.92	35.91	29.07	42.50	42.69
2) Bergbau .	2.51	1.17	3.62	2.81	0.94	1.96	0.10
3) Grossind. .	21.46	21.31	27.09	12.42	13.07	10.23	6.23
4) Handwerk .	9.74	10.95	10.37	5.80	9.84	9.45	7.57
5) Baugewerbe	2.97	3.15	3.35	1.63	3.66	1.83	1.86
6) Gast-Schank	1.98	2.39	1.56	2.02	2.98	2.23	1.89
7) Handel . .	16.29	19.34	12.58	20.56	18.27	14.27	20.31
8) Liberale Berufe etc. .	11.54	12.94	8.96	13.98	16.26	13.59	14.34
9) Häusliche Dienste . .	1.71	2.14	1.23	2.27	1.72	1.56	2.31
10) Gebäude-Nutzung .	3.94	7.28	2.32	2.60	4.19	2.38	2.70
Erzeugtes Volkseinkommen.	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

Uebersicht VI

Das Volkseinkommen Alt-Oesterreichs im Durchschnitt der Jahre 1911-1913.

Verteilung der Erwerbszweige auf die Nachfolgestaaten (Verhältniszahlen)

	Alt-Oesterr.	Doest	C. S. R.	Polen.	Italien	S. H. S.	Rum.
1) Urproduktion . . .	100	20.62	46.36	19.46	5.42	5.45	2.69
2) Bergbau etc.	100	13.81	64.48	16.90	1.95	2.79	0.07
3) Grossind. .	100	29.52	56.37	8.74	3.16	1.70	0.51
4) Handwerk .	100	33.41	47.54	8.98	5.25	3.46	1.36
5) Baugewerbe	100	31.60	50.40	8.30	6.40	2.20	1.10
6) Gast-Schank	100	35.85	35.23	15.39	7.83	4.03	1.67
7) Handel . .	100	35.31	34.49	19.06	5.83	3.13	2.18
8) Liberale Berufe etc. .	100	33.31	34.70	18.29	7.32	4.20	2.18
9) Häusliche Dienste . .	100	37.20	31.98	19.98	5.23	3.25	2.36
10) Gebäude-Nutzung .	100	54.86	26.31	9.95	5.52	2.16	1.20
Erzeugtes Volkseinkommen.	100	29.73	44.66	15.09	5.20	3.57	1.75

Zahlen der sachlichen Gliederung, d. h. die prozentualen Anteile der verschiedenen produktiven Tätigkeiten an der Volkseinkommenssumme Alt-Oesterreichs und jedes Nachfolgestaates. Die dritte Uebersicht (VI) enthält die örtlichen Gliederungszahlen und macht ersichtlich, welche Quote des alt-oesterreichischen Einkommens aus den verschiedenen produktiven Tätigkeiten auf jeden der Sukzessionsstaaten entfällt.

Versuchen wir zum Schlusse nun noch in knappen Ziffernausdrücken einen Ueberblick über die Verschiedenheit der wirtschaftlichen Lage der Bevölkerung der einzelnen heute zu den Nachfolgestaaten gehörenden Gebiete im Rahmen des grossen alt-oesterreichischen Wirtschaftsgebietes zu geben, indem wir das Pro-Kopf-Einkommen in jedem Sukzessionsstaat berechnen. Es versteht sich, dass diese Ziffern keinen absoluten Gradmesser für die wirtschaftliche Wohlfahrt darstellen, da sie den durchaus verschiedenen Bedürfnisstand der einzelnen Teilgebietsbevölkerungen nicht berücksichtigen (1). Es entfallen auf den Kopf der anwesenden Bevölkerung (2) in Kronen in

	Doest.	C. S. R.	Polen	Ital.	S. H. S.	Rum.	Alt-Oest.
vom erzeugten Volkseinkommen (3)	695	660	274	485	326	327	520
vom Reinertrag der Sachgütererzeugung (4)	540	579	223	378	269	264	431
vom verfügbaren Volkseinkommen (5)	695	666	298	495	350	343	531

Vermitteln diese Ziffern eine Anschauung von dem Sozialprodukt der einzelnen Teilgebiete und von dem ihnen eigenen Nahrungsspielraum, so wollen die folgenden Zahlen einen Masstab ihrer ökonomischen Stärke darstellen, der sich nach der von SHIRRAS in seinem oben erwähnten Vortrag entwickelten Formel berechnet, indem man das Gesamteinkommen der Bevölkerung mit dem Pro-Kopf-Einkommen multipliziert. Diese zweidimensionalen Grössen, die nur für Vergleichszwecke Wert haben, sind: für den zur Republik

(1) Vgl. SHIRRAS, *A. a. O.*, p. 6.
(2) Vgl. oben S. 169, Anm. 3
(3) Erwerbszweige 1-10 der Uebersicht IV.
(4) Erwerbszweige 1-7 incl. der Uebersicht IV.
(5) $A - B + C$; vgl. Uebersicht IV.

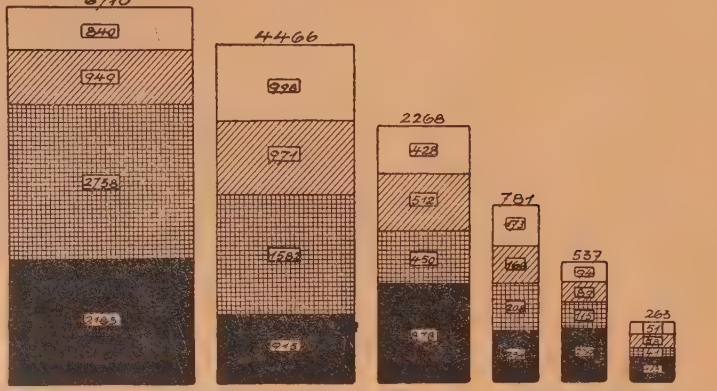
Oesterreich gehörenden Teil Alt-Oesterreichs 3.104, für den tschechoslowakischen 4.429, für den polnischen 621, für den italienischen 379, für den jugoslawischen 175 und für den rumänischen 86.

Die beigefügte graphische Darstellung gibt einen gedrängten Ueberblick über die wichtigsten Resultate unserer Untersuchung, über die Einkommenssummen der den Nachfolgestaaten zugesprochenen Teile Alt-Oesterreichs und deren sachliche Gliederung nach Quellen, über die Einkommensquoten pro Kopf der Bevölkerung und über die « ökonomische Stärke » dieser Teilgebiete.

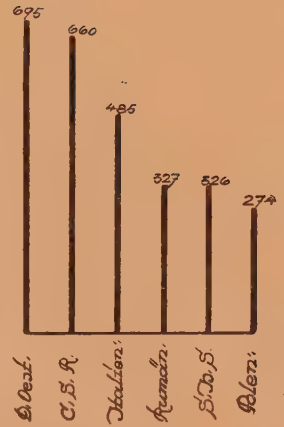
Volkseinkommen:
(Erzeugtes)

- Unproduktion (1–2)
- Industrie und Gewerbe (3–5)
- Handel und Verkehr (6–7)
- Übrige Dienstleistungen und Nutzungen (8–10)

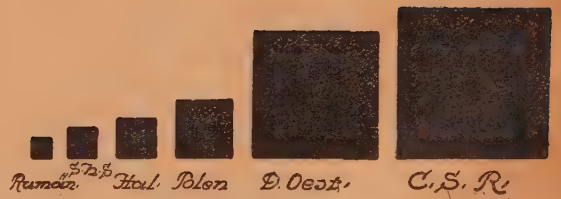
NB: Die in Klammern beigesetzten Ziffern entsprechen den Erwerbszweigen der Übersicht IV.



Pro Kopf Einkommen:



Ökonomische Stärke:



CARLO LOY-PRUNAS e CARLO SEQUI-CAPUT.

La popolazione studentesca dell' Università di Cagliari dalle origini ai nostri giorni [1].

SOMMARIO. — *Proemio*: 1-2. Breve quadro storico della vita secolare dell'Ateneo. — *Le fonti*: 3-7. Ricerche e documenti intorno alla popolazione studentesca. — *Notizie storiche e cenni sulla popolazione studentesca dell'Ateneo Cagliaritano nel periodo spagnolo*: 8-10. Fondazione dello Studio - Sospensione e ripresa. — *Notizie storiche e cenni sulla popolazione studentesca dell'Ateneo Cagliaritano nel periodo piemontese fino al* 1848: 11-15. Carlo Emanuele III - L'opera del Conte Bogino - Restaurazione dello Studio - Apertura - L'Università nella prima metà del secolo XIX. — *Dal* 1848 *ai nostri giorni*: 16. — *Storia interna dell'Ateneo e ordinamento sino al* 1848: 17-18. — *Dal '48 al presente*. 19. — Facoltà: 20-24. Facoltà teologica, facoltà giuridica, facoltà di medicina, facoltà di filosofia prima del 1848 e dopo. — *Professori, studenti, gradi accademici*: 25 — *Stemma*: 26.

1. — Più che incerte, scarse sono le fonti che potrebbero illuminare lo studioso sulle origini e successivo svolgimento della vita dell'Ateneo Cagliaritano, specialmente nel periodo spagnolo. E tale miseria di fonti e di libri è dovuta piuttosto che a reale scarsezza dei documenti originari, alla mancanza di indagini profonde e accurate negli Archivi del nostro Comune. Onde ci auguriamo che questo studio modesto ecciti un nuovo slancio, sia di sprone a novelli studi così che brillino di ancor più vivida luce « le gloriose tradizioni, le indiscusse benemerenze e gli incontestati diritti del secolare Ateneo Cagliaritano (2) ».

Fondato al principio del secolo XVII, come risulta dalle deliberazioni dei tre stamenti del Regno in data 3 marzo 1603, dalla bolla di S. S. Papa Paolo V del 12 febbraio 1606, da un diploma di Filippo III del 31 ottobre 1620 e dalle Costituciones che datano dal 1626, esso era

(1) Questo articolo è il risultato di laboriose ricerche compiute da due studenti dell'Università di Cagliari negli archivi dell'Università stessa per seguire lo sviluppo della popolazione studentesca di quell'Ateneo (*N. d. R.*).

(2) Prof. ARTURO GUZZONI DEGLI ANCARANI. *Alcune notizie sull'Università di Cagliari* - Tip. Valdès, Cagliari, 1898.

stato uguagliato nei privilegi e nelle prerogative alle Università di Lerida e di Salamanca. Ma le vicende guerresche che nel 600 e nel 700 quasi continuamente funestarono l'Europa, si ripercossero anche sulle sorti della nostra Università, la quale poco sorretta dal governo spagnolo trovava soltanto aiuto insufficiente nella liberalità dei privati e dei corpi civici. Più e più volte l'Università fu chiusa per mancanza di studenti e di insegnanti chiamati alle armi, per l'insufficienza dei mezzi, per la mancanza di regolarità nelle lezioni. Dalle statistiche infatti si desume che quasi tutti gli studenti dell'Ateneo di Cagliari furono sardi: i documenti spagnoli non contengono altro che cognomi isolani. Pochissimi quelli di altre regioni d'Italia che preferivano frequentare i gloriosi Studi di Padova, di Bologna e di Ferrara: due o tre gli stranieri.

Riguardo sempre al periodo spagnolo possiamo presentare soltanto la statistica degli Addottorati perchè le fonti non contengono affatto il numero degli studenti.

Coloro che conseguirono il « Doctoratus gradum » in Philosofia et Theologia, in utroque iure o in arte et medicina ottennero prima un doppio titolo: di Baccellieri e di Licenziati e viceversa coloro che conseguirono i due suddetti titoli, talvolta, non giunsero alla Laurea.

2. — Segnò una vera rinascita per l'Ateneo Cagliaritano il passaggio dell'Isola di Amsicora e di Eleonora di Arborea dalla Spagna alla Savoia nel 1720: i suoi grandi Principi rianimarono gli studi abbandonati, pareggiarono l'Ateneo ai migliori del Regno, impressero un novello impulso alla scienza superiore rendendo gloriosa l'Università nostra.

Illustri e valorosi Maestri insegnarono all'Università nostra, vi lavorarono e vi acquistarono tali titoli e meriti da esser chiamati all'insegnamento in altri più importanti Atenei; si crearono nuove facoltà, il numero degli studenti andò sempre più aumentando ed oggi — sotto il regno illuminato e sagace del Re Vittorioso — l'Ateneo nostro può dirsi veramente fiorente. Particolarmente deve essere ricordato — e lo faremo meglio in appresso — Carlo Emanuele III che creò quasi l'Università, la collocò in più degna sede, la dotò di una biblioteca imponente servendosi del suo grande Ministro, il conte Bogino. Meriti indiscussi ha anche il suo successore: Vittorio Amedeo III il quale continuò la nobile via del Padre Augusto: uguale interesse per l'Ateneo manifestarono Carlo Felice, Carlo Alberto e Vittorio Emanuele.

Per la mancanza di documenti i dati degli studenti s'arrestano al 1768: da tale anno al 1820 abbiamo solo la statistica degli Addottorati.

In tale vasto periodo — 1626-1926 — si inquadra lo studio statistico che presentiamo intorno alla popolazione studentesca cagliaritana.

3. — Materia del nostro studio avrebbe dovuto essere tutto il periodo che va dalla fondazione dell'Università Cagliaritana al 1926; senonchè i documenti veramente necessari per tale ricerca cominciano solo dall'anno 1709; e neppure da tale data in giù la nostra ricerca potè essere completa perchè numerosi volumi del R. Archivio di Stato sono andati perduti — secondo l'opinione dei componenti, per incendio — e conseguentemente nella nostra statistica gravi e molteplici sono le lacune.

4. — Le fonti del nostro studio furono varie.

La prima fonte è rappresentata dai documenti contenuti nel Regio Archivio di Stato. Nessun dato attendibile fu da noi trovato, sebbene con diligenza e perseveranza consultassimo molte e molte cartelle. Rinvenimmo ricorsi di studenti contro provvedimenti di professori, sanzioni disciplinari contro studenti troppo « movimentati », pagamenti agli insegnanti, cedole di pagamento di tasse, diplomi di esami, decisioni del Corpo Insegnante, suppliche alle autorità competenti per aumenti di stipendio, statuti universitari, ecc. Nessun dato quindi, neppure approssimativo, pel nostro studio che contiene così — forzatamente — una incolmabile lacuna per un periodo di ben ottantatrè anni.

Periodo — quello spagnolo — di vero e profondo decadimento, non solo delle scienze, delle arti, della cultura, ma anche delle industrie, dei commerci, dell'Isola tutta, come osserva il Manno. Disgraziatamente per noi tale periodo durò a lungo: dal 1409 — allorquando a Sanluri gli eserciti sardi furono sconfitti da Martino Re di Sicilia e fu conculcata la libertà sarda — fino al 1720 l'Isola attraversò un periodo burrascoso: lunghissime ed estenuanti guerre con brevissimi periodi di pace o di tregua, invasioni di Saraceni, tentativi di ribellione soffocati nel sangue o tradimenti preparati nell'ombra per ingannare i fratelli. Gli studi non potevano non risentirsi di tale misera condizione di cose e andarono sempre più decadendo anche perchè i giovani dovevano spessissimo accorrere al campo, in obbedienza ai comandi del popolo dominatore: schiavi sulla terra dei loro padri!

5. — Dopo l'Archivio, ci rivolgemmo alla Segreteria e ottenemmo di poter consultare i registri e le carte del vecchio Archivio Universitario. Trovammo sei libri, di grande formato, rilegati in pergamena oltremodo ingiallita dal tempo, scritti parte in spagnolo e parte in la-

tino e interamente a mano: vanno dal 1709 — attraverso lacune — al 1757. Le parti scritte nella armoniosa lingua del Cervantes sono le meno importanti: di tratta di intitolazioni di atti, di documenti interni. In latino invece sono scritte le parti importanti: diplomi di Baccellerato, di Licenziatura, di Dottorato. Le indicazioni dei giorni, mesi anni sono pure in latino e sono seguite dalla dicitura « In Palatio Archiepiscopali Calaritano ». Il primo libro si intitola: « Libro de Grados de Doctores comencando del año 1709 allo 1723)» e contiene l'« Original de Graus de Dotors de Theologia y de Fhilosofia, leyes y canones y de Medicina ». Il primo atto si intitola così: « Die nona Mensis Martiis anno a Nat.te Dom.ni 1709. In Palatio Archiepiscopali Cal.no ».

I suddetti libri contengono quasi soltanto conferimenti di titoli e diplomi. Anche l'Arcivescovo della Città — Episcopus ecclesiarum et aliarum unionum, Sardiniae et Corsicae Primas, Vexillarius Sanctae Romanae Eclesiae, Prior Sancti Saturnini, Dominus Baroniarum de Suelli, Sancti Pantaleonis et Sancti Adi, ac Iusulae Sancti Antiochi, de Concilio S. C. R. Mag.tis Domini nostri Regis — « Canciller » dell'Ateneo poteva concedere « auctoritate qua in hac parte fungimur » i gradi accademici.

6. — Come terza fonte tenemmo presenti e diligentemente consultammo i dati contenuti in 22 volumi di grandissimo formato con pagine a stampa. Contengono documenti scritti in latino contenenti l'indicazione del nome dello studente, dell'Insegnante e della Facoltà, spesso coll'anno di corso e coll'indicazione del luogo di nascita. Tali libri vanno dal 1768 al 1818. Sempre scarso il numero degli stranieri. Questi dati sono molto attendibili perchè le fonti sono più complete e presentano una certa continuità.

Consultammo anche l'Archivio Arcivescovile, ma nessun dato trovammo, perchè pare che cessando l'Arcivescovo di coprire la carica di « Canciller » dell'Ateneo abbia la Curia dato all'Archivio di Stato tutte quelle carte, documenti, diplomi che potevano riguardare i laici.

7. — Per gli ultimi anni infine e cioè dal 1848 al 1926 ci servimmo degli Annuari della Regia Università stampati per ordine del Ministro dell'Istruzione Pubblica a cura della Segreteria. Ciò però solo per la parte che va dal 1897 al 1926: per la prima parte ci servimmo dei dati compresi nel libro, citato in nota, del Prof. Arturo Guzzoni degli Ancarani.

8. — Nel secolo XVI lo stato di tutta l'istruzione in Sardegna era quanto mai triste: quello della superiore poi era tristissimo e le cause

ne sono note e manifeste: la cappa plumbea del dominio spagnolo e del feudalesimo, il bavaglio dell'Inquisizione, le difficili comunicazioni, le misere condizioni pubbliche ed economiche dell'Isola (1). A Cagliari vi erano bensì collegi istituiti dagli Scolopi e dai Padri Gesuiti ove si impartivano elementi di rettorica e diritto canonico: fu istituito anche dopo il concilio di Trento (1563) un Seminario ecclesiastico che fu detto Tridentino (2), ma tali istituti, sebbene fiorenti per l'acume e i dotti insegnamenti dei Padri, non ebbero alcun rapporto colla fondazione dell'Università, contrariamente a quanto si verificò nella città di Sassari (3).

Gli ingegni sardi valorosi e colti si recavano nelle Università straniere per aumentare la loro scienza e le loro cognizioni, tratti dalla brama di sapere. Solevano i sardi che tornavano in patria addottorati in Giurisprudenza darvi pubblica prova — come risulta dal parlamento del marchese d'Aytona — col sostenere una discussione (4) ed insegnarvi per un anno istituzioni di legge civile (5). Frequentavano essi qualche Università di Spagna, Saragozza o Salamanca (6), ma in più vasto numero le italiane di Bologna, Padova e sopratutto Pisa ove giovani sardi coprirono spesso cariche importanti.

L'iniziativa per procurare l'erezione di uno Studio fu presa in pari tempo a Cagliari ed a Sassari nel Parlamento del 1545 (7). Il Vicerè però, cui tale domanda era stata rivolta, rispose semplicemente permettendo che si indirizzasse simile domanda al Re. In una pubblicazione della fine del secolo scorso si dice che l'Università nostra fu fondata nel 1596 ma, d'accordo col Lattes, non vediamo per qual motivo tale asserzione possa esser presa in considerazione (8).

9. — *Fondazione dello Studio.*

Il 3 marzo del 1603 i tre stamenti sardi, nello storico ed importantissimo parlamento convocato dal Vicerè conte di Elda (9), chiesero a questi di decretare la fondazione di uno studio universale pubblico in

---

(1) Arquer p. Tola. *Dizionario degli uomini illustri di Sardegna,* I, 44; e *Notizie storiche dell'Università di Sassari,* 33.

(2) Barone Giuseppe Manno. *Storia di Sardegna,* (1825) IV, 251, 450.

(3) Prof. Alessandro Lattes. *Cenni storici dell'Università di Cagliari* - Cagliari, Tip. Valdès, 1910.

(4) Tola. *Dizionario,* I, s. v. Dexart.

(5) Tola. *Notizie sull'Università di Sassari,* 36.

(6) Tola. *Dizionario* citato I, 44.

(7) Lattes in *Archivio storico Sardo,* vol. V. p. 137 e seg.

(8) *Minerva* II (1892-93), p. 150.

(9) *Capitula curiarium,* lib. VIII, tit. II, cap. 1, 2,

Cagliari ove gli studenti potessero ottenere gradi eguali a quelli conferiti in altre Università. Si mise insieme, per mezzo di sacrifici che gli stamenti, il Vescovo e la cittadinanza si imposero, una somma a quell'epoca ingente destinandola alla costruzione del palazzo universitario.

Il Vicerè rispose alla domanda approvando la fondazione di uno Studio generale e il Re confermò. Allora fu necessario conseguire l'approvazione pontificia e Papa Paolo V la conferì col breve 12 febbraio 1606, il quale dispone:

la costituzione d'una « Università di Studio Generale », con facoltà di leggere e studiare lettere latine, greche ed ebraiche, le leggi, le arti liberali, la filosofia e medicina e le altre scienze « lecite » come in Spagna e in Europa;

la nomina dell'Arcivescovo di Cagliari — come già abbiamo detto parlando delle fonti — a cancelliere e rettore, con piena giurisdizione su tutti i membri dello studio;

la designazione di un collegio per governare l'Università, concedere diplomi e onori, nominare il corpo insegnante. Tale collegio doveva essere composto dell'Arcivescovo, di uno dei Canonici più anziani, un delegato dello stamento militare e il primo consigliere della città in rappresentanza dei tre stamenti sardi, ecclesiastico, militare, reale o borghese.

10. — Le supreme Autorità, civili, militari e religiose, avevano approvato e forse avevano atteso con piacere l'erezione e la formazione di un centro di studi superiore; eppure l'esecuzione pratica del disegno non fu attuata per qualche anno, probabilmente — osserva il Lattes — per ragioni finanziarie. Nonostante tutte le precedenti belle promesse, la sola città di Cagliari — *fortitudo totius insulae* — era disposta a mantenerle: gli stamenti invece non ne volevano più sapere. Una lucida esposizione dell'attuale condizione di cose fu fatta da un Canonico di Saragozza, Martino Carrillo, nella sua relazione a Filippo III. Egli venne come visitatore generale in Sardegna nel 1611, vide lo stato dell'istruzione superiore nell'Isola e eccitò il Re nella necessità di creare uno studio generale dicendo che v'era già il breve apostolico, la licenza del Re e una parte dei redditi necessari e che persone molto generose vi avrebbero contribuito con grande quantità di danaro (1). Dopo nove anni, un regio diploma del 31 ottobre 1620 costituì nuovamente lo stu-

(1) Carrillo. *Relazione al Re di Sardegna dello stato della Sardegna*, ms. nella bibliot. universit. di Cagliari.

dio generale in Cagliari. Tale diploma ricorda le statuizioni del 1603 nel parlamento dal conte d'Elda ma non fa cenno del breve pontificio anzi viene stabilito che l'Arcivescovo sia il cancelliere e conferisca i titoli accademici, previo esame dei candidati, ma che il rettore dell'Ateneo sia persona nominata dalla città di Cagliari ogni tre anni. L'Università viene equiparata poi nei privilegi e prerogative a quella di Lerida, in terra d'Aragona.

L'edificio, destinato alla cultura superiore, non fu creato ex novo: esso era già in costruzione; infatti il Re ordina che venga continuato o che se ne costruisca uno nuovo. Infatti il terreno necessario era stato acquistato e la fabbrica iniziata, per cura dell'insigne magistrato Monserrato Rossellò, giudice della Reale Udienza: ma dopo la di lui morte l'opera era stata interrotta. Questo lo ricaviamo dalla lettera regia del 23 febbraio 1622 (1); in cui il Re impose allo stamento militare di mantenere fede alle sue antiche e mai eseguite promesse.

Lo studio fu aperto solo nel 1626, contribuendovi molto un legato di diecimila lire sarde, lasciato da D. Antonio Brondo. Nello stesso anno furono approvate dal consiglio civico di Cagliari le costituzioni che sono forse opera del sommo giureconsulto Giovanni Dexart, primo consigliere della città, famoso raccoglitore dei capitoli dei parlamenti sardi.

Ed ora una lieve differenza. Le università aragonesi differiscono dalle altre spagnole perchè la fondazione delle prime è dovuta all'opera e cura del municipio mentre quella delle seconde è dovuta al principe o a dignitari ecclesiastici. Inoltre nella formazione dell'Università Cagliaritana manca la partecipazione degli studenti alla nomina dei professori e del rettore, che s'incontra nella Spagna.

Non possiamo affatto desumere dalle costituzioni del 1626 quali fossero gli insegnamenti e la cultura degli studenti perchè gli studi erano così in Sardegna come in Ispagna al medesimo livello e perchè le strettezze finanziarie non potevano certamente giovare alla floridezza degli studi. Di queste strettezze finanziarie la colpa va tutta e soltanto addossata ai due stamenti: militare ed ecclesiastico che non ottemperarono alle richieste del Re e della cittadinanza senza riflettere che essa sola portava il peso delle ingenti spese (2). Essendo però soltanto mille i ducati che nel 1626 costituivano il generoso e, possiam dire, unico contributo della città, professori e impiegati eran retribuiti evidentemente maluccio. Nel 1641, la città di Cagliari — giustamente — pretende, nel parla-

(1) Pinna. *Archivio del Duomo di Cagliari.* 127, n. 815.
(2) Manno. *Storia* (1825). III, 449

mento del Duca d'Avellana, che i capi dei due stamenti assolutamente restii a pagare non abbian più alcuna ingerenza negli affari interni dell'Ateneo. Nulla però fu concluso nè allora nè poi (parlamento di Montellano del 1699) (1) per l'incertezza del Re e l'ambiguità solita del Vicerè.

Pare che nel 1679 si tenesse soltanto qualche lezione, perchè un pregone viceregio proibisce l'entrata nell'Università, nelle scuole superiori e inferiori alle persone mascherate. Ma forse pochi anni dopo le lezioni cessarono: la gioventù studiosa apprendeva gli insegnamenti dalla bocca di privati maestri; gli esami eran diventati una mera formalità, per le guerre continue le aule dell'edificio universitario venivano talvolta adibite a depositi di grano: nei pianterreni si accasermavano le truppe e si riducevan le sale a teatri (2)... Queste erano le condizioni dello Studio al tempo del passaggio della Sardegna a Vittorio Amedeo II ed anche alla metà del decimottavo secolo.

Notizie storiche e cenni sulla popolazione dell'Ateneo Cagliaritano nel periodo piemontese fino al 1848:

11. — Vittorio Amedeo II, tutto occupato in molti altri urgenti bisogni dell'Isola e nel riordinamento dell'Università torinese, non potè occuparsi delle sarde.

Solo Carlo Emanuele III, succeduto al Padre nel 1730, rivolse nuovamente le sue cure a queste misere e abbandonate Università e pensò prima a quella di Cagliari. Preoccupato dello stato infelice in cui era caduto l'Ateneo di Cagliari, si propose di riordinarlo e appena le sorti della guerra e della politica glielo concessero, si diede tutto con ammirevole slancio, a quest'opera veramente patriottica, benefica e necessaria (3). Le difficoltà dell'impresa erano parecchie e non lievi: ecco come le riassume con tacitiana eloquenza lo storico della Sardegna: « Ma se era facile il riconoscere tale necessità, non così lo era il ritrovare e il porre in opera i mezzi d'instituire lo studio novello. Mancava a tal uopo l'edificio, la dote, la copia dei maestri. Onde non

---

(1) Archiv. di Stato: *Atti del parlamento* 1698, *accennati nel Cod. dipl. sardo* II, 380, n. 17.

(2) Manno. *Storia,* (1825), III, 459.

(3) A. Guzzoni degli Ancarani. *Alcune notizie sull'Università di Cagliari* - Cagliari, Valdès, 1898.

riforma, ma creazione era l'opera che s'intraprendeva... (1) ». Ma la mente illuminata del Monarca non si arrestò dinanzi a tali ostacoli.

L'intenzione dunque di migliorare l'Ateneo Cagliaritano, annunciata con una Carta Reale del 13 gennaio 1755, che contiene una lettera importantissima indirizzata al Vicerè Conte di Bricherasio, si esplicò dapprima (13 aprile) con la nomina di una commissione (composta dal Vicerè, dall'Arcivescovo, dal reggente la R. Cancelleria e da due giudici della Reale Udienza) che doveva investigare, e riferire completamente, le reali condizioni, i bisogni, le norme regolanti l'Università. La Commissione eseguì l'incarico del Sovrano e il 26 maggio 1755 veniva inviata a Torino la « Relazione dell'origine e regole antiche dell'Università di Cagliari, del suo stato presente ed attuale osservanza e del nuovo sistema progettato dalla Giunta, conforme al prescritto della Carta Reale lì 13 gennaio ora scaduto ». Tale relazione porta le seguenti firme: Conte di Bicherasio, Giulio Cesare Arcivescovo, Riger, Cadello, Arnaud — e trovasi nell'Archivio di Stato (2).

Nel 1758 si cominciò coll'eleggere un nuovo rettore, poichè il precedente stava già in ufficio da diciassette anni.

12. — Appena affidata al Conte Bogino di Migliandolo, Ministro di Stato e primo Segretario di guerra, la cura degli affari di Sardegna a metà settembre del 1759 (3), il grande Ministro col suo primo dispaccio del 4 ottobre comincia a spedire il regio viglietto per la fondazione di una scuola di Chirurgia in Cagliari, preponendovi un piemontese, il Cerusico Collegiato della R. Università di Torino Michele Plazza, il quale doveva tenervi le lezioni in italiano (4); il Prof. Plazza tenne la prelezione il 20 de Enero 1760 e fece la « solita profession de la fee flexis genibus... (5) ». Alla nuova scuola di Chirurgia il Re inviò libri e strumenti e successivamente mandò venti assortimenti di ferri chirurgici in dono ai più distinti allievi (6).

Il Ministro approvò con una lettera indirizzata al Conte Tana Vi-

---

(1) G. Manno. *Storia*, 3ª ediz., Milano - Placido Maria Visaj 1835 tomo 2 p. 471.

(2) *R. Segreteria di Stato - 1ª serie*, Vol. 799 nell'Archivio di Stato.

(3) *R. Archivio di Stato* - Dispacci vol. 20.

(4) *Editto di Sua Eccellenza il signor Conte Don Francesco Tana* - Cagliari, Honofrio Martini 1759.

(5) *Libro de suntas y resolusiones desta primaria Universidad de Caller* - Vol. ms. della Segret. Universit.

(6) Manno. *St. di Sardegna*, c. s. pag. 461 nel testo e nella nota.

cerè — datata 25 luglio 1760 (1) — la deliberazione del vicerè di sospendere la pubblicazione dell'elenco dei Professori, oggetto di ridicolo per la loro insufficienza e negligenza e nel 1761 — 18 luglio — impose alla città di non pagare più lo stipendio ai professori che non facevano lezione e di accumulare questi pagamenti e queste somme presso il rettorato così che vi fosse un fondo per l'Università nuova. Nel frattempo, per mezzo dei due Arcivescovi di Cagliari, Mons. Natta e Mons. Delbecchi Vescovo di Alghero, succeduto al primo, fu chiesta alla S. Sede una certa somma atta a costituire l'Ateneo; inoltre il Bogino tenne lungo carteggio con i Padri Gesuiti per chiamarne i più degni e meritevoli all'insegnamento superiore, lottando contro i favoritismi e le protezioni di persone altolocate che volevano mantenere sulle cattedre uomini di scarso ingegno e valore. Alla fine il Bogino, sempre infaticabile, ottenne le seguenti concessioni:

una bolla pontificia del 12 luglio 1763 che approva la restaurazione dell'Università con potere di conferire gradi in tutte le scienze secondo i decreti dei concili di Vienna e di Trento, ampliando i privilegi già conferiti da Paolo V;

un'altra bolla del 15 luglio che concede all'Università di Cagliari e particolarmente alle cattedre di Teologia e di Diritto canonico i frutti della prebenda di Assemini, grazioso paesetto a pochi chilometri dalla città;

un regio diploma del 28 giugno 1764 con cui si confermano le prerogative e i privilegi dell'antica Università, eguagliandola a quella di Torino e di Napoli (2).

13. — L'antico edificio universitario — (posto in piazza S. Pancrazio — ora P. Indipendenza — di fronte alla torre pisana) — era completamente rovinato tanto che si pensò sarebbe stata minor spesa costruire un nuovo palazzo che riparare il già esistente. A ciò provvide, come sempre, il Bogino. Egli però — osserva il Lattes — non fu coadiuvato dai suoi dipendenti: dopo verifiche ed esami era stata dichiarata conveniente allo scopo la casa del Marchese di Villacidro in vicinanza della torre dell'Aquila nel quartiere di Castello e l'ingegnere Belgrano, capitano del Genio militare ne aveva già preparato il progetto e il preventivo, ma da Cagliari fu scritto che essa casa era inservibile e poco decorosa. Dopo un breve carteggio del Ministro — profondamente irritato di tale indu-

(1) *R. Archivio di Stato* - Dispacci, Vol. 20.
(2) Dispacci di Corte, 1 febbraio 1764.

gio, anche perchè la data dell'apertura dell'Ateneo era improrogabile — e del Municipio cagliaritano, fu scelto il sito nel bastione del Balice, ove già esisteva una caserma di soldati e lo Stato si assunse l'onere delle relative spese. Più il municipio di Cagliari, con deliberazione del 17 marzo 1765 cedeva allo Stato l'edificio della vecchia Università, che tuttora esiste nella Piazza Indipendenza. Nel frattempo, essendo imminente l'apertura nell'Università e non essendo pronti i locali, convenne adattarsi in alcuni locali offerti provvisoriamente dai Padri Gesuiti e dagli Scolopi e anche da privati Insegnanti (1).

14. — *Apertura.* — Nell'agosto del 1764 il magistrato civico si recò in forma solenne ad esprimere al vicerè la grande riconoscenza della città intera per l'immenso beneficio che il Re le concedeva. Il Ministro Bogino direttamente scrisse — interpretando così in spirito e alla lettera gli ordini augusti di S. M. — a persone di alto valore scientifico invitandole a portare la fiaccola della loro alta dottrina nella rinnovata Università sarda. E tali sommi ingegni — aderendo, *honoris causa,* alle proposte del Conte — si radunarono a Genova su due navi, sul S. Carlo e sulla S. Vittorio — vascello l'uno e fregata l'altra della regia Marina — e si imbarcarono per Cagliari. « E veleggiava su queste navi alla volta del regno quella colonia di dotti di cui non altra era stata per noi più rara e ben arrivata (2) ».

Il primo ottobre il magistrato sopra gli studi pubblicò il manifesto per l'apertura; ed esso fu così il primo atto pubblico della vita del rinato Istituto.

Il 3 novembre 1764 l'Università fu solennemente inaugurata e tutti i particolari della cerimonia furono prestabiliti da Torino. La mattina si riunirono nella sala arcivescovile i prefetti, professori e dottori di Collegio di ogni facoltà colle relative insegne e, preceduti dal bidello colla mazza si recarono processionalmente dal Vicerè che li accolse seduto sul trono e attorniato dalle più alte cariche in gran divisa. Informato dopo non molto il Vicerè che Monsignor Arcivescovo s'era già portato alla Chiesa Primaziale, tosto Egli con tutto il seguito e i dotti vi

(1) Manno. *Storia cit.,* (1825), IV, 421.

(2) Manno. *Storia cit.,* (1825), IV, 477. Nella Biblioteca, ad una estremità della Sala di Lettura vedasi su una alta colonna di marmo il busto del Barone Giuseppe Manno di Alghero. L'opera è dovuta a Michele Moccia (1834), algherese, che fece dono della sua scultura all'Università affinchè potesse meglio vivere nella memoria e nel cuore dei posteri il ricordo e la fama dell'insigne storico di Sardegna.

si recò con grande accompagnamento di Alabardieri. Fu detta la Messa di Spirito Santo — il solo Veni Creator fu ritenuto breve — e pontificò Monsignor Arcivescovo. Alla fine vi furono salve di artiglieria. L'orazione per l'apertura degli studi fu fatta la sera solennemente in Chiesa e non nel Palazzo Arcivescovile per dar modo al folto pubblico di intervenire alla cerimonia. Tuti avendo preso posto, prestarono giuramento in ginocchio sul Vangelo davanti al Vicerè, seguendo l'ordine di precedenza, i prefetti, i professori e dottori di Collegio. Dopo di ciò il Padre Paolo Maria Oggero dell'Ordine dei Carmelitani, professore di sacra scrittura e lingua ebrea, recitò l'orazione inaugurale in latino. La relazione manoscritta — che si conserva nell'Università — finisce con queste parole: « Così terminò il primo giorno della ristaurata Università, epoca troppo gloriosa nel Regno, per non esserne la memoria conservata a perpetuità ».

Contemporaneamente il Ministro di Bogino con una lunghissima lettera del 1° luglio diede istruzioni minute e complete per far condurre a termine l'edificio nel luogo dove esso si trova tuttora. L'Università vi fu trasportata ed inaugurata il 1° novembre 1769.

Oggetto di serie cure fu la scelta del corpo insegnante. Si nominarono i professori migliori per ingegno e cultura: fu confermato qualche insegnante cagliaritano perchè il merito di lui era stato riconosciuto ed apprezzato; fu invitato qualche isolano ed altri ancora, giudicati degni di insegnare, furon mandati per un corso di perfezionamento — il Re provvide a tutti le spese — nell'Università di Torino. — Gli ecclesiastici insegnanti tennero il primo posto e per la nomina dell'Arcivescovo a cancelliere e capo dello Studio e per il fatto che i primi insegnanti furono quasi tutti regolari e Gesuiti e Scolopi tenevan bene il loro posto. Qualche difficoltà — e non lieve — dovettero superare — Re e Ministro — per trovare persone di meriti indiscussi, per superare la tenacia di coloro che volevano mantenere la carica ad ogni costo, perchè poche persone acconsentirono in seguito a venire in Sardegna e perchè infine — anche questo deve essere rilevato — i mezzi finanziari erano scarsi e i regolari insegnavano quasi gratuitamente nonostante il generoso ed inesausto contributo del grande Principe.

Da quel momento la vita dell'Università di Cagliari non si sospese più e l'Ateneo incominciò efficacemente la sua marcia nella luminosa scia della scienza. E pure da qual momento il governo piemontese e poi quello

---

(1) Ogerii Pauli Mariae. *Oratio in solemni instauratione Academiae Calaritanae,* (Cagliari, 1764).

italiano curarono sempre il buon andamento e la prosperità del nostro Studio.

S. M. Carlo Emanuele III morì la mezzanotte dal 19 al 20 febbraio 1773 ed il suo successore Vittorio Amedeo III dava, cinque giorni dopo, un onorevole riposo al Ministro Bogino (1). Sarebbe uscir fuori dal tema che ci siamo proposti ricordare qui il rimpianto unanime, sincero con cui venne accolta nella città e nell'Isola la notizia della morte del Re e le onoranze che nell'Università e nella città vennero decretate al fondatore dell'Ateneo; ma desideriamo riferire i giudizi che del Sovrano e del Ministro diede lo storico della Sardegna. Del primo, che il Manno chiama il legislatore dei suoi popoli e di cui scrissero tra gli altri con ammirazione ed entusiasmo il Tola (2) e il Carutti (3), dice lo storico algherese: « Egli fu per noi ciò che furono per altre nazioni più grandi quei principi che diedero il nome alle migliori epoche. Ma Egli era tal uomo che avrebbe potuto ancora dare il suo nome al sècolo in cui visse, se la Provvidenza non l'avesse destinato ad uno di quei troni nei quali è largo compenso al minor dominio la maggior facilità di esercitare a prò dei popoli i preziosi diritti di gran padre di famiglia (4) ».

Il Manno loda anche — e giustamente — il Conte Bogino per la sua grande diligenza, la sapienza politica, l'attività dicendo « che se pochi sono coloro che abbiano posseduto in grado così alto le doti di un uomo di Stato, pochi ancora sono quelli che a tali doti abbiano accoppiato al pari di lui tanta eccellenza (5) ». Il Carutti poi nella Storia di V. Amedeo II fa grandissimi elogi di Giambattista Bogino e ci narra con eleganza squisita il modo con cui Vittorio Amedeo III lo nominò Consigliere di Stato e referendario (6): nell'altra sua opera poi ci dice come dopo il suo collocamento a riposo il grande uomo di Stato si ritirasse nella villa sua ove morì nell'età di ottantatre anni nel febbraio del 1874 « promuovendo utili opere d'ingegno e sempre con affetto pensando alla Sardegna che potea dir sua » (7).

---

(1) Manno. *Storia moderna della Sardegna dall'anno 1773 all'anno 1799* vol. 1° Torino tipi Fratelli Favale, p. 4.

(2) D. Pasquale Tola. *Dizionario biografico degli uomini illustri di Sardegna.* Discorso preliminare - Torino, Tip. Chirio e Mina, 1837.

(3) Domenico Carutti. *Storia del regno di Carlo Emanuele III* - Torino, Eredi Botta 1859, Vol. 2, pag. 295 e seg.

(4) Manno. *Storia di Sardegna,* c. s. p. 521.

(5) Manno. *Storia di Sardegna,* c. s., p. 521.

(6) Domenico Carutti. *Storia di Vittorio Amedeo II,* terza edizione - Torino, Carlo Clausen 1897, pag. 536-537.

(7) Domenico Carutti. *Storia del regno di Carlo Emanuele III,* c. s., p. 296.

In attestato di riconoscenza per la restaurazione dell'Università, fu collocato, nell'Aula Magna, il monumento (1) in marmo che tuttora vi esiste, colla effigie del Re e colla seguente iscrizione:

CAROLO . EMMANUELI . III
QUOD . HANC . SUAM . IMAGINEM
DESIDERIO . PRAESENTIAE . S . MINUENDO
HOC . IN . ATHENEO . AB . SE
EXCITATO
LOCARI . IUSSERIT
ACADEMIAE . ORDINES . OBSTRICTI
MEMORIA . BENEFICI . SEMPITERNA
MONUMENTUM . HOC . GRATI . POSUERUNT
A . D . MDCCLXXII

ma ancora non è stato sciolto un tributo di riconoscenza al Conte Bogino che — faccio mia l'opinione del Prof. Guzzoni — dovrebbe essere ricordato meglio di quel che è stato fatto finora col quadro che vedesi, senza indicazione alcuna, nella detta Aula (2), e formuliamo l'augurio e la speranza che due vie principali della nostra Cagliari possano essere intitolate ai due grandi benefattori della Sardegna: Carlo Emanuele III e Giambattista Bogino.

A Carlo Emanuele III successe Amedeo III (3) il quale continuò, come il suo predecessore, ad occuparsi grandemente dell'Ateneo Cagliaritano Egli stabilì con decreto dell'8 marzo 1777 una classe di matematici e nel 1779 ordinò che venisse unita alla Biblioteca universitaria la vasta e Egli stabilì con decreto dell'8 marzo 1777 una classe di matematici e nel 1779 ordinò che venisse unita alla Biblioteca universitaria la vasta e copiosa libreria dei Padri Gesuiti di Cagliari.

Nè minore interessamento ebbe Vittorio Emanuele I, succedendo al fratello Carlo Emanuele IV, scrivendo da Cagliari il 25 luglio 1807 la seguente lettera:

« Nobili, Magnifici, Fedeli ed Amati Nostri Reggente la Reale Can-

---

(1) Nel vestibolo della Biblioteca trovasi un bellissimo quadro rappresentante S. M. Carlo Emanuele III in piedi. Il luogo però non è adatto per l'effigie di così nobile e grande Monarca che ben meritò della riconoscenza di tutta l'Isola.

(2) Un altro quadro — piccolo — del Ministro Bogino in piedi trovasi nella cosidetta Sala Piccola della Biblioteca.

(3) Di fronte al busto del Manno domina la Sala un pregiatissimo quadro di V. Amedeo III: sotto si legge la seguente iscrizione:

VICT. AMEDEUS III
APERUIT
MD CXXCV

« celleria, e membri del Magistrato sopra gli studi di Cagliari. La re-
« staurazione di questa Regia Università fra le grandi opere formate a
« pro del Regno dalla beneficenza del Re Carlo Emanuele mio Avolo di
« sempre gloriosa memoria, è quella, che rimiriamo con particolare com-
« piacenza. Dallo stato di decadenza e di abbattimento, in cui giaceva,
« portolla non senza gravi spese delle sue finanze in vari notori oggetti,
« e colla corresponsione eziandio in ogni anno di cospicue somme per gli
« stipendi, e particolari pensioni ai più celebri Professori dell'Europa,
« che concorsero ad illustrarla, e con un ben combinato piano di leggi,
« dettato dalle profonde speculazioni, dei più dotti Uomini di quei tempi,
ad una floridezza, che degna la rende dell'ammirazione delle più colte
« nazioni ». Continua poi la lettera dicendo che il Re crede opportuno una modificazione nella composizione del Magistrato sopra gli studi per infrenare « alcuni abusi introdottisi nell' Università dalla varietà dei tempi, e delle circostanze » (1).

15. — *L'Università nella prima metà del secolo XIX.* — Uno dei primi atti di Carlo Felice, salendo al trono per l'abdicazione del fratello Vittorio Emanuele I, fu quello di nominare il Pasero alla cattedra di Chirurgia teorico-pratica e di creare la cattedra di Clinica medica nominandovi il Moris: egli annuncia al Magistrato sopra gli studi la fondazione della nuova cattedra con lettera datata da Torino 1 marzo 1822.

Carlo Felice nel periodo in cui fu Vicerè concorse validamente all'ingrandimento dell'Ateneo istituendo e donando il museo di antichità e storia naturale, mantenendo a sue spese a Firenze il professore d'anatomia a scopo di perfezionamento nella materia e acquistando un rilevante numero di figure in cera rappresentanti parti del corpo umano (2) onde possiamo affermare con orgoglio — e a gloria di Lui — che molto fu fatto durante il breve regno di S. M. Carlo Felice per l'incremento degli studi, per creare nuove facoltà, cattedre e corsi, per incitare i giovani alle nobili ed elevate fatiche intellettuali.

Una carta reale del 17 dicembre 1813 introdusse mutamenti negli esami perchè si davano troppo facilmente. Il 24 giugno 1823 Carlo Felice pubblicò un Regio editto sulla pubblica istruzione in Sardegna. Pure nel 1823 si prescrisse che le annuali orazioni inaugurali dovessero illustrare qualche valente persona dell'Isola affinchè, sostituendo alla vana retorica una nobile gara di emulazione, i giovani studiosi si sentissero vieppiù eccitati allo studio dalle glorie dei loro concittadini: nel 1842 tale

(1) *Atti della Segreteria Universitaria.*
(2) Guzzoni. *Notizie storiche,* c. s.

decisone fu confermata stabilendo che libera fosse la scelta tra le illustri persone di Sardegna. E così fu fatto dal'24 al'48 essendo stati ricordati i rimpianti, tra gli altri, due volte Domenico Alberto Azuni « invitto apostolo della libertà dei mari » (1) due volte il filosofo Gian Paolo Nurra, una volta il Dexart.

Il 27 settembre 1842 le RR. Patenti introdussero un nuovo ordinamento generale — (per entrambe le Università isolane) — di tutte le norme vigenti: fu fatta una rielaborazione e la disamina dalle costituzioni dal 1764 alle ultime modificazioni, aggiungendovi tutto quel che fu ritenuto necessario. Tale ordinamento — come corrispondente al « nostro intento » di proteggere ed incoraggiare gli studi — fu approvato dal Re.

Costituiva un grave inconveniente materiale e grandemente nuoceva al decoro dell'Istituto la permanenza nelle aule inferiori dell'Università di compagnie accasermate dei cacciatori guerdie: dopo varie incertezze e reclami solo nel 1816 poterono tali truppe essere alloggiate nella nuova caserma Carlo Alberto.

L'Università di Cagliari inoltre ha il merito — di fronte all'Isola intera — di essere stata per così dire il centro di un movimento generale diretto alla parificazione della Sardegna alle altre parti degli stati regi. Gli insegnanti si misero a capo del movimento che sorto fra gli studenti universitari, si propagò a tutta la cittadinanza.

Con le regie patenti 30 novembre 1847 fu istituita la Segreteria di Stato per la pubblica istruzione; il Magistrato sopra gli studi fu soppresso. Solo interinalmente fu mantenuto sino al 1° maggio 1848 cioè fino alla fine dell'anno scolastico e poi fu sostituito col Consiglio Universitario.

Per quanto riguarda le condizioni finanziarie dell'Università di Cagliari osserviamo che esse furono in questo periodo poco liete perchè il governo torinese suppliva solo in parte alle naturali deficenze di un bilancio autonomo e quando ciò faceva ingrandiva e magnificava la concessione. Quindi alle frequenti richieste del Magistrato si rispondeva da Torino che si provvedesse conformemente ai mezzi: e fu questa la ragione per cui il detto Magistrato ricercò con ogni premura nuovi cespiti di entrata.

Come abbiamo già detto, lo studio nel 1764 aveva come uniche en-

---

(1) Parole dell'epitaffiio che orna la tomba dell'Azuni nel Tempio della Madonna di Bonaria. L'epitaffio fu composto dal Commend. Ottone Baccaredda Sindaco di Cagliari.

trate: i redditi della prebenda di Assemini, un contributo della città di Cagliari e uno della cassa reale (1). All'apertura dell'Università si trovarono in cassa quasi 2900 lire sarde, antico deposito e altre 1700 lire, stipendio dei professori non pagati, come abbiamo osservato.

Il reddito della prebenda di Assemini, comprendente le parrocchie di Elmas, Assemini, Siliqua, Decimomannu raggiungeva le sole lire 6000, poi fu portato a lire 9000, ma scese spesso sotto le 3000; nel 1791 la parte netta delle decime della parrocchia di Sardara fu attribuita all'Università; con regi viglietti dal 1769 el 1791 fu attribuita all'Ateneo la pensione vitalizia di 50 scudi che veniva pagata ai monaci del soppresso convento di S. Lucifero (2). Nel 1844 la prebenda di Assemini su sostituita con quella più florida di Sanluri mantenendo le altre tre; nel 1848, cessata la vita autonoma dell'Ateneo l'amministrazione di tutto il patrimonio passò all'azienda della pubblica istruzione e col R. Decreto 2 febbraio 1852 all'azienda generale delle finanze.

Dal 1848 ai nostri giorni.

16. — Le Università dell'Isola vennero nel 1848 assoggettate alla legislazione generale per le università del regno di Sardegna. Fu emanato da Re Carlo Alberto (ministro il Boncompagni) un decreto datato 4 ottobre 1848 in cui — in virtù dei poteri straordinari contenuti nella legge 2 agosto 1848 — si riordinava nei RR. Stati l'andamento degli studi stabilendo norme minute e complete su tutta la pubblica istruzione.

Però, mentre nell'ordinamento esterno si aveva un pareggiamento delle varie Università, nell'ordinamento interno esistevano sempre notevoli differenze tra esse circa il numero e l'estensione degli insegnamenti e gli emolumenti degli insegnanti.

La legge Casati del 13 novembre 1859 ridusse le regie Università a quattro sopprimendo quella di Sassari. Orbene, Cagliari viene quasi all'ultimo posto essendo solo superata dall'Istituto universitario di Ciamberì; non può l'Ateneo di Cagliari, come quello di Genova, concedere i gradi accademici nelle facoltà di Lettere e Filosofia: minori sono gli

(1) Prof. Beppo Levi. *Cenni storici sulla R. Università di Cagliari* - Cagliari Tip. Valdès, 1910.

(2) Prof. Beppo Levi. *Cenni storici* ecc., già cit.

stipendi dei Professori nell'Università cagliaritana di quelli di altri Istituti.

Il R. D. 1 dicembre 1860 (Mancini) permise che le Università di Cagliari e Genova rilasciassero diplomi di grammatica: ciò fu inutilmente stabilito perchè in Cagliari la concessione non ebbe effetto.

La legge Matteucci del 31 luglio 1862 distinse tutte le Università del Regno in due gruppi, di 1°e 2° ordine, distinti per il minor stipendio degli insegnanti. L'Ateneo di Cagliari apparteneva al secondo gruppo.

Si costituì un consorzio universitario nel 1882 ad iniziativa del Rettore per migliorare le condizioni dell'Università. Nel 1885 ci si accordò per la formazione di un fondo annuale di L. 60.000 contribuendovi la Provincia, il Comune e la Cassa di risparmio di Cagliari. Quest'ultima ben presto si ritirò e il consorzio prese l'impegno di ottenere che l'Ateneo Cagliaritano rientrasse tra quelli di primo grado. Ciò fu reso difficile da varî progetti di riforma universitaria (Baccelli), dall'intenzione di fondere le due Università sarde e soltanto la legge 19 giugno 1902 (Nasi) conferì all'Università di Cagliari il desiderato pareggiamento. Con varie e successive deliberazioni si cercò di ottenere l'ampliamento dell'Università perchè certi locali — ad es. l'anfiteatro anatomico — erano angusti, umidi, malsani e scarsamente illuminati. Si occupò così con questi ingrandimenti il bastione del Balice, ad occidente dell'edificio universitario, di proprietà dell'amministrazione della guerra. Si costruì anche un nuovo piano nel 1890 nell'Università, destinandolo ai gabinetti di fisica e di disegno: i locali sono tuttora insufficienti. Nel 1908-09 fu costruita presso le saline di S. Bartolomeo una Stazione biologica destinata agli studi generali di biologia particolarmente marina.

Storia interna dell'Ateneo e ordinamento sino al 1848.

17. — Il breve pontificio del 12 febbraio 1606 nominava rettore e cancelliere dell'Università l'Arcivescovo di Cagliari affidandogli la piena giurisdizione sull'Ateneo mentre attribuiva — come già abbiamo detto — il governo di esso a un collegio composto dell'Arcivescovo, di uno dei canonici anziani, di un delegato dello stamento militare e del primo consigliere della città. Filippo III nel 1620 distinse le due cariche di cancelliere e di rettore affidando la prima all'Arcivescovo e l'altra a persona da nominarsi ogni tre anni dal consiglio civico di Cagliari fra persone di Chiesa insegnanti teologia o leggi. Le costituzioni del 1626 crea-

rono un provveditore generale — il quale però non poteva — e ben s'intende il motivo — insegnare per curare gli studi e invigilare sull'andamento di essi riferendo all'arcivescovo e alle « prime voci » ossia protettori, i capi cioè dei tre stamenti che più volte abbiamo nominato. Lo Studio poi ha anche un sindaco che lo rappresenta, un tesoriere, un assessore che interveniva col rettore per esercitare la giurisdizione e un rappresentante avanti il Pontefice, a Roma.

Nelle RR. CC. del 1764 governa l'Ateneo il magistrato sopra gli studi che comprende: l'Arcivescovo, il reggente la Reale Cancelleria, il primo consigliere di Cagliari, i prefetti delle quattro facoltà — teologia, leggi, medicina filosofia — un censore e un assessore. Non vi è più il rettore; non ha alcuna ingerenza il Vicerè.

L'Arcivescovo interviene come cancelliere e i gradi si conferiscono in suo nome (V. notizie sui documenti spagnoli); è capo del magistrato ma se la carica arcivescovile non è coperta o egli è impedito le due cariche che egli nella propria persona riunisce si scindono andando quella di cancelliere ai prelati, di capo del magistrato al reggente.

I prefetti della facoltà sono chiamati in base a nomina regia e durano in carica sei anni su proposta del magistrato; l'assessore dura in carica tre anni ed è nominato tra gli addottorati in Giurisprudenza; il censore — di nomina regia — dura in carica sei anni. Il sovrano poi poteva aggiungere le persone che riteneva convenienti: Carlo Emanuele III vi aggiunse un giudice della Reale Udienza; Vittorio Emanuele I il reggente capo del consolato e l'intendente generale delle finanze. Non fu nominato più il rettore.

Con le patenti del 1842 il magistrato appare un poco modificato. Invece del primo consigliere di Cagliari si ha il sindaco di prima classe della città; invece dell'assessore l'intendente generale per la contabilità e l'ispettore generale delle scuole elementari. Fu introdotto di nuovo il rettore nominato dal Re per tre anni tra cinque professori scelti dal magistrato.

Il Magistrato sopra gli studi vigila sugli studi medesimi, sul buon andamento dell'Ateneo, vigila inoltre su tutta l'istruzione inferiore, invia ogni anno a Torino una completa relazione e si riunisce in via ordinaria tre volte all'anno nell'Ateneo e cioè all'inizio degli studi, a Natale e alla fine dell'anno accademico: quando le necessità obbligavano, si riuniva nella casa del capo ecclesiastico. Al reggente compete la revisione della gestione che deve esser compiuta ogni trimestre; i prefetti invigilano sulle rispettive facoltà; il censore circa i buoni rapporti tra insegnanti e studenti; il rettore indaga sulla condotta materiale e morale —

nell'Università e fuori, nella zona ad essa contigua — della gioventù studiosa (1).

18. — Nel primo e nel secondo anno di vita (1764-65 e 65-66) l'Università si aperse al principio di novembre e si chiuse alla fine di giugno: nel 1766 si portò l'apertura a settembre e la chiusura ad aprile, perchè gli studenti per le cattive condizioni climatiche non potevano in luglio e agosto partire per recarsi ai loro paesi o rientrare in città. Si faceva il discorso inaugurale e il primo — come abbiam detto — fu quello tenuto il 3 novembre 1764 dal Padre Paolo Maria Oggero; nel 1773 fece il discorso inaugurale il Prof. Stanislao Stefanini trattando « De veteribus Sardiniae laudibus »; nel 1793 lo fece Francesco Carboni sul tema « De Sardorum literatura »: non fu questo l'unico discorso del Carboni « uno dei più tersi poeti latini che l'Italia abbia avuto nel declinare dello scorso e nei primi anni del presente secolo » (1); il 2 settembre 1795 fece il discorso il prof. Luigi Soffi sull'« Uso e abuso dell'ingegno ». Nel 1804 Giovanni Grisostomo Cosseddu legge il discorso inaugurale che viene poi pubblicato. Questa orazione è « scritta con verità, con filosofia, con sceltezza di lingua e con dignità di stile » (2). Fino al 1852 i discorsi venivan fatti in latino, eccetto i casi in cui l'insegnante fosse un professore di italiano o di chirurgia o di scienze.

Le vacanze erano scarse: obbligatoria quella di giovedì. Due ore di lezione la mattina, una il pomeriggio e non di più. Per le feste di Natale 10 giorni di vacanze, per il carnevale otto, per la Pasqua dodici; le vacanze maggiori duravan quattro mesi e neppure completi.

Si stampava ogni anno (e se ne hanno parecchi) un « Elenchus clarissimorum professorum regiae Calaritanae academiae anni... in quo argumenta rerum, quas singuli docebunt, indicantur » nonchè il « Calendarium regii archigymnasii Calaritani anni scolastici... » con l'elenco dei giorni in cui « docetur » e in cui « vacat » o ricorre qualche festa. Il primo stampato in italiano « a fascicolo » è del 1850-51; il primo col nome di « annuario » è del 1862-63. Dal 1860 in poi l'anno scolastico dura dal novembre al luglio.

Nel 1626 l'Università con tutti i suoi membri fu posta sotto la protezione della Immacolata e di tre santi cagliaritani S. Lucifero, S. Ilario

---

(1) V. Beppo Levi, c. s., pag. 30 e seg.

(2) Pasquale Tola. *Dizionario*, ecc., Vol. primo, pag. 172.

(3) Pietro Martini. *Biografia sarda* - Cagliari, Reale Stamperia, 1847 tomo primo, pag. 360.

e S. Eusebio e tutti ad essi dovevan giurar devozione e venerazione. L'oratorio che esisteva nell'Ateneo fu esso pure dedicato nel 1764 alla Immacolata.

Circa la giurisdizione osserviamo che il rettore esercitava la giurisdizione nelle liti civili e criminali e giudicava col consiglio e coll'assistenza dell'assessore. La seconda e terza istanza doveva farsi in Spagna, ma per evitare tanti disturbi e rendere la giustizia accessibile a tutti si stabilì che il primo appello si facesse al collegio dei professori di leggi e canoni col provveditore, il secondo ed ultimo a tutto il gruppo degli insegnanti « in utroque iure », giuristi e canonisti. Le sentenze dell'assessore, nei limiti della sua giurisdizione, erano inappellabili e si distinse tra gli altri Ludovico Baylle per la perseveranza con cui protestò contro arresti eseguiti o processi iniziati dai tribunali ordinari, quando credeva lesa la sua speciale giurisdizione. Cessò tale funzione giudiziaria dell'assessore nel 1842 (1).

Dal 48 al presente.

18. — Il R. D. 18 settembre 1848 restituì al magistrato sopra gli studi il Consiglio universitario composto di persone scelte dalla Facoltà o dalla libera volontà sovrana. Esso era composto di quattro professori, di un membro esterno e di un presidente di nomina regia mentre il rettore era nominato dalle facoltà. Il Consiglio sorvegliava l'amministrazione e la disciplina universitaria subordinatamente al governo di Torino il quale spesso inviava in Sardegna ispettori regi. I Consigli universitari però furono aboliti dalla legge 22 giugno 1857 e dal regolamento 4 luglio 1857 (Lanza) trasferendo i loro incarichi al rettore e ai consigli di ogni Facoltà. Ora osserviamo che mentre dopo il 1857 il rettore era nuovamente nominato dal Re e senza limite nella sua carica (fu nominato il Canonico Giovanni Spano), dopo il 13 novembre 1859 (legge Casati) il rettore fu scelto tra i professori e annualmente.

Nel 1848 l'Università si aprì in ottobre e non in settembre perchè s'attendevano — pare — istruzioni da Torino però in seguitò si riaprì normalmente in settembre. Il R. D. 23 maggio 1858 fissò l'apertura degli studi al 1° agosto e la chiusura al 31 marzo, gli esami nel mese di aprile, ma il R. D. 20 ottobre 1860 (Mamiani) fissò l'apertura di tutte le Università il 3 novembre: però ancora a Cagliari — eccezionalmente — le lezioni si iniziavano in settembre e si chiudevano in aprile fin-

(1) Per tutte le notizie circa l'ordinamento universitario ci servimmo moltissimo delle preziose notizie raccolte dal Prof. Levi nel libro più volte citato.

chè il R. D. 8 marzo 1866 (Berti) parificò anche in questo l'Ateneo nostro a quelli del Continente. Sempre la mattina dell'inaugurazione dell'anno accademico studenti e professori assistevano alla Messa solenne dello Spirito Santo e solo nel 1867-68 tale forma religiosa dell'inaugurazione fu soppressa. Il discorso inaugurale non fu più la commemorazione di insigni uomini di preclare virtù o eletta dottrina, ma ebbe soltanto carattere scientifico. Nel 1852 fu soppresso anche l'Oratorio universitario e gli arredi e le argenterie furon depositate nella segreteria della Chiesa del Collegio di S. Giuseppe.

Facoltà.

20. — Non vi sono facoltà, ma soltanto discipline nel 1626 e cioè: teologia e filosofia, legge, medicina. Nel 1764 le tre facoltà sono un pò più nettamente distinte (1) con un prefetto ciascuna nominato dal Re.

Facoltà teologica fino al 1848.

21. — La facoltà di Teologia dal 1709 (anno in cui cominciarono i dati) al 1818 (anno in cui v'è una grave lacuna che si riflette sui corsi susseguenti) è la più frequentata. Fino al 1757 veramente molto pochi furono gli studenti bramosi di apprendere la vera Scienza, ma dal '68 in poi tale numero è andato sempre più aumentando. Nel 1626 v'eran quattro cattedre di Teologia tenute dai Padri della S. Compagnia di Gesù: evidentemente tali Prelati, unendo lo spirito religioso a una vasta e solida cultura, dovevano attirare a sè la maggior parte della gioventù studiosa. Nel 1764 vi erano tre cattedre: sacra scrittura, teologia dogmatica, e teologia morale. Nel 1842 tale ordinamento sussisteva immutato e le aule fino al 1818 furono sempre affollatissime.

Dopo il 1848.

La facoltà di Teologia andò rapidamente decadendo. Le cause — a nostro avviso — sono da vedersi nella tendenza del governo piemontese di eliminare e sopprimere la teologia nell'Università per riserbarla ai soli Seminari. Nel 1860 (decreto del 12 novembre) le tre cattedre stabilite nel 1764 mutarono nome e si chiamarono: storia ecclesiastica, teologia speculativa, teologia morale. Gli stessi insegnanti restarono in carica. Nell'anno 1864-65 si inscrissero due studenti (uno si ritirò subito) e perciò quando questi terminò il suo corso nell'anno 1866-67 le lezioni cessarono completamente. Dei due Professori — Francesco Ortu

(1) Per la grande incertezza e confusione delle fonti abbiamo continuato ancora ad unire le due facoltà.

e Agostino Meloni — il primo fu messo a riposo nel 1868, l'altro fu messo in disponibilità. In forza del Decreto Regio 26 gennaio 1875 le facoltà di Teologia furon dichiarate soppresse in tutte le Università del Regno.

Facoltà giuridica fino al 1848.

22. — Per la facoltà di Leggi osserviamo che essa compie il cammino inverso della facoltà teologica. Mentre questa dà una cifra veramente sorprendente, date le condizioni dei tempi, le scarse comunicazioni, si avviò fatalmente alla totale soppressione, quella invece da un numero insignificante di studenti arrivò, attraverso lacune e parabole, ad un totale veramente confortante e forse oggi — se si esclude la Medicina — è la facoltà più frequentata. Si insegnavano nel 1626 leggi civili, canoni, istituzioni civili e canoniche con due cattedre per ogni divisione. Nel 1764 e anche nel 1842 (perchè tale ordinamento resta pressochè immutato) si hanno cinque cattedre: due di istituzioni, una di jus pontificio o di decretali, due di jus cesareo. Il professore di jus pontificio insegnerà pure i decreti del concilio tridentino, i regi editti, mentre i civilisti devono insegnare le leggi sarde, il codice Feliciano, il diritto feudale; nel 1839 fu istituito un insegnamento generale sul commercio e nel 1846 si ebbe il diritto Commerciale obbligatorio nel quart'anno.

Dopo il 1848.

Si fecero discussioni vivaci e calorose per l'aumento del numero degli Insegnanti e per la separazione della Economia Politica dal Diritto Commerciale. Il R. D. 14 maggio 1850 (Mameli) portò da 6 a 8 il numero dei Professori e stabilì che le materie, nella facoltà giuridica, fossero le seguenti: istituzioni di diritto romano e canonico, storia del diritto, diritto romano, codice civile, diritto canonico, diritto commerciale e economia politica, diritto penale e procedure penale e civile, elementi di diritto pubblico, costituzionale, amministrativo ed internazionale (1). Si ebbero poi varie modificazioni: nel 1860 si ebbero diritto internazionale e economia politica; nel 61 fu creata la cattedra di Diritto Costituzionale; la procedura civile fu separata dal Diritto e dalla procedura penale. Gli insegnanti poi raggiunsero il numero attuale di diciannove con l'aggiunta della Medicina legale.

Dall'anno 1709 fino all'anno 1767 l'insegnamento delle Leggi dei Canoni fu impartito a pochissimi studenti e le cause di così scarso nu-

---

(1) Per tutte queste notizie ci servimmo del libro del Prof. Levi, pag. 35 e seg.

mero di giovani sono da ritrovarsi, come abbiamo più volte detto, nel periodo di decadenza e di crisi che attraversava l'Ateneo nostro tramutato spesso in caserma pei soldati.

Nel secondo periodo che va dal 1768 fino al 1853 si raggiunge e si supera il centinaio, per il nuovo impulso dato agli studi dai Principi della Casa di Savoia, intelligenti e operosi.

Dal 1854 invece i quantitativi si abbassano sempre più, scendono a ben piccoli numeri e ciò dura fino al 1897. Le fonti non accennano affatto alle cause di questa notevole diminuzione della gioventù studiosa, ma noi pensiamo — senza esser lungi dal vero — che le cause debbano riscontrarsi unicamente o quasi nelle numerose guerre del nostro Risorgimento. Si iniziava in quegli anni la formazione embrionale del nostro Stato e molti furono i fatti d'arme cui parteciparono e studenti e insegnanti, uniti insieme dall'amore della Patria che mai vacilla e si cancella, dalla fiamma di un altissimo Ideale di Redenzione Nazionale. Carlo Alberto, Mazzini, Garibaldi, il Re Magnanimo, V. Emanuele chiamarono a raccolta tutti i validi, e più pronti fra tutti accorsero i giovani studenti universitari, riconfermando così, di fronte al nemico e alla strage e ai dolori che la gioventù italiana sa tacere e patire, lottare e morire, sorridendo, cristianamente e romanamente, in nome dell'Italia.

Compiutasi l'Unità nazionale, il numero della « cupida legum iuventus » crebbe sempre più. Un vero sbalzo nei diagrammi noi ritroviamo negli anni 1917 e 1918: e ciò perchè furono iscritti ad honorem nel quarto anno di Giurisprudenza i baldi studenti dei primi tre anni, volati a difendere i confini della nostra terra. E fu vera giustizia! E i nomi dei molti, dei troppi ascesi al Cielo col serto di gloria noi li ricordiamo e li veneriamo « con orgoglio misto di pianto » (1).

---

(1) Nel porticato che conduce agli uffici di Segreteria fu posta non molto tempo fà una lapide coi nomi degli Universitari caduti in battaglia. L'epigrafe, composta dal Comm. Giuseppe Borgna, Professore di Diritto Romano, dice:

MDCCCCXV — MDCCCCXVIII
L'UNIVERSITÀ
DEI SUOI FIGLI CADUTI
PER LA PATRIA
REDENTA
QUI INCIDE I NOMI
CON ORGOGLIO
MISTO DI PIANTO
19 - XI - 1922

Facoltà di Medicina fino al 1848.

23. — Nell'anno di fondazione erano in Cagliari due cattedre di medicina: quella di chirurgia ancora non esisteva, ma si sperava di poterla avere ben presto. Nel '700 invece la città ha quattro cattedre di medicina con quattro insegnanti che trattavano de methodo, de aphorismis, de simplicibus, de medicina experimentali. Nel 1764 esistono sempre quattro cattedre. La scuola di Chirurgia s'ebbe solo nel 1759 — come abbiam detto — allorquando fu nominato insegnante il Collegiato Michele Plazza. Negli ultimi anni del 700 e nei primi dell'800 vengono aggiunte nuove materie, come l'oculistica, l'ostetricia, la filosofia, la patologia, l'anatomia, la clinica medica e la medicina teorico-pratica.

Dopo il 1848.

Varie critiche furon fatte all'ordinamento delle facoltà di Medicina e di Chirurgia stabilendosi che con troppa facilità si ottenevano le due lauree onde il R. D. 25 luglio 1857 (Lanza) riunì la medicina e la chirurgia in una facoltà sola sopprimendo la doppia laurea e portando da 5 a 6 gli anni di corso, aggiungendo la medicina legale e l'igiene: il R. D. 12 luglio 1859 separò le cliniche medica e chirurgica dall'ospedale. La legge Casati (13 novembre 1859) non mutò tale ordinamento. Furono poi istituiti i gabinetti di anatomia patologica e di filosofia, la speciale sezione clinica pei tracomatosi, la clinica delle malattie mentali.

Facoltà di Filosofia fino al 1848.

24. — Sino al 1824 tale facoltà fu detta di filosofia ed arti; dopo tale anno di filosofia e belle arti. Nel 1626 v'eran solo due cattedre di logica e fisica tenute dai Gesuiti. Se ne aggiunse poi un'altra. Nel 1764 vi erano invece quattro cattedre per le discipline etiche e una per le discipline matematiche. L'insegnamento filosofico non era — diciamo così — fine a sè stesso, ma era semplicemente preparatorio nel senso che abituava i giovani al sodo raziocinio e ad una elevata cultura rendendoli abili ad intraprendere il corso sognato. Questa facoltà è in continuo aumento anche perchè man mano che nuovi insegnamenti si venivan creando erano addossati a tale facoltà: così rientrarono nella facoltà di filosofia ed arti la chimica generale (1826) e la farmaceutica che furono affidate al Salomone, la storia naturale, l'agricoltura (1842) soppressa definitivamente nel 1860, l'insegnamento della materia commerciale (res mercatoria) a vantaggio dell'industria e del commercio (1841). Tale insegnamento comprendeva notizie storiche sui trattati com-

merciali e sugli statuti comunali, nozioni di aritmetica commerciale, di etica commerciale necessarie « per informare a severa probità l'animo dei giovani... ed insegnar loro quali siano i principii di lealtà e buona fede che devono regolare le transazioni e le operazioni di un commerciante coll'altro » (1). Il professore incaricato dell'insegnamento — l'Avvocato Gaetano Loy Professore Emerito di Diritto Romano fu mandato a Genova per meglio istruirsi nella parte pratica del suo insegnamento. Pochi furon gli iscritti poi più nessuno onde nel 1846 il corso fu trasferito nella facoltà di Giurisprudenza.

Dopo il 1848.

La facoltà di filosofia ed arti fu divisa in tutti gli Atenei del Regno nella facoltà di filosofia e belle lettere e in quella di scienze fisiche e matematiche (R. D. 9 ottobre 1858 [Boncompagni]). La facoltà antica continuò a reggersi come prima: solo mutò il nome. Dopo una non breve lacuna i dati riguardanti gli studenti di filosofia ripigliano dall'anno 1847-48 e anzi dalla relazione sopra gli studi negli anni 1848-50 troviamo che tale corso si divide in quattro rami: filosofia pura o corso comune, farmacia, architettura e geodesia, i quali ultimi tre corsi erano assolutamente pratici. Fino all'anno 1851-52 l'insegnamento di filosofia pura è affollatissimo poi i dati si interrompono e vediamo che nell'anno 1853-54 viene sostituita alla filosofia pura un corso di grammatica e letteratura, ma furono tanto pochi gli inscritti che nell'anno 1860 il Regio decreto 1 dicembre (Mamiani) sostituì al precedente corso l'insegnamento di filosofia e letteratura. Nell'anno 1863-64 si ebbero solo quattro studenti iscritti, due nel '64-65 e uno nel '65-66 che rinunciò all'iscrizione. Di modo che il Prof. Augius — insegnante di Lettere — fu nominato Bibliotecario e la facoltà di lettere fu completamente soppressa.

Oggi esiste la Facoltà di Belle Lettere suddivisa in due corsi distinti: lettere e filosofia. Essa fu rimessa in vigore nel 1924, ma mancano i dati relativi agli studenti.

Riguardo alla facoltà di scienze fisiche e matematiche osserviamo che la facoltà di farmacia andò poi a far parte del ramo Scienze Naturali; che l'insegnamento di architettura — abbastanza frequentato —

(1) Parere 22 ottobre 1840 del Consiglio supremo di Sardegna.

rientrò nel corso di Ingegneria e che quello di Geodesia fu soppresso nel 1875 pare per mancanza di iscrizioni.

Col 1897 il ramo matematico fu così diviso; facoltà di Matematica che prima comprendeva un biennio, ma che poi fu portata al corso regolare di quattro anni, scarsamente frequentato; facoltà di Ingegneria col solo primo biennio molto frequentato specialmente in questi ultimi anni.

Invece il Ramo Scienze Naturali comprende: la Facoltà di Scienze Naturali e Chimica (quadriennale) poco frequentato; la facoltà di Chimica (quadriennale) di cui mancano i dati sino al 1901-02 con un maggior numero di studenti; la facoltà di Chimica e Farmacia (quadriennale) con notevole tendenza all'aumento; l'abilitazione all'esercizio di farmacia (corso pratico e quadriennale) con lievi oscillazioni di studenti e finalmente la facoltà di fisica (i cui dati cominciano solo dal 1920-21), in aumento.

Si ebbe poi per qualche anno (1908-09, 1914-15) un corso per aspiranti ad Ufficiali Sanitari.

Professori, studenti, gradi accademici.

25. — Ci resta ancora da tracciare a grandi linee la storia dei vari mutamenti interni nell'ordine del corpo insegnante. Nel 1626 i professori erano in parte Gesuiti — nominati dal Padre Generale — in parte nominati dalla città stessa. Invece nel 1764 con la restaurazione dell'Università i professori furono nominati dal Re e per gli anni venturi si stabilì che fossero scelti mediante « opposizione ». Era necessario che i concorrenti fossero dottori e che dovessero, in ciò consisteva l'esame, fare una lezione di un'ora avanti a tutto il corpo insegnante, su un tema scelto un giorno prima dai candidati stessi in libri tratti a sorte e che dovessero rispondere a qualsiasi obbiezione. Si usò un diverso metodo nel 1842 — dice il Levi — perchè si obbligò il candidato a fare un lavoro scritto, nello spazio di dodici ore, potendo consultare tutti i libri della Biblioteca colla sorveglianza dei funzionari. Dopo 24 ore aveva luogo l'esperimento orale. I professori devono insegnare col metodo didattico, devon prestare giuramento di adempiere gli obblighi loro e dare relazione ogni trimestre sull'andamento degli studi: alle lezioni possono e devono talvolta assistere il provveditore (1626), il prefetto (1764), un membro del magistrato (1842).

Lingua ufficiale era il latino però nel 1759 si ammise l'italiano per

la chirurgia. A poco a poco la lingua italiana soppiantò il latino che durava ancora soltanto per le materie teologiche, giuridiche, etiche. Il R. D. 7 maggio 1852 prescrive in tutte le Università del Regno come lingua ufficiale la lingua italiana.

Colui che insegna non può esercitare cariche o uffici giudiziari o pubblici o civici; è inamovibile eccetto che per sentenza dell'Autorità giudiziaria mentre di inamovibilità antica non parlano più gli editti piemontesi. Però l'editto generale nell'istruzione del 1823 concede ai Professori della facoltà di Leggi grado e titolo di Giudici della Reale Udienza dopo 25 anni di insegnamento: inoltre se in una famiglia ci furono tre Professori, due dei quali tennero l'ufficio almeno per 10 anni al terzo si accorda la nobiltà personale e qualche agevolazione per ottenerne la trasmissione agli eredi.

Dopo il 1848 il corso insegnante di Cagliari fu assoggettato alle stesse norme di quello delle Università dei RR. Stati del continente.

Venivano a Cagliari per studiare all'Università molti del contado e se tale numero di studenti giovava all'incremento dell'Ateneo non giovava talvolta alla pubblica sicurezza e moralità, venendo da noi taluni con tutt'altra voglia che quella di applicarsi seriamente a studi severi e difficili. Onde non poterono essere ammessi alla città i suddetti campagnoli senza prima avere esibito un certificato di buona condotta che le autorità laiche ed ecclesiastiche gli avrebbero rilasciato.

Per entrare all'Università occorreva una domanda al censore, dare prova di buone qualità morali, superare un esame di ammissione. Ricevuto l'« admittatur » gli studenti erano obbligati ad intervenire alle lezioni, a confessarsi e comunicarsi una volta al mese, ad indossare l'abito di spada. In seguito di questo obbligo non si fa più parola e basta vestire decentemente di nero. Gli studenti eran soggetti a sorveglianza dentro e fuori l'Ateneo. Dovevano compiere anno per anno i loro esami (1840 e 1842) sotto pena della non iscrizione al corso superiore o di cancellazione dal ruolo; erano esenti da qualsiasi tassa fino al 1850 e pagavano un tanto solo per ottenere i gradi. Questa somma viene data dapprima (sec. XVII) allo ospedale della corona in Madrid, più tardi all'Ospedale di Cagliari e nel 1843 alla congregazione dei SS. Cosma e Damiano. La legge 11 maggio 1850 (Mameli) stabilì l'obbligo di pagare le tasse annuali che a poco a poco crebbero enormemente. Oggi si gode dell'esenzione — totale o parziale — quando lo studente abbia riportato negli esami annuali consigliati dal calendario della Facoltà la media di punti 27 e non meno di 24 nel primo caso, nel secondo la me-

dia di 24 e non meno di punti 21. Gli studenti migliori per ingegno e condotta sono pubblicamente e solennemente elogiati.

Tre erano i gradi nel 1626, puramente onorifici: il baccellierato, che veniva conferito dai professori col rettore, la licenza dai professori del collegio di facoltà, la laurea da tutti i collegi. Il baccellierato veniva conferito dopo una discussione su un punto scelto 24 ore prima, la licenza dopo una discussione su due punti e la laurea dopo un piccolo discorso ai presenti. In seguito invece era obbligatorio un primo corso biennale di filosofia (che — dice il Levi — corrispondeva agli ultimi anni del nostro Liceo) e ottenere il magistero nelle arti liberali. Nel 1851 il corso di filosofia cessa nell'Ateneo e nel 1859 si rende necessaria, come, requisito di ammissione, la licenza liceale. Il titolo e grado di baccelliere si può conseguire dopo un anno di studio; la licenza dopo tre anni e dopo quattro la laurea; l'esame di baccelliere è privato: gli esami di licenza e di laurea sono privati e pubblici. Era ammesso agli esami chi ha frequentato il corso, però i professori possono concedere che lo studente anticipi (antetempus) gli esami, se è preparato su tutta la materia. L'esame di baccellire durava un'ora per ciascuna materia; la licenza un'ora e mezza su varie materie degli ultimi due corsi tratte a sorte dieci giorni prima, più una pubblica discussione su dieci tesi sorteggiate quindici giorni prima: la laurea due ore con discussione su quindici tesi.

Nel 1841 fu introdotto il metodo speciale, per la votazione, delle pallottole colorate in bianco, rosso e nero; la pallina bianca vale tre voti, la rossa due, la nera reiezione. Sono necessari per l'approvazione due terzi. Chi ebbe una pallina nera dicesi approvato « a pluralità »; chi non ne ebbe nessuna idoneo, chi ha tutte palline bianche ottimo e se ha una sola pallina rossa « accedente agli ottimi ». Per gli ottimi negli esami privati è ammessa la lode.

I gradi (1764) si conferiscono sempre in nome dell'Arcivescovo.

I voti oggi si contano a trentesimi perchè tre sono i membri in commissione: generalmente interroga soltanto il professore della materia, ma possono intervenire anche gli altri due membri. Alla fine dell'esame che dura venti o trenta minuti, il candidato — nella Università di Cagliari — si ritira e i tre membri decidono insieme e d'accordo sul voto facendone la somma aritmetica e tenendo conto del merito del candidato, della sua diligenza e frequenza alle lezioni. Il minimo voto è dunque 18/30: il massimo è 30/30, cui spesso però viene aggiunta la lode

come premio per un esame magnifico, incoraggiamento a nobili ambizioni, ricompensa giusta all'assidua frequenza (1).

Stemma.

26. — Nelle costituzioni — esemplare autentico che fu già esaminato dal Martini e che fu donato dal Can. Faustino Baille, il benemerito raccoglitore di patrie memorie, alla nostra Biblioteca Universitaria nel 1843 — si legge:

« Lo stemma era formato: in mezzo l'immagine della Vergine Immacolata, e, ai piedi di questa, una tiara con una lettera « H » che significava il nome di S. Ilario Papa (2) e più sotto due mitrie episco-

---

(1) Ci siam serviti largamente in queste ultime notizie, seguendo lo stesso ordine, dell'ottimo libro del Prof. Levi, riportandone talvolta per intero notizie accurate, talvolta riassumendo.

(2) S. Ilario — detto anche S. Ilaro — nacque in Sardegna (alcuni con poca scorta di argomenti decisivi sostengono sia nato a Cagliari) da Crispino e si diede subito alla vita monastica. Andò poi a Roma e diventò diacono cardinale, singolarmente accetto a Papa Leone — S. Leone Magno — il quale nel 449 lo mandò come suo legato al concilio di Efeso per combattere l'eresia di Eutichete. Narra il Tola che colà si mostrò fermo, risoluto, battagliero: eppure dovette fuggire dalla città per non dovere colla violenza acconsentire agli errori degli eresiarchi e dopo mille stenti e pericoli giunse a Roma, evidentemente protetto dal Cielo. Fu incaricato dal Papa di continuare i calcoli del tempo per la progressiva fissazione delle feste pasquali. Morto Papa Leone l'11 aprile del 461, dopo un interregno di sette mesi e un giorno, Ilario fu assunto al pontificato nel 14 novembre dello stesso anno. Fu famoso per la santità delle azioni, per la magnificenza delle opere e per lo zelo con cui mantenne l'integrità della fede. A tal fine scrisse una lettera enciclica, confermando i decreti conciliari di Nicea, Efeso e Calcedonia; condannò Eutichete, Nestorio, Dioscoro; scrisse epistole vibranti di santo sdegno ai vescovi delle Gallie e della Spagna per estirpare gli abusi di quelle regioni. Pensò anche alla dignità del culto esteriore della Chiesa; ornò e abbellì con munifici doni le chiese di Roma, particolarmente le chiese di San Pietro e S. Paolo di preziosi metalli e di gemme, di sculture e di bronzi. All'incontro, questo Santo Pontefice fu famoso per il disprezzo delle ricchezze, per la generosità nel sollevare i poveri e i miseri e per la santità della vita così che nella cattedra di S. Pietro rese luminose le sublimità della fede e della carità cristiana.

Dopo aver regnato cinque anni, nove mesi e ventisei giorni, questo Pontefice dall'anima grande e immacolata si spense il 10 settembre del 467 ed il suo corpo ebbe sepoltura nella Chiesa di S. Lorenzo in Roma, presso la tomba contenente le ceneri di Papa Sisto III. Nel martirologio romano il nome di S. Ilario è notato con queste parole: «Romae B. Hilari papae et confessoris». Fu così ripieno di profonda dottrina e di santo zelo per la purità delle fede che Isidoro e Graziano inserirono nelle loro collezioni alcuni canoni e decreti di S. Ilario.

pali: una a destra con la Croce primaziale e con a fianco la lettera « L « che voleva significare il nome di S. Lucifero (1) e l'altra a sinistra col pastorale e con a fianco la lettera «E » che significava il nome di San Eusebio (2).

---

(1) D. S. Lucifero si sa che fu un famoso vescovo della Chiesa sarda, vissuto nel IV secolo e nato in Sardegna. Nel 354 (è questa la prima notizia sicura) fu mandato da Papa Liberio con Pancrazio, Ilario e S. Eusebio all'imperatore Costanzo, che si trovava ad Arles, circondato dai vescovi ariani con a capo Valente. Egli nell'assemblea reale disputò validamente e coraggiosamente contro gli ariani, inimicandoseli. Essi lo fecero arrestare e mandare in esilio prima in Cappadocia, poi in Siria e Palestina. Non bastando, lo fecero relegare nella Tebaide superiore dalla quale fu trasportato in remotissime regioni dell'Africa, vicino all'Egitto incontrando innumerevoli strazi e tormenti. Ma Lucifero tutto sopportava per amore della fede così che era più facile « ammollire le pietre che la costanza e la fermezza di lui ». Sotto Giuliano l'apostata, fu liberato dall'esilio e andò in pellegrinaggio per le Chiese di Oriente. Senonchè quivi egli fu causa di uno scisma pericoloso per l'unità della Chiesa perchè, mentre il Santo Vescovo di Vercelli — Eusebio — voleva che fossero restituiti, conformemente ai decreti del sinodo alessandrino, ai primi onori tutti coloro che caduti nell'eresia, senza esserne autori, ritornassero veramente pentiti nella Chiesa cattolica, l'anima ardente ma impulsiva di Lucifero voleva che i penitenti fossero riammessi alla comunione della Chiesa, ma non agli onori. I suoi seguaci si chiamarono luciferani e caddero poi vergognosamente nell'eresia e furono combattuti dall'acuta penna di S. Girolamo. Dopo questo, poco sappiamo di Lucifero. Si fermò egli alquanto in Cesarea e nel 363 veleggiando dall'Oriente alla Sardegna, ritornò alla sua sede cagliaritana. Resse ancora la sua chiesa per otto anni e sulla fine del 370 terminò la sua mortale carriera. Non si sa se Lucifero, prima di morire, abbia rinunziato allo scisma di cui fu autore, ma noi propendiamo per una risposta affermativa poichè la storia insegna che non si resiste a lungo all'autorità della Chiesa. Ma qualunque cosa si debba ad ogni modo pensare del suo ritorno alla Santa Madre Chiesa, noi ci inchiniamo riverenti all'autorità dei Papi Urbano VIII ed Innocenzo X i quali, con decreto del 20 giugno 1641 e 16 novembre 1647, proibirono di disputare sulla santità di Lucifero e sulla venerazione che a lui si presta nella chiesa cagliaritana. Egli fu uno degli ornamenti più grandi della Chiesa nel IV secolo dell'era cristiana e gli scritti che di lui ci rimangono sono tutti pieni di fuoco e di santo entusiasmo per la difesa della fede.

(2) S. Eusebio, martire e confessore, famoso Vescovo di Vercelli nel IV secolo della Chiesa nacque in Sardegna negli ultimi anni del secolo precedente da cattolicissimi genitori. Il padre, nobile di sangue e di ingegno, morì durante il viaggio che fece in qualità di arrestato dall'Africa a Roma per la persecuzione di Diocleziano. Restituta, vedova di lui, portò a Roma il bimbo presentandolo al Pontefice Eusebio. Crescendo negli anni, crebbero in lui la santità ed il consiglio, facendo rapidi progressi nello studio della religione tanto che papa Giulio, succeduto a Melchiade, successore a sua volta di Eusebio, lo consacrò nel 340

E subito dopo, a destra della Vergine le armi del regno di Sardegna, e a sinistra quelle della città di Cagliari (1) ».

Che la Madonna Immacolata e i tre Santi di Sardegna continuino sempre dal loro trono celeste a proteggere le sorti del nostro Ateneo, affinchè il ricordo di antiche glorie e di passate benemerenze sia per esso luce in un trionfale cammino ascensionale.

Sentiamo il bisogno di ringraziare pubblicamente e di esprimere la nostra riconoscenza a chi ci fu guida intelligente e preziosa nelle non facili ricerche: l'Ill. Professore nostro Iacopo Tivaroni nelle ricerche al R. Archivio di Stato; l'Egregio Direttore di Segreteria Avvocato Cav. Enrico Loy-Peluffo nella consultazione dei registri e carte del vecchio Archivio Universitario; il Vicario Generale Monsignor Giuseppe Miglior, ora nominato Vescovo d'Ogliastra nelle ricerche all'Archivio Arcivescovile.

Cagliari, agosto 1928.

Vescovo della Chiesa di Vercelli. Egli fu grande per pietà, castità verginale, umiltà, carità, penitenza e sopratutto zelo ardentissimo per la integrità della religione. Lottò strenuamente contro Ario, e i suoi seguaci, conoscendo l'eloquenza e la forza di Eusebio, tentarono di cattivarsene l'animo, ma invano. Eusebio fu fermo « come torre che non crolla giammai la cima » (Dante Purg. c. 5 v. 14-15). Egli si presentò anche dinanzi all'imperatore Costanzo, tentando di estirpare dal suo animo la mala erba dell'eresia, ma il sovrano, irato, lo mandò in esilio a Scitopoli in Palestina ove soffrì crudelmente molte persecuzioni sostenendole però tutte con eroica fermezza. Morì Costanzo e Giuliano permise il ritorno di Eusebio che andò prima ad Alessandria, a Roma e poi alla sua Vercelli ovunque accolto come il più valido difensore, con S. Atanasio, della Chiesa contro l'arianesimo. Sorse però nuovamente la fazione ariana, che corse furibonda ad assaltarlo nella sua propria casa. Eusebio si presentò, tranquillo, nell'aspetto di un uomo che vada incontro ad amici e dopo aver sofferto i più barbari tormenti apprestatigli dalla ferocia degli eresiarchi, morì lapidato nelle calende di agosto dell'anno 371. Fu seppellito nella basilica di S. Teonesto martire; la Chiesa commemora il suo beato martirio addì 15 dicembre di ciascun anno (decretale di Papa Clemente VIII), non potendo tale commemorazione aver luogo nelle calende di agosto sacre alla celebrità di S. Pietro in vincoli.

Tali notizie sono state desunte dal *Dizionario biografico degli Uomini Illustri di Sardegna* di Pasquale Tola - Torino, Tip. Chirio, 1838.

(1) *Costituzioni Cagliaritane* di Mario Canepa in *La regione* - Cagliari, Tipografia Sarda, 1922, Vol. 8°.

Statistica degli Addottorati all'Università Cagliaritana

	Teologia e Filosofia	Leggi e Canoni	Medicina e Chirurgia	Totate	Sardi	Italiani	Stranieri
1709	—	2	1	3	3	—	—
1710	—	5	—	5	5	—	—
1711	—	1	—	1	1	—	—
1712	—	2	1	3	3	—	—
1713	—	1	—	1	1	—	—
1714	1	2	—	3	3	—	—
1715	1	1	—	2	2	—	—
1716	3	3	—	6	6	—	—
1717	—	2	—	2	1	—	1
1718	Mancano i dati relativi						
1719	—	1	—	1	1	—	—
1720	—	3	2	5	5	—	—
1721	6	—	1	7	6	—	1
1722	4	4	1	9	8	—	1
1723	—	4	1	5	5	—	—
1724	Mancano i dati relativi						
1725							
1726							
1727							
1728	—	9	—	9	9	—	—
1729	—	9	2	11	11	—	—
1730	—	4	—	4	4	—	—
1731	—	3	—	3	3	—	—
1732	Mancano i dati relativi						
1733							
1734							
1735							
1736							
1737	—	9	1	10	10	—	—
1738	—	4	2	6	6	—	—
1739	2	5	—	7	7	—	—
1740	—	1	1	2	2	—	—
1741	Mancano i dati relativi						
1742	3	7	1	11	11	—	—

Statistica degli Addottorati nell'Università Cagliaritana

	Teologia e Filosofia	Leggi e Canoni	Medicina e Chirurgia	Totale	Sardi	Italiani	Stranieri
1743	1	8	—	9	7	1	1
1744	Mancano i dati relativi						
1745	—	3	2	5	5	—	—
1746	2	4	—	6	6	—	—
1747	1	7	—	8	8	—	—
1148	—	1	—	1	1	—	—
1749	1	7	—	8	8	—	—
1750	2	8	—	10	9	—	1
1751	—	9	—	9	5	1	3
1752	4	4	1	9	8	1	—
1753	3	6	—	9	7	—	2
1754	2	9	2	13	13	—	—
1755	3	13	2	18	16	—	2
1756	1	5	1	7	6	—	1
1757	1	2	—	3	3	—	—
1758							
1759							
1760							
1761							
1762	Tra il 1758 e il 1767 vi sono 375 studenti al cui riguardo nulla						
1763	si sa perchè mancano i dati relativi.						
1764							
1765							
1766							
1767							

Statistica degli Studenti nell'Università Cagliaritana

1768	124	9	3	136	135	1	—
1769	116	27	32	175	172	3	—
1770	120	33	42	195	195	—	—
1771	111	37	35	183	180	2	1
1772	129	25	28	182	178	2	2
1773	143	46	26	155	181	1	3
1774	141	31	14	185	181	2	2
1775	148	41	11	200	192	3	5
1776	165	31	15	211	202	8	1

Statistica degli Studenti nell'Università Cagliaritana

	Teologia e Filosofia	Leggi e Canoni	Medicina e Chirurgia	Totale	Sardi	Italiani	Stranieri
1777	172	52	13	237	230	5	2
1778	156	43	19	218	207	6	5
1779	191	47	25	263	258	4	1
1780	193	40	12	245	242	2	1
1781	227	31	32	284	282	1	1
1782	211	38	43	292	291	1	—
1783	187	36	42	265	264	1	—
1784	179	31	51	261	260	1	—
1785	180	29	52	261	254	7	—
1786	178	29	52	259	257	1	1
1787	172	35	45	252	250	1	1
1788	206	36	63	305	304	1	—
1789	192	37	75	304	303	1	—
1790	193	35	76	304	302	2	—
1791	195	30	59	284	280	3	1
1792	200	40	62	302	302	—	—
1793	199	37	50	286	280	6	—
1794	170	33	70	273	270	3	—
1795	190	50	36	276	275	1	—
1796	182	30	40	252	252	—	—
1797	201	44	80	325	320	5	—
1798	203	71	64	338	337	1	—
1799	197	86	70	353	352	1	—
1800	187	54	22	263	263	—	—
1801	200	66	31	297	294	2	1
1802	198	59	27	284	283	1	—
1803	211	65	28	304	301	2	1
1804	200	69	31	300	300	—	—
1805	198	42	60	300	298	2	—
1806	203	50	48	301	300	—	1
1807	208	70	63	341	339	1	1
1808	162	66	51	279	270	8	1
1809	183	65	41	290	290	—	—
1810	189	30	55	274	270	2	2
1811	194	53	70	317	315	2	—

Statistica degli Studenti nell'Università Cagliaritana

	Teologia e Filosofia	Leggi e Canoni	Medicina e Chirurgia	Totale	Sardi	Italiani	Stranieri
1812	190	59	35	284	283	—	1
1813	201	72	59	332	320	10	2
1814	140	80	42	262	260	1	1
1815	160	41	53	254	250	4	—
1816	181	56	40	277	270	5	2
1817	190	100	39	329	328	—	1
1818	189	73	50	312	310	—	2
1819							
1820							
1821							
1822							
1823							
1824							
1825							
1826							
1827							
1828							
1829							
1830							
1831							
1832				Mancano i dati relativi			
1833							
1834							
1435							
1836							
1337							
1838							
1839							
1840							
1841							
1842							
1843							
1844							
1845							
1846							

ANNI SCOLASTICI	Teologia					Medicina e Chirurgia	
	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	Totale	Medicina	Chirurgia
1847–48	24	15	15	5	59	42	47
1888–49	—	—	—	—	63	43	53
1849–50	—	—	—	—	56	43	50
1850–51	—	—	—	—	53	39	85
1851–52	—	—	—	—	42	35	84
1852–53	—	—	—	—	26	39	80
1853–54	—	—	—	—	24	38	77
1854–55	—	—	—	—	18	47	73
1865–56	—	—	—	—	20	50	67
1856–57	—	—	—	—	13	39	67
1857–58	—	—	—	—	12	90	
1858–59	—	—	—	—	15	86	
1859–60	—	—	—	—	10	76	
1860–61	—	—	—	—	10	75	
1861–62	—	—	—	—	7	58	
1862–63	—	—	—	—	3	37	
1863–64	—	—	—	—	4	35	
1864–65	—	—	—	—	2	15	
1865–66	—	—	—	—	1	23	
1866–67	—	—	—	—	1	25	
1867–68	In tale anno la facoltà di Teologia fu soppressa					33	
1868–69						40	
1869–70						33	
1870–71						33	
1871–72						27	
1872–73						25	
1873–74						17	

Giurisprudenza Corso Notarile e per Procuratori					Filosofia				Totale generale
I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	Totale	Corso comune	Farmacia	Architettura	Geodesia	
32	33	26	35	126	209	6	11	9	510
—	—	—	—	151	213	11	7	6	547
—	—	—	—	132	227	5	8	8	529
—	—	—	—	125	201	6	11	6	526
—	—	—	—	126	201	11	15	8	522
—	—	—	—	126	—	12	20	17	320
—	—	—	—	101	Grammat. e Letterat.	13	17	19	289
—	—	—	—	92	4	12	22	13	281
—	—	—	—	79	3	10	24	9	262
—	—	—	—	62	—	12	28	1	222
—	—	—	—	51	—	6	26	2	187
—	—	—	—	66	—	4	18	1	190
—	—	—	—	41	Filosof. e Letterat.	—	9	1	137
—	—	—	—	37	—	2	14	1	139
—	—	—	—	29	—	3	12	1	110
—	—	—	—	25	—	1	10	—	76
—	—	—	—	37	4	—	11	1	92
—	—	—	—	29	2	1	10	—	59
—	—	—	—	24	1	6	11	—	66
—	—	—	—	33	—	10	18	—	87
—	—	—	—	42	—	11	20	—	106
15	10	10	9	44	—	9	26	—	119
9	14	11	14	48	—	6	22	—	109
9	8	15	13	47	—	7	16	—	103
9	10	9	16	44	—	10	11	—	92
15	10	10	12	47	—	8	8	—	88
9	15	10	13	47	—	5	10	—	81

Anni scolastici	Medicina e Flebotomia							Giurisprudenza, Notariato,			
	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	V Corso	VI Corso	Totale	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso
1874–75	—	—	—	—	—	—	8	—	—	—	—
1875–76	1	—	2	3	2	3	11	12	6	7	14
1876–77	3	3	1	—	2	3	12	10	11	6	8
1877–78	10	3	2	2	—	3	20	13	10	10	6
1878–79	10	8	2	1	2	1	24	12	12	11	12
1879–80	10	6	7	2	1	3	29	9	13	12	13
1880–81	4	5	8	8	2	1	28	19	8	11	14
1881–82	14	6	6	4	6	4	43	25	17	12	11
1882–83	—	—	—	—	—	—	53	—	—	—	—
1883.84	—	—	—	—	—	—	42	—	—	—	—
1884–85	—	—	—	—	—	—	44	—	—	—	—
1885–86	—	—	—	—	—	—	48	—	—	—	—
1886–87	—	—	—	—	—	—	53	—	—	—	—
1887–88	—	—	—	—	—	—	45	—	—	—	—
1888–89	—	—	—	—	—	—	38	—	—	—	—
1889–90	—	—	—	—	—	—	38	—	—	—	—
1890–91	—	—	—	—	—	—	45	—	—	—	—
1891–92	—	—	—	—	—	—	49	—	—	—	—
1892–03	—	—	—	—	—	—	64	—	—	—	—
1893–94	—	—	—	—	—	—	71	—	—	—	—
1894–95	—	—	—	—	—	—	77	—	—	—	—
1895–96	—	—	—	—	—	—	91	—	—	—	—
1896–97	—	—	—	—	—	—	91	—	—	—	—

Procuratore		Scienze Naturali	Ingegneria Primo biennio			Farmacia					Ostetricia	Totale generale
Notari	Totale		I Corso	II Corso	Totale	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	Totale		
5	38	—	—	—	8	—	—	—	—	1	6	61
2	41	—	—	—	4	—	—	—	—	1	—	67
4	39	—	—	—	5	—	—	—	—	—	—	56
7	46	—	—	—	6	3	—	—	—	3	—	75
7	54	—	7	6	13	—	2	—	—	2	—	93
9	56	—	7	5	12	3	3	3	—	9	—	106
10	62	1	2	5	7	4	3	3	2	12	1	111
10	75	—	8	4	12	9	—	3	—	12	3	142
—	88	—	—	—	13	—	—	—	—	16	3	176
—	85	—	—	—	13	—	—	—	—	20	2	112
—	72	—	—	—	8	—	—	—	—	21	3	148
—	68	—	—	—	1	—	—	—	—	16	1	134
—	61	—	—	—	8	—	—	—	—	18	1	141
—	60	—	—	—	6	—	—	—	—	14	2	136
—	64	2	—	—	4	—	—	—	—	16	1	125
—	67	2	—	—	6	—	—	—	—	12	2	127
—	71	2	—	—	11	—	—	—	—	15	3	147
—	89	3	—	—	8	—	—	—	—	21	4	174
—	83	3	—	—	12	—	—	—	—	20	7	189
—	95	1	—	—	12	—	—	—	—	21	7	207
—	97	2	—	—	16	—	—	—	—	18	10	220
—	99	5	—	—	14	—	—	—	—	14	11	234
—	104	3	—	—	12	—	—	—	—	22	5	237

Anni Scolastici	Facoltà di Giurisprudenza - Aspiranti all'ufficio di Notaio e Procuratore								Facoltà di Medicina e Chirurgia										Ostetrica					
	I. Corso	II. Corso	III. Corso	IV. Corso	Totale	Sardi	Altri Italiani	Stranieri	I. Corso	II. Corso	III. Corso	IV. Corso	V. Corso	VI. Corso	Totale	Sardi	Altri Ital.	Stranieri	I. Corso	II. Corso	Totale	Sarde	Altre Ital.	Straniere
1897–98	27	28	19	22	96	87	9	—	11	17	17	15	10	16	86	78	8	—	4	1	5	5	—	—
1898–99	29	27	20	21	97	90	7	—	16	17	13	15	14	12	87	77	10	—	1	6	7	6	1	—
1899-900	31	27	25	21	104	92	12	—	11	16	9	14	14	13	77	71	6	—	2	1	3	3	—	—
1900–01	32	25	23	26	106	99	7	—	24	8	15	9	12	13	81	78	3	—	5	2	7	6	1	—
1901–02	36	33	22	24	115	106	9	—	10	24	11	16	9	13	83	77	6	—	7	5	12	10	2	—
1902–03	27	34	28	22	111	102	9	—	17	10	22	13	16	9	87	81	6	—	9	7	16	13	3	—
1903–04	29	31	25	23	108	96	12	—	12	13	9	20	10	16	80	75	5	—	9	7	16	10	6	—
1904–05	31	27	26	27	111	95	10	6	6	11	12	9	20	7	65	57	8	—	11	9	20	16	3	1
1905–06	25	30	24	28	107	93	14	—	14	5	11	12	7	19	68	63	5	—	9	6	15	14	1	—
1906–07	31	25	25	24	105	88	17	—	13	10	5	11	11	11	61	59	2	—	8	7	15	12	1	2
1907–08	31	25	24	26	106	96	10	—	8	12	11	6	12	10	59	56	3	—	3	7	10	7	1	2
1908–09	31	38	17	32	118	108	10	—	8	8	11	7	6	12	52	46	6	—	8	3	11	8	3	—
1909–10	22	26	38	15	101	89	12	—	7	7	8	10	8	6	46	42	4	—	9	5	14	13	1	—

Anni scolastici	Facoltà di Scienze Naturali					Facoltà di Chimica Pura					Facoltà di Chimica Farmaceutica						Abilitazione all'esercizio di Farmacia					Aspiranti Uff. Sanitari e corso Tracoma		
	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	Totale	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	Totale	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	V Corso	Totale	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	Totale	Sardi	Altri Italiani	
1897–98	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	12	5	3	3	23	—	—	
1898–09	—	—	—	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9	10	7	1	27	—	—	
1899–1900	2	—	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	12	5	12	7	36	—	—	
1900–01	1	1	1	1	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5	6	5	7	23	—	—	
1901–02	2	2	2	2	8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	16	3	9	5	33	—	—	
1602–03	—	1	2	—	3	1	2	4	2	9	1	—	—	—	—	1	6	11	4	8	29	—	—	
1903–04	1	1	3	1	6	2	1	4	4	11	1	1	—	—	—	2	8	4	9	2	23	—	—	
1904–05	1	—	2	2	5	—	2	3	3	8	—	1	1	—	—	2	5	7	4	9	25	—	—	
1905–06	—	1	1	3	5	—	1	3	2	6	1	—	1	2	—	4	9	4	6	4	23	—	—	
1906–07	—	—	5	1	6	4	2	1	3	10	2	—	—	1	1	4	3	3	—	3	9	—	—	
1907–08	—	—	—	3	3	1	2	2	1	6	—	2	—	—	1	3	4	4	2	2	12	—	—	
1908–08	—	—	1	1	2	3	3	4	3	13	—	1	1	1	1	4	3	1	2	3	9	35	4	
1909–10	1	—	—	—	1	2	2	2	4	10	1	1	1	1	—	4	8	2	—	3	13	28	3	

Anni Scolastici	Facoltà di Matem. I. Biennio			Ingegneria I. Biennio			Totale delle Scienze				Totale Generale			
	I. Corso	II. Corso	Totale	I. Corso	II. Corso	Totale	Sardi	Altri Italiani	Stranieri	Totale	Sardi	Altri Italiani	Stranieri	In complesso
1897–98				15	6	21	40	5	—	45	210	23	—	233
1898–99				4	15	19	38	10	—	48	211	28	—	239
1899–900				8	3	11	44	5	—	49	210	23	—	233
1900–01				3	9	12	35	3	1	39	218	14	1	233
1901–02				4	6	10	41	10	—	51	234	27	—	261
1902–03	2	1	3	7	4	11	44	13	1	58	231	31	1	263
1903–04	4	3	7	7	6	13	44	17	1	62	225	40	1	266
1904–05	1	5	6	5	7	12	40	16	2	58	208	42	4	254
1905–06	1	1	2	8	5	13	44	8	1	53	214	28	1	243
1906–07	2	—	2	6	6	12	32	10	1	43	191	30	3	224
1907–08	—	3	3	9	7	16	53	11	—	64	191	24	3	218
1908-09	2	2	4	20	12	32	58	11	—	69	255	34	—	289
1909-10	2	1	3	17	21	38	54	11	—	65	227	31	—	258

Anni scolastici	Facoltà di giurisprudenza Aspiranti all'Ufficio di Notaio e Procuratore								Facoltà di Medicina e Chirurgia										Ostetricia					
	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	Tolale	Sardi	Altri Italiani	Stranieri	I Corso	II Coóso	III Corso	IV Corso	V Corso	VI Corso	Tolale	Sardi	Altri Italiani	Stranieri	I Corso	II Corso	Tatale	Sarde	Altri Italiani	Stranieri
1910–11	32	24	31	30	117	102	15	—	13	6	9	7	8	7	50	47	3	—	8	11	19	17	2	—
1911–12	33	29	25	27	114	100	14	—	3	12	10	9	7	10	51	48	3	—	5	10	15	14	1	—
1912–13	24	24	31	28	107	93	14	—	7	2	11	7	4	11	42	39	3	—	15	1	16	14	1	1
1913–14	25	26	22	46	119	105	14	—	21	7	2	13	7	7	57	51	5	1	6	12	18	16	1	1
1914–15	17	27	23	47	114	102	12	—	20	24	8	1	11	9	73	65	7	1	7	2	9	9	—	—
1915–16	38	16	26	45	125	114	11	—	32	23	22	7	1	12	97	92	5	—	5	8	13	13	—	—
1916–17	10	42	14	62	128	107	21	—	7	34	15	10	1	6	73	65	8	—	5	6	11	11	—	—
1917–18	30	8	42	124	204	181	23	—	28	9	30	18	18	9	112	105	7	—	11	2	13	13	—	—
1918–19	20	33	10	95	158	141	17	—	15	28	5	30	16	28	122	111	11	—	8	12	20	20	—	—
1919–20	21	23	32	71	147	135	12	—	24	17	34	5	21	30	131	123	8	—	12	4	16	15	1	—
1920–21	25	24	32	63	144	127	17	—	24	23	22	26	2	23	120	102	18	—	7	5	12	11	1	—

Anni scolastici	Facoltà di Scienze Naturali					Facoltà di Chimica Pura					Facoltà di Chimica Farmaceutica						Abilitazione all'esercizio di Farmacia					Aspiranti uff, Sanitari e corso Tracoma		
	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	Totale	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	Totale	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	V Corso	Totale	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	Totale	Totale	Sardi	Altri Italiani
1910–11	1	1	—	—	2	1	2	4	1	8	—	1	1	1	1	4	4	5	4	4	17	15	14	1
1911–12	—	1	—	—	1	2	2	3	2	9	—	—	2	1	1	4	3	4	2	4	13	17	15	2
1012–13	—	—	2	—	2	2	2	2	1	7	—	—	1	2	1	4	2	2	1	3	8	21	19	2
1913–14	—	—	1	2	3	1	2	3	3	9	2	—	1	1	2	6	5	1	3	2	11	10	9	1
1914–15	3	2	—	—	5	—	—	2	4	6	—	1	—	1	1	3	2	3	2	4	11	19	10	9
1915–16	2	—	—	—	2	1	—	—	4	5	1	3	1	—	2	7	—	2	3	6	11	—	—	—
1916–17	1	2	—	—	3	3	1	1	4	9	—	1	2	2	—	5	1	1	3	9	14	—	—	—
1917–18	4	1	4	—	9	3	2	—	4	9	4	1	1	2	1	9	—	2	2	5	9	—	—	—
1918–19	5	3	1	4	13	5	3	2	4	14	—	4	2	1	3	10	—	—	2	7	9	—	—	—
1919–20	2	5	7	4	18	7	6	5	7	25	1	—	4	2	1	8	1	1	1	7	10	—	—	—
1920–21	8	1	8	9	26	13	10	16	3	42	5	2	3	3	1	14	—	2	2	2	6	—	—	—

Anni Scolastici	Matematica I. Biennio			Ingegneria I. Biennio			Totale delle Scienze				Facoltà di Fisica					Totale Generale			
	I. Corso	II. Corso	Totale	I. Corso	II. Corso	Totale	Sardi	Altri Italiani	Stranieri	Totale	I. Corso	II. Corso	III. Corso	IV. Corso	Totale	Sardi	Altri Italiani	Stranieri	In complesso
1910–11	3	1	4	12	18	30	54	11	—	65						234	32	—	266
1911–12	—	1	1	14	10	24	45	7	—	52						222	27	—	249
1912–13	2	2	4	18	11	29	39	15	—	54						204	35	1	240
1913–14	2	2	4	21	17	38	55	16	—	71						236	37	2	275
1914–15	4	1	5	23	25	48	69	9	—	78						245	28	1	274
1915–16	1	3	4	20	26	46	73	2	—	75						292	18	—	310
1916–17	3	1	4	24	37	61	93	2	2	97						276	31	2	309
1917–18	3	4	7	55	43	98	128	10	2	140						427	40	2	469
1918–19	5	3	8	24	69	93	133	12	2	147						405	40	2	447
1919–20	8	7	15	33	45	78	146	10	—	156						419	31	—	450
1920–21	7	5	12	35	38	73	160	14	—	174	1	—	—	—	1	400	50	—	450

Anni scolastici	Facoltà di Giurisprudenza - Aspiranti all'Ufficio di Notaio o Procuratore								Facoltà di Medicina e Chirurgia									Ostetricia					
	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	Totale	Sardi	Altri Italiani	Stranieri	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	V Corso	VI Corso	Totale	Sardi	Altri Italiani	Stranieri	I Corso	II Corso	Totale	Sardi	Altri Italiani	Stranieri
1921–22	20	22	20	30	92	80	12	—	23	26	25	18	23	3	118	109	9	—	6	7	13	12	1	—
1922–23	24	21	20	45	110	97	13	—	32	23	23	23	18	28	147	134	11	2	5	6	11	10	1	—
1923–24	22	24	19	40	90	70	20	—	29	35	22	25	22	27	160	145	13	2	—	7	7	6	1	—
1924–20	20	21	17	44	102	91	11	—	18	20	25	27	19	11	120	110	10	—	—	4	4	3	1	—
1925–26	20	21	17	44	102	91	11	—	21	23	29	28	13	23	137	130	7	—	—	—	—	—	—	—
1926–27	24	20	21	46	111	89	21	1	19	18	24	29	27	18	134	125	8	1	1	1	2	2	—	—

Anni scolastici	Facoltà di Scienze Naturali					Facoltà di Chimica Pura					Facoltà di Chimica Farmaceutica						Abilitazione all'esercizio di Farmacia					Aspiranti uff. Sanitari e corso Tracoma		
	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	Totale	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	Totale	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	V Corso	Totale	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	Totale	Totale	Sardi	Altri Italiani
1921–22	5	8	1	8	22	17	14	10	16	57	10	5	2	7	3	27	—	—	2	2	4	—	—	—
1922–23	6	5	10	1	22	6	17	11	7	41	18	8	7	2	2	37	—	1	2	1	4	—	—	—
1923–24	2	7	4	10	23	2	6	17	11	36	15	15	10	6	2	48	6	1	1	5	13	—	—	—
1924–25	3	1	4	6	14	6	5	12	8	31	10	8	7	12	6	43	—	4	5	2	11	—	—	—
1925–26	1	2	3	6	12	9	4	—	4	17	9	6	14	14	8	51	—	2	3	6	11	—	—	—
1926–27	—	2	3	3	8	9	8	5	1	23	6	9	6	13	16	50	2	1	1	9	13	—	—	—

Anni scolastici	Matematica I Biennio		Matematica II Biennio			Ingegneria I Biennio			Totali delle Scienze				Facoltà di Fisica				
	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	Totale	I Corso	II Corso	Totale	Sardi	Altri Italiani	Stranieri	Totale	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	Totale
1921–22	4	5	—	—	9	29	36	65	181	4	—	185	3	1	—	—	4
1922–23	8	6	—	—	14	15	22	37	152	8	—	160	2	3	—	—	5
1923–24	5	6	—	—	11	15	16	31	154	10	—	154	—	2	—	—	2
1924–25	11	7	3	6	27	18	18	36	150	2	—	152	—	1	—	2	3
1925–26	20	16	2	8	46	20	16	36	187	5	—	192	—	9	—	—	9
1926–27	5	3	9	3	20	20	15	35	148	11	—	159	—	—	2	9	11

Anni scolastici	Facoltà di lettere					Facoltà di Filosofia					Totale generale			
	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	Totale	I Corso	II Corso	III Corso	IV Corso	Totale	Sardi	Altri Italiani	Stranieri	In complesso
1921–22	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	382	26	—	408
1922–23	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	393	33	2	428
1923–24	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	395	39	2	436
1924–25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	360	6	—	366
1625–26	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	408	23	—	431
1926–27	10	5	4	20	39	—	1	4	4	9	457	45	2	504

Libri, Annuari, Opuscoli Estratti, ecc.

Livres, Annuaires, Brochures, Extraits, etc.

Books, Yearbooks, Pamphlets, Reprints, etc.

Bücher, Jahrbücher, Broschüren, Separatabdrüche Usw.

Acerbo Giacomo. — *Il riordinamento degli usi civici nel Regno.* Roma, 1927.

Agnola (Dell') Carlo Alberto. — *Matematiche generali.*

Aiello G. — *Sulla patologia da Elettricista.*

Alberti M. — *Benito Mussolini banchiere della nazione.*

Id. — *Circolazione e cambi - Presunte correlazioni e difformità effettive di svolgimento.*

Id. — *Corso di Politica Monetaria.* Parte 1ª e parte 2ª, 1926-27.

Albertotti G. — *Dagli occhiali di Fra Ugone allo specchio di S. Girolamo.* Venezia, 1928.

Alessio (D') F. — *Aspetti attuali del diritto pubblico italiano.*

Almagià R. — *Atti della Società Italiana per il progresso delle scienze.* 15ª Riunione, 30 ottobre-5 novembre 1926.

Id. — *Gli indirizzi attuali della geografia ed il decimo Congresso geografico nazionale.* Estr. dalla « Nuova Antologia », 16 luglio 1927.

Angrisani G. — *La misura del drawback.* Estr. dal « Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica », agosto 1927.

Id. — *Le guarentigie dell'Assegno circolare.* Estr. « Rivista Bancaria », n. 4, aprile 1927.

Id. — *Il produttore nell'organizzazione del Commercio delle frutta ed ortaglie.* Estr. « Giornale degli Economisti », novembre 1925.

Id. — *Una possibile soluzione del problema doganale: i buoni di importazione.* « Giornale degli Economisti », novembre 1918.

Id. — *Un aspetto del problema emigratorio del mezzogiorno: il contenuto politico dell'insegnamento commerciale.*

Id. — *Un museo commerciale a Napoli.*

Ansaldo G., G. Ariaghi, M. Borsa, A. Crespi, G. Deruggero, etc. — *Che cos'è l'Inghilterra?*

Amantia A. — *Principii di Economia Politica.* Vol. II, *Produzione, distribuzione, circolazione, crisi economiche.*

Ambrosio (D') M. — *Lo stato corporativo italiano.*

Annali di Economia. — Vol. IV, n. 1, marzo 1928.

Annali di Statistica. — *Atti del Consiglio Superiore di Statistica.* Sessione maggio 1912.

Annuario della Stampa Italiana. — 1924-25.

Annuario Italiano delle Imprese assicuratrici. 1927.
Annuario della R. Università degli Studi di Macerata. 1926-27.
Annuario statistico della emigrazione italiana, dal 1876 al 1925.
Arena C. — 1) *Italiani per il mondo.* Politica Nazionale dell'Emigrazione. — 2) *Problemi italiani del lavoro.*
Associazione fascista dell'industria laniera italiana. — *Catalogo delle pubblicazioni periodiche raccolte presso la sede sociale.*
Associazione fra le Società italiane per azioni. — *L'Economia italiana,* dal 1911 al 1926.
Id. — *Piccolo annuario statistico italiano,* 1928.
Atti della Camera di Commercio e Industria della prov. di Ferrara. 1925-26.
Atti del 3° Congresso Internazionale di Organizzazione scientifica del lavoro. *Resoconto del Congresso*: Parte I, II, III. Memorie.
Attolico B. — *Discorso pronunciato il 27 marzo* 1928 *al teatro municipale di San Paulo.*
Balella G — *Lezioni di legislazione del lavoro,* Parte 1ª.
Banca Commerciale Italiana. — *Aperçu statistique du mouvement économique en Italie,* janvier 1912.
Id. — *Cenni statistici sul movimento economico dell'Italia*: 1911.
Id. — *Cenni statistici sul movimento economico in Italia*: 1913.
Id. — *La legislazione economica della guerra in Italia,* maggio 1916.
Id. — *La legislazione economica della guerra e le imposte e tasse in Italia,* giugno 1917.
Id. — *La legislazione economica della guerra,* 1918.
Id. — *Cenni sulla economia delle terre redente e le imposte e tasse in Italia,* 1919.
Id. — *Le imposte e tasse italiane nelle nuove provincie,* giugno 1921.
Id. — *Movimento economico dell'Italia,* 1926.
Id. — *Movimento economico dell'Italia,* 1927, Vol. XV e Vol. XVI.
Id. — *Notizie statistiche* 1926. — Esenzioni fiscali al capitale estero nella legislazione italiana.
Banca d'Italia. — *Adunanza generale ordinaria degli azionisti tenuta in Roma* il 31 marzo 1928.
Banca Nazionale dell'Agricoltura. — *Relazione e bilancio al* 31 *dicembre* 1927.
Banca Nazionale di Albania. — *Relazione sul bilancio al* 31 *dicembre* 1927, presentata all'Assemblea degli azionisti del 25 marzo 1928.
Banca Nazionale di Credito. *Relazione e bilancio* 1927.
Banca Nazionale del Lavoro e della Cooperazione. — *Bilancio dell'esercizio* 1927.
Banco di Sicilia. (De Francischi Gerbino). — *Statistica Agraria e demografia della Sicilia.*
Id. — *Notizie sul commercio della Sicilia,* 1927.
Id. — *Notizie sulla economia siciliana,* 1927.
Barillari M. — *Per l'inaugurazione del Seminario.* Estr. dagli «Annali del Seminario Giuridico Economico della R. Università di Bari», anno I, fasc. 1.
Bartoli A. — *Le Forum romain, le Palatin.*
Bartoli M. — *Estratto dall'Archivio glottologico Italiano.*
Battistella C. — *Francesco Ferrara nella scienza e nella politica economica.* La «Riforma sociale», fasc. 3-4, marzo-aprile 1925.
Belli C. M. — *Igiene coloniale.*

Beloch G. — *La popolazione della Sicilia sotto il dominio spagnuolo.* Estr. da «Rivista di Sociologia», anno VIII, fasc. I, gennaio-febbraio 1924.

Id. — *La popolazione di Venezia nei sec. XVI e XVII.*

Id. — *Le popolazioni dell'Europa nell'antichità, nel medio-evo e nel rinascimento.*

Id. — *Ricerche sulla storia della popolazione di Modena.* Estr. dalla «Rivista italiana di Sociologia», anno XII, fasc. I, gennaio-febbraio 1908.

Benassi P. — *Sommario delle lezioni.*

Bertolini G. e Cazzella A. — *Ispezione delle carni, Igiene Generale.* Trattato Italiano di Igiene. Raccolta diretta dal Prof. Oddo Casagrandi.

Bertolino A. — *La politica economica di Fénélon e il pensiero politico ed economico del suo tempo.*

Blanc G. — *Il fascismo dinanzi al problema della razza.*

Boldrini M. — *Antropometrica.*

Id. — *Biometrica. Problemi della vita della specie e degli individui.*

Id. — *Capacità contributiva e gravame fiscale di alcuni stati.* «Metron», Vol. V, n. 3.

Id. — *Dubbi intorno ad alcune leggi demografiche.* «Metron», Vol. V, n. 2.

Id. — *Effetti demografici ed eugenici del consumo del vino.*

Id. — *Il principio di popolazione di Giovanni Pietro Süssmilch.*

Id. — *La conferenza mondiale della popolazione a Ginevra.* Estr. «Vita e Pensiero», n. 11, nov. 1927.

Id. — *La mortalità dei missionari.*

Id. — *Lotte di tendenze intorno ai problemi della popolazione.*

Id — *Per la storia della Biometrica: L'orologio da polso di Giovanni Floyer.*

Id. — *Spunti demografici in uno scrittore della Riforma.*

Id. — *Sviluppo corporeo e predisposizioni morbose.*

Bollettino Parlamentare. XXVII Legislatura, maggio 1927, n. 1, giugno 1927, n. 2.

Bonacci G. — *Attività economica e progressi italici.* (Per la circolare Fedele 5 ottobre 1926).

Bordiga O. — *Agricoltura e popolazione nelle provincie della Campania.* Estr. dal R. Istituto di Incoraggiamento di Napoli.

Id. — *Le stime nella teoria e nella pratica.* 1927, Portici.

Borghesani G. — *Per una politica annonaria razionale e nazionale,* dalla «Nuova Antologia», 1° luglio 1927.

Id. — *Sul valore scientifico di alcuni problemi agronomici.*

Borello L. — *Il primo grande biellese ed i suoi attuali discendenti.* Nella ricorrenza del primo anno secolare della nascita di Quintino Sella.

Borsi U. — *Il tribunale amministrativo della Società delle Nazioni.*

Botti A. — *Ciò che Napoli può aspettarsi dall'attività benefica dell'Opera Nazionale per la Protezione della Maternità e dell'Infanzia.*

Id. — *Lo studio della popolazione.*

Id. — *Rilievi nosografici riguardanti i quartieri e i villaggi della città di Napoli.*

Brambilla G. — *La questione vinicola.* (Ministero dell'Economia Nazionale).

Bresch B. — *Relazione al Rettore sull'anno accademico* 1926-27, Macerata.

Bresciani-Turroni C. — *Influenze dell'inflazione cartacea sulla distribuzione della ricchezza in Germania.* «Economia», Anno III, n. 4, 1925.

Buldrini G. — *Come l'Italia ha risolto il problema dell'azoto.*

Bullo G. — *Il pitagorismo.*

CABIATI A. — *Il ciclo produttivo in regime di moneta avariata.*
ID. — *La bilancia dei pagamenti ed il commercio dei cambi in regime di moneta deprezzata.*
ID. — *Osservazioni sul principio produttivistico di un sistema tributario di guerra.*
ID. — *Per riempire alcune «empty boxes» finanziarie.*
CALENDARIO DEL R. OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI ROMA SUL CAMPIDOGLIO. 1928.
CAMERA DI COMMERCIO E INDUSTRIA DELLA TRIPOLITANIA. — *La Tripolitania.* 1927.
ID. — *Le colonie italiane.*
ID. — *Vigor di vita in Tripolitania.*
CAMERA DI COMMERCIO E INDUSTRIA DI BARI. — *Movimento del commercio e della Navigazione della provincia di Bari nel* 1926.
CAMERA DI COMMERCIO E INDUSTRIA DI BRESCIA. — *L'economia Bresciana,* Vol. I, Parte II. L'agricoltura.
CAMERA DI COMMERCIO E INDUSTRIA DI FERRARA. — *Cenni riassuntivi sulla struttura economica della provincia di Ferrara.* 1927.
CAMERA DI COMMERCIO E INDUSTRIA DI MILANO. — *Statistica della macellazione e consumo carneo in Italia nell'anno* 1925.
CAMERA DI COMMERCIO E INDUSTRIA DI ROMA. — *Il commercio internazionale dell'Italia e del Lazio,* Vol. I.
CAMERA DI COMMERCIO E INDUSTRIA DI UDINE. — *Usi mercantili per il legname.* 1926.
CAMPESE E. — *I caratteri della disoccupazione operaia in Italia.*
CANTELLI P. — *Il calcolo delle probabilità e la matematica attuariale.*
ID. — *Intorno alla risoluzione di un problema demografico.* Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 24 aprile 1927.
ID. — *Una nuova dimostrazione del secondo teorema-limite del calcolo delle probabilità.* (Estr. Rendiconti del Circolo Matematico, Tomo LII, 1928).
ID. — *Un nuovo teorema a proposito del secondo teorema-limite del calcolo delle probabilità.*
CARANO DONVITO G. — *La deflazione nei riguardi del mezzogiorno.* Estr. dal «Giornale degli Economisti e Riv. di Stat.», marzo 1927.
CASALINI M. — *Sommario delle lezioni di statistica e Storia della Cooperazione.*
CASELLARIO CENTRALE INFORTUNI. — *Relazione sul funzionamento dell'Istituto nel quarto anno dell'esercizio.*
CASSA NAZIONALE DI ASSICURAZIONE PER GLI INFORTUNI SUL LAVORO. —*Schema di Bilancio consuntivo della Gestione: Assicurazione infortuni in agricoltura,* 1926.
CASSA PROVINCIALE DI CREDITO AGRARIO DI CAMPOBASSO. — *Relazioni Esercizio* 1926.
CASTALDI L. — *Accrescimento corporeo e costituzione dell'uomo.*
CASTRILLI V. — *La scelta professionale attraverso le statistiche universitarie.* Estr. dagli «Annali del Seminario Giuridico Economico della R. Università di Bari», Anno I, fasc. 1.
ID. — *Il Censimento dei profughi di guerra.* «Giornale degli Economisti», aprile 1919.
ID. — *Lezioni di statistica economica e demografica,* tenute nella R. Università di Bari, Anno Accademico 1926-27.
ID. — *Studi sulla proprietà fondiaria in Sicilia.* Primo semestre 1927.
CASTRO (DE) D. — *La composizione della popolazione giuliana per sesso e per età dal 1910 al 1921.*

Id. — *L'attrazione matrimoniale tra individui di uguale regione a Trieste.* 1927.
Cavasino. — *Bollettino sismico,* Anno 1927.
Celebrazione del II Centenario dall'inizio delle osservazioni meteorologiche in Padova. 1725-1925. Atti e memorie della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Padova.
Cesari E. — *Lo scrutinio di lista con la rappresentanza proporzionale.* (Cosa è e come funziona in Italia?).
Challiol e Pisani. — *Sulla diffusione delle neuro-psicopatie luetiche in Roma.*
Id — *Vinismo e neuropsicopatie nella città di Roma.*
Chessa F. — *La classificazione dei rischi e il rischio dell'impresa.*
Id. — *Il rischio e la riproduzione.*
Chiodi C. — *Rivalutazione, stabilizzazione e mercato edilizio.* Comunicazione fatta all'Assemblea del 2 gennaio 1928.
Ciraolo G. — *L'organizzazione dell'assistenza per i popoli colpiti da calamità.*
Codice del lavoro. — Seconda edizione, 1926. U.S.I.L.A..
Colonna G. — *Lineamenti demografici della Sardegna.*
Comitato Glaciologico Italiano. — *Atlante dei ghiacciai Italiani.*
Commissario generale dell'Emigrazione. — *L'emigrazione italiana dal* 1910 *al* 1923. (Vol. 2) negli anni 1924 e 25 con prefazione di Benito Mussolini, Vol. 1.
Commissione mareografica italiana. — *Guida pratica per l'analisi periodale.* 1925.
Comune di Milano. — *Lo sviluppo del servizio tramviario a Milano,* a cura di A. Visconti e A. Molinari.
Comune di Motta di Livenza. — *Memoria a S. E. Alfredo Rocco per ottenere la reintegrazione della R. Pretura nella sua antica sede.* 1927.
Comune di Venezia. — *Dati statistici sul movimento marittimo e ferroviario del porto di Venezia.* 1927.
Comune di Vicenza. — *Amministrazione fascista* 1923-26.
Confederazione generale enti autarchici. — *Indice sistematico cronologico della legislazione italiana.* Vol. dal 1861 al 31 dicembre 1926.
Id. — *I tributi locali e i bilanci preventivi dei comuni per il* 1927.
Confederazione Nazionale Fascista degli Agricoltori. — *Raccolta di dati statistici sui principali prodotti agricoli e loro derivati che interessano l'esportazione italiana.*
Confederazione Nazionale Sindacati Fascisti. — *Capitolato tipo per la locazione dei fondi rustici nella zona irrigua lombarda.*
Conferenza Internazionale Laniera in Torino. 26-27 ottobre 1926.
Conferimento della laurea « ad honorem » a *S. M.* Fuad I Re d'Egitto. 5 agosto 1927.
X Congresso geografico nazionale. — *Atti;* appendice 1ª, 3ª, allegato alla appendice 1ª.
Id. — *Le industrie e i commerci della ditta Pirelli all'estero.*
Id. — *Nomi e limiti delle grandi parti del sistema alpino.*
Id. — *Programma* 1927.
Congresso Internazionale di agricoltura. Roma, 26 maggio-1° giugno 1927. Bozze di stampa: 1ª, 2ª, 3ª, 4ª, 5ª, 6ª Sessione.
Congresso Mondiale della Popolazione. Ginevra 31 agosto-3 settembre 1927.
Congresso Nazionale di Studi Romani. — *Relazioni e comunicazioni. Regolamento.*

Consiglio Provinciale dell'Economia di Trieste. — *Statistica del Commercio e della Navigazione per l'anno* 1927.

Consorzio autonomo del porto di Genova. — *Movimento complessivo marittimo e commerciale del porto nel* 1926.

Consorzio Lombardo fra gli industriali meccanici e metallurgici. — *Gli spacci operai: come nacquero e come si diffusero.* Con prefazione di Francesco Coletti.

Consorzio obbligatorio per l'industria solfifera siciliana. — Palermo, *Conto consuntivo per l'esercizio* 1926-27.

Conti U. — *Commissione Penitenziaria Internazionale e sua nuova attività.* Estr. dalla «Rivista Penale», vol. CIX, fasc. 3, Città di Castello, 1926.

Costamagna C. — *Diritto Corporativo Italiano.* Con prefazione di Alfredo Rocco.

Cremonese G. — *Biologia sociale.*

Id. — *Il problema dello spopolamento.* «L'Avvenire Sanitario», 23 febbr. 1928.

Crosara A. — *Il deprezzamento monetario come squilibrio di costi.* Milano 1925.

Id. — *La fedina sanitaria.* (Profilassi dell'eredità patologica).

Id. — *Saggio di una teoria fisica della vita.* (Immunità fisica).

Curato G. — *Contributo alla determinazione del concetto di imposta speciale.*

Doria D. — *Notizie sulla disoccupazione nel Regno e nella Venezia Giulia.* (Estr. dal Bollettino dell'Istituto Stat. Econ. annesso alla R. Università di Trieste, anno III, n. 11-12, 1927.).

Deganello Umberto. — *A proposito di alcune critiche mosse alla «Statistica delle Cause di morte»* pubblicata dalla Direzione Generale della statistica del Lavoro.

Id. — *Ancora a proposito di alcune critiche mosse alla «Statistica delle Cause di morte».*

Id. — *Le condizioni igienico-sanitarie di Roma durante e dopo la guerra in confronto con altre città italiane.* (Estr. dagli «Annali di Igiene», anno 37, 1927).

Id. — *Le figurazioni ippocratiche negli affreschi della cattedrale di Anagni* (Estr. dalla «Rivista di Storia critica delle scienze mediche e naturali», anno VI, n. 1, gennaio-febbraio 1925).

Id. — *Sulla degenza degli infermi negli ospedali.*

Id. — *Sull'assistenza ospitaliera in Italia e in alcuni altri stati.*

Ente Nazionale Industrie Turistiche. — 1) *Agrigento;* 2) *Bari;* 3) *Forlì;* 4) *I santuari d'Italia;* 5) *L'Abruzzo;* 6) *Rodi;* 7) *Torino;* 8) *Venezia Tridentina.* 1927.

Eredia G. — *Le funzioni del Tesoro negli ordinamenti amministrativi dello Stato.*

Fasolis G. — *Brevi note di diritto finanziario penale.* (Estr. di diritto e pratica tributaria, fasc. 4-5, anno VI).

Id. — *Corso libero di diritto finanziario tenuto presso la R. Università di Genova nell'anno accademico* 1922-23. Estr. dal «Registro delle lezioni».

Id. — *Difficoltà delle statistiche sugli alloggi.* (Caffaro, feb. 11, 1928).

Id. — *Diritto pubblico finanziario e diritto privato.* (Estr. dalla Rivista «Diritto e pratica tributaria», anno V, fasc. 3.

Id. — *Finanza e trasporti aerei.* (Estr. da «Rivista di Politica Economica», anno XVII, 1927, fasc. VII, VIII).

Id. — *Gli enti di diritto pubblico, soggetti passivi di imposta e loro capacità contributiva.*

Id. — *L'evoluzione dell'economia e della finanza nelle sue varie fasi in relazione all'elemento etnico.* (« Rivista di Politica Economica »).

Id. — *L'imposta sui celibi.* (Caffaro, 26 gennaio, 27).

Favaro G. A. — *Annuario* 1928 *dell'Osservatorio astrofisico di Catania.*

Ferraris C. R. — *Il materialismo storico e lo Stato.* « Riforma sociale », fasc. 6-7-8, anno IX, vol. XII, Sec. Serie.

Id. — *L'evoluzione della contabilità delle spese generali nelle aziende industriali.* 1927.

Fiera Internazionale del Libro. — Firenze, 1928. *Almanacco Italiano Bemporad.*

Fileni E. — *Il XIII Congresso Internazionale di Agricoltura.* Roma, maggio-giugno 1927. (Notizie).

Finzi F. — *Origine e vicende dei debiti di guerra.* (Estr. da « Economia », anno V, n. 4-5-6, vol. X, aprile, maggio, giugno 1927.

Flora F. — *Giovanni Battista Salvioni.* (Necrologia).

Id. — *Il controllo dei prestiti esteri.* 1927.

Id. — *Le ferrovie dello Stato nell'anno finanziario* 1926-27. (Rivista bancaria, n. 1, gennaio 1928).

Flumiani C. — *Fondamenti di Scienza Politica: I gruppi sociali.*

Foà B. — *Influenza monetaria sulla distribuzione delle ricchezze.* 1927.

Id. — *La dinamica dell'essere vivente.* « Il nuovo patto », n. 7-9, 1922.

Fondo Italiano per lo studio della Palestina. — Pubblicazione n. 2, *Atti della Commissione esecutiva per le organizzazioni del fondo.*

Fontana A. — *L'organizzazione scientifica del lavoro agricolo.*

Fornasari di Verce E. — *Sull'applicazione dei principi dell'energetica allo studio della popolazione.*

Fortunati P. — *Aspetti economici dell'Italia dopo la stabilizzazione della lira.* (Corriere Padano, 17 febbraio 1928).

Fossati E. — *Dalla corona allo shilling, l'esperienza monetaria.* « Annali di Scienze Politiche ».

Fossati M. — *L'organizzazione scientifica in una officina meccanica.*

Fraccacreta A. — *Sulla interpretazione dei fatti economici.* (*Marshall e Pantaleoni*).

Francioni G. — *La classificazione nosologica delle cause di invalidità.* (Estr. « Le assicurazioni sociali », anno II, luglio-agosto 1926, n. 4).

Franciosa L. — *Agricoltura e movimento demografico nelle Puglie e nella Basilicata.*

Id. — *I foraggi, rapporti con la cerealicoltura e con la produzione zootecnica.*

Frassetto F. — *La classificazione senaria dei valori antropometrici e biometrici e le sue pratiche applicazioni.* (Estr. dall'Archivio di Scienze biologiche, vol. IX, n. 3-4, 1927).

Frisella Vella G. — *Il « Memorandum » sulla produzione e il commercio mondiale.* (Estr. « La Riforma sociale »).

Id. — *Il problema economico di Palermo in rapporto alla prosperità siciliana.*

Id. — *Il problema commerciale della Sicilia e della Calabria e la bilancia interregionale.*

Id. — *Il risparmio e il suo rischio.* (Estr. da « Rivista delle Casse di Risparmio », n. 9, sett. 1927).

Id. — *Il traffico per l'America e l'Oriente attraverso il Mediterraneo.*

Id. — *I trattati di commercio per l'Italia e la Germania dopo il 1882 e l'accordo del 1925.*

Id. — *La politica commerciale doganale dell'Italia prima e dopo la guerra.*

Id. — *La questione zolfifera siciliana e la proprietà del sottosuolo.* (Manoscritto).

Id. — *La questione zolfifera siciliana.*

Id. — *L'Istituto Nazionale per le esportazioni ed il problema del commercio estero dell'Italia.*

Fubini R. — *La teoria dell'ammortamento dell'imposta e l'imposta personale sul reddito.* (Estr. dal « Giornale degli Economisti », giugno-agosto 1927).

Id. — *Sulla tassazione del risparmio.* (Estr. « Giornale degli Economisti », giugno 1928).

Galgano S. — *Discorso per la inaugurazione del monumento ai caduti di Albano di Lucania,* 14 novembre 1926.

Id. — *L'Istituto di Studi Legislativi.* 1927.

Galvani L. — *Dei limiti a cui tendono alcune medie.* Bologna, 1927.

Id. — *La stagionalità delle nascite nelle singole famiglie.* Estr. « Metron », vol. VI, n. 3-4, 1926.

Id. — *The new Organization of the Statistical Services in Italy,* estr. dal « Journal of the American Statistical Association », Sept. 1927.

Galletti G. — *Consumo e prezzi nel confronto internazionale fra i salari sociali.* Estr. da « La Riforma sociale ».

Id. — *La disoccupazione in Italia e quello che se ne sa.* Estr. dal « Giornale degli Economisti », ottobre 1926.

Gangemi L. — *Idealogie internazionali e realtà nazionali.* (« La vita Italiana »).

Garino Canina A. — *Emanuele Filiberto. Il riordinamento delle finanze in Piemonte.* 1927.

Id. — *Un principe restauratore e precursore: Emanuele Filiberto.* 1927.

Garofalo R. — *Osservazioni statistiche sugli omicidi in Italia.*

Geloso C. — *Produzione, rifornimento e consumo di munizioni per artiglierie durante la guerra italo-austriaca* 1915-1918.

Ghez C. — *Politica sperimentale.* Saggio di sociologia applicata.

Ghigi A. — *Le scienze biologiche nell'economia nazionale.* (Estr. « Atti della Società Italiana per il progresso delle scienze », XVI Riunione, Perugia 1927.

Giaxa (De) V. — *La pellagra.* (Dal « Trattato Italiano d'Igiene »).

Giusti U. — *Natalità e mortalità nei diversi paesi.* (Estr. « Le assicurazioni sociali », anno III, nov.-dic. 1927, n. 6).

Gobbi U. — *Luigi Luzzatti.* (Estr. dal « Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica », maggio 1927).

Griziotti B. — *Politica monetaria e finanziaria internazionale.* R. Università di Pavia.

Klebelsberg C. — *La cooperazione intellettuale fra l'Italia e l'Ungheria.* 1927.

Ilvento A. — *Eredità ed Igiene.* (Trattato Italiano d'Igiene).

Imeroni A. — *Domenico Lovisato, la vita e le opere.* Estr. da « Mediterranea », n. 11-12.

Isacchi M. — *Il casellario centrale infortuni nel terzo anno di esercizio.* (1925).

Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia. — *Censimento della popolazione del Regno d'Italia al 1° dicembre* 1921.

Id. — *Censimento degli esercizi industriali e commerciali al 15 ottobre* 1927.

Id. — *Annuario Statistico* 1927.
Id. — *Annuario Statistico* 1928.
Id. — *Statistica delle cause di morte* 1924.
Istituto Nazionale delle Assicurazioni. — *Relazione del Consiglio.*
Id. — *Relazione sull'andamento della gestione d'Amministrazione nel quinquennio* 1922-1926.
Istituto Nazionale per le case degli impiegati dello Stato. — *L'opera dell'Istituto nel periodo iniziale.*
Istituto Nazionale per l'esportazione. — *Relazione sull'attività dell'I. N. E.* 1928, Roma.
Istituto Superiore Agrario. — *In tema di riduzione dei costi in agricoltura.*
Istituto Nazionale Svizzero di Assicurazione contro gli infortuni. — *Relazione annuale e conti del* 1926.
Labriola A. — *Il valore della scienza economica.* Manuale di Economia politica.
La Cassa di Risparmio di Torino. — *Nel suo primo centenario*: 4 luglio 1827, 4 luglio 1927.
La cooperazione di consumo. — *Per il ribasso dei prezzi.*
L'America potente e l'Europa da potenziare. — Parte 1ª.
La Società delle Nazioni. — *Sua costituzione ed organizzazione.* Edizione riveduta, comprendente anche il « patto ».
Lazio. — Estr. dal fascicolo di luglio della Rivista mensile « Le vie d'Italia », 1927.
Ligue Internationale des adversaires des prohibitions. — VIII Conferenza internazionale. Comitati. Regolamento. Programma.
Livi L. — *Principi di statistica.*
Livi R. — *La schiavitù domestica nei tempi di mezzo e nei moderni.* 1926.
Livorno. — *Il porto di Livorno nell'anno* 1927.
Lolini E. — *Il carattere sociologico della Scienza delle Finanze e lo studio scientifico dei fatti finanziari.*
Lo Monaco Aprile A. — *La legislazione assistenziale nel diritto fascista.*
L'Opera Nazionale Combattenti. — *Nel X° annuale della vittoria*
Loschi L. E. — *Divisione decimale del giorno d'accordo con la misura dell'equatore, la velocità della terra nel suo movimento di rotazione e con la divisione decimale del circolo.*
Magni E. — *Le intendenze di finanza fasciste.*
Magnocavallo A. — *Nicolò Macchiavelli.* (In commemorazione del IV centenario della morte).
Malvezzi A. — *Elementi di diritto coloniale.*
Manualetto pratico del cooperatore.
Maranca S. — *Il diritto pubblico romano nella storia delle istituzioni e delle dottrine politiche.*
Marchiafava E. — *La perniciosità nella malaria.*
Marcheselli. O. — *« Milanino ». La prima città giardino d'Italia.* 1927.
Maria (De) G. — *Le teorie monetarie e il ritorno all'oro.* Con prefazione di Gustavo del Vecchio.
Mariotti A. — *L'assicurazione del credito nelle sue recenti realizzazioni.* (Estr. da « Rivista Bancaria »).
Id. — *Le nuove direttive della statistica turistica.* (Estr. da « Rivista Bancaria »).
Id. — *Lezioni di economia turistica.* Anno scolastico 1926-27.

MARTA F. — *Locomotive tenders del gruppo D delle Ferrovie Complementari Sarde.* 1927.
MASCI G. — *La teoria economica contemporanea.*
MAZZEI I. — *Del risparmio che non giunge a trasformarsi in capitale.*
ID. — *La giustizia internazionale e il trasformarsi demografico ed economico delle nazioni.* (Estr. dal « Raccoglitore », fasc. I, gennaio 1920).
ID. — *La mobilità del risparmio verso l'impresa attraverso le banche e le borse.*
ID. — *La trasportabilità delle materie prime in relazione alla distribuzione topografica delle industrie.* (Estr. da « Rivista internazionale di Scienze sociali », etc.).
ID. — *Organizzazione finanziaria inglese.* (Estr. da « Economia »).
ID. — *Politica economica internazionale inglese prima di Adamo Smith.* (Estr. « La riforma sociale », fasc. 9-10, sett.-ott. 1925).
MEDUGNO A. D. — *Aspetti e sviluppi cooperativi in Palestina.* Milano, 1927.
ID. — *La « Revisione » nelle cooperative.*
MEMMO G. — *Corso di perfezionamento in tisiologia.* (Conferenza di chiusura). Estr. dal « Giornale di Medicina Militare », fasc. VII, 1927.
MICHELS R. — *L'organizzazione del commercio estero.*
MIGNINI L. — *L'ordinamento culturale di un'azienda agraria.*
MJÖEN J. A. — *Delinquenza e genio alla luce della biologia.* 1927.
MINETOLA S. — *Indagine statistica sull'assicurazione obbligatoria contro gl'infortuni sul lavoro nell'industria.* (Estr. da « Le Assicurazioni sociali », anno III, nov. 1927, n. 6).
MINISTERO DELLE COMUNICAZIONI. — *Relazione dell'azienda per i servizi postali e telegrafici.* 1926-27.
ID. — *Relazione dell'azienda per i servizi telefonici,* 1926-27.
ID. — *Relazione per l'anno finanziario* 1926-27.
MINISTERO DELLE FINANZE. — *Armi e caccia. Teatri e cinematografi. Trattenimenti sportivi in terra, in acqua ed in cielo. Corse al trotto ed al galoppo, scommesse, alberghi, terme, ciclismo, automobilismo nei riflessi delle tasse.*
ID. — *La gestione delle imposte dirette dal* 1914 *al* 1925.
ID. — *Le tasse voluttuarie.* (Estr. dal « Bollettino di Statistica e Legislazione comparata »).
ID. — *Libreria dello Stato.* (Catalogo al 1° luglio 1927).
ID. — *Movimento commerciale nel Regno d'Italia nell'anno* 1924.
ID. — *Movimento della navigazione nell'anno* 1924. Parte I, II.
ID. — *Raccolta delle disposizioni riguardanti il servizio sanitario della R. Guardia di Finanza.* 1926.
ID. — *Relazione dimostrativa dello stato e dell'andamento dei lavori catastali dal 1° luglio* 1925 *al* 30 *giugno* 1926.
ID. — *Relazione e bilancio industriale per l'esercizio dal 1° luglio* 1925 *al* 30 *giugno* 1926.
ID. — *Statistica dei dazi interni di consumo.* Anno 1924.
ID. — *Statistica sanitaria del corpo della R. Guardia di Finanza dal 1° luglio* 1924 *al* 31 *dicembre* 1926.
MINISTERO DELLA GUERRA. — *L'alimentazione del soldato italiano in tempo di pace.*
ID. — *La forza dell'esercito.* 1927.
ID. — *L'Ordine Militare di Savoia durante la guerra* 1915-18.

Ministero dell'Interno. — *La tutela dell'igiene e della Sanità pubblica durante la guerra e dopo la vittoria* (1915-20), Relazione del Dott. Alberto Lutrario, vol. 2.

Ministero dell'Economia Nazionale. — *Annuario per le industrie chimiche e farmaceutiche*, anno IX, 1926.

Id. — *Atti del Consiglio Superiore dell'Economia Nazionale.* Sessione V, novembre 1926.

Id. — *Il credito occorrente alle industrie.* (Gino Olivetti).

Id. — *Il dazio comunale di consumo sui manufatti.* (Ing. Raimondo Targetti).

Id. — *I prezzi dei principali prodotti agricoli in Italia nell'anno* 1926.

Id. — *I trattati di commercio fra l'Italia e gli altri Stati stipulati dopo il* 31 *luglio* 1914 *fino al* 30 *settembre* 1927. (Vol. 2).

Id. — *La produzione agraria nel* 1926.

Id. — *L'assicurazione malattie in Italia.* (De Michelis).

Id. — *La velocità di circolazione del denaro in Italia e lo sviluppo dei mezzi di pagamento.* (Giuseppe Bianchini).

Id. — *Le condizioni igieniche della industria della panificazione in Italia.*

Id. — *Le cooperative di produzione e lavoro* 1924.

Id. — *L'importazione dei fertilizzanti e l'economia nazionale.* (Angelo Menozzi).

Id. — *L'indirizzo dell'allevamento degli ovini nelle regioni centrali e meridionali appenniniche dell'Italia per l'aumento della produzione della carne e della lana.* (Guglielmo Yosa).

Id. — *Prezzi e costi di prima lavorazione delle piante nei boschi italiani.* (Le Alpi e l'Appennino Ligure).

Id. — *Statistica degli infortuni nell'Industria e nell'Agricoltura.* Anno 1924.

Ministero degli Esteri. — *Censimento degli italiani all'estero alla metà dell'anno* 1927.

Ministero di Grazia e Giustizia e degli Affari del Culto. — *Statistica Giudiziaria penale per gli anni* 1921 *e* 1922.

Ministero dei Lavori Pubblici. — *La produzione di energia elettrica in Italia nel* 1926.

Id. — *Le opere pubbliche al* 31 *dicembre* 1926.

Id. — *Le opere pubbliche al* 31 *dicembre* 1927. (Supplemento al Bollettino statistico dei LL. PP.).

Id. — *Servizio idrografico. Grandi utilizzazioni idrauliche per forza motrice.* Vol. II, Situazione al 31 dicembre 1926.

Missiroli M. — *La giustizia sociale nella politica monetaria di Mussolini.* 1927. Roma.

Milano. 1928.

Modena G. — *Alcoolismo nella provincia di Ancona nel triennio* 1909-1911.

Id. — *La lotta contro l'alcoolismo in Italia.* (Estr. dalla « Difesa sociale ». Anno 20, n. 7).

Id. — *La profilassi nelle campagne delle malattie mentali e l'evoluzione mentale e intellettuale dell'agricoltore.* 1922.

Mondaini G. — *Manuale di Storia e Legislazione coloniale del Regno d'Italia.* Parte I· Storia Coloniale. Sampaolesi, 1927.

Monti G. M. — *Il dominio universale feudale e l'« Jus cumatici » in terra d'Otranto.* 1926.

Id. — *La condizione giuridica del principato di Taranto.*

Morselli E. — *Finanza ed Economia.* (Saggi).

Id. — *Pareto e la politica di Mussolini.*

Mortara G. — *Prospettive economiche*: «*Seta*»; «*Seta artificiale*»; «*Carbone*»; «*Grano*»; 1928.

Mostra geografica dell'Esposizione Italiana all'Estero. — Raccolta documentale.

Navarro A. — *L'ordinamento corporativo ed il diritto pubblico italiano.* (Estr. da «Rivista di Diritto Pubblico, fasc. III e IV, 1928).

Navigazione Generale Italiana. *Relazione sul rendiconto e bilancio dell'esercizio* 1926-27. Anno XLVI, 1° ottobre 1926-30 sett. 1926.

Massuero Nobili E. — *La rinascita economica dell'Albania.* (Estr. da «Rivista di Politica Economica», anno XVII, 1927, fasc. IX-X).

Norsa R. — *Energia umana e energia meccanica.*

Opera Nazionale per la Protezione della Maternità e dell'Infanzia. — Leggi e *Regolamenti.* 1927.

Id. — *Norme per la cura solare.*

Id. — *La casa igienica.*

Ottolenghi S. — *La metodologia descrittiva morfologica e la riforma craniologica di G. Sergi.* 1927.

Pagani A. — *Osservazioni intorno al consumo dei concimi chimici in Italia.*

Papi G. U. — *Il regime dei galleggianti e l'ipoteca navale.* Ravenna, 1921.

Id. — *Vigilanza sulla creazione di moneta bancaria.* («Giornale degli Economisti», marzo 1928.

Id. — *Sul costo di produzione nei cicli economici.*

Panunzio S. — *La Politica di Sismondi.* «Rivista Internazionale di Filosofia e del Diritto», anno VII, fasc. I.

Pari G. A. — *Necrologia di Luigi Lucatello.*

Passalacqua M. — *A proposito di Neo-Malthusianesimo marittimo.* Statistica e marina mercantile.

Pietra G. — *Meno bambini? Più bambini!* 1927.

Pisenti G. — *Se un invalido possa essere assicurato contro la invalidità mentre già gode la pensione di invalidità.* (Estr. «Le assicurazioni sociali»).

Pizzoli U. — *L'orientamento scolastico professionale.*

Porri V. — *Corso di Statistica demografica ed economica.* Parte I, Parte II.

Problemi di politica turistica. — *La propaganda.*

Pugliese S. — *Sui problemi attuali della risicoltura in Italia.* (Ministero della Economia Nazionale).

Puntoni V. — *La rabbia.* (Trattato Italiano d'Igiene).

Raviglione E. — *L'organizzazione sistematica dei servizi demografici.*

Rendiconti del Seminario matematico e fisico di Milano. (Vol. I, 1927).

Repaci F. A. — *A proposito di un trattato di scienza della finanza.* (Estr. dagli «Annali del Seminario Giuridico-Economico della R. Università di Bari», anno I).

Id. — *Le vicende e le ripercussioni della legislazione finanziaria di guerra sull'ordinamento tributario italiano.*

Id. — *L'imposta sul celibato nella legislazione italiana* 1927.

Id. — *Sviluppo demografico economico e finanziario di una grande città italiana.* (Torino, dal 1825 al 1927).

Ribezzo F. — *Iscrizione sicana in un alfabeto lineare mediterraneo.*

Ricci F. — *A proposito di cooperative edilizie sussidiate e sulla disciplina del commercio.*

Id. — *Il traffico marittimo ferroviario e stradale.*

Id. — *Sul bilancio delle finanze.* Discorso tenuto l'8 giugno 1927.

Romano A. — *Pregiudizi ed errori in tema di alimentazione.*

Rosselli C. — *L'azione sindacale ed i suoi limiti.*

Id. — *Luigi Einaudi e il movimento operaio.*

Id. — *Miti liberistici o miti sindacali?*

Id. — *Natura e possibilità economiche delle leghe operaie.*

Id. — *Recensioni*: 1) JR. Berlerby-Control of Credit as a remedy for unemployement. 2) Keines. A tract on monetary reform. 3) The third winter of unemployement.

Russo A. V. — *Nuovi lineamenti di eugenica.*

Sacco F. — *Gli studi glaciologici industriali.*

Saibante M. — *I profitti delle Società per azioni e la concentrazione dei capitali industriali.* (Estr. « Metron », vol. VI, n. 1).

Salvatori M. — *La circolazione monetaria per abitante in alcuni stati principali d'Europa.* (Estr. dal « Bollettino dell'Istituto Statistico Economico », anno III, n. 7-8.

Id. — *I bilanci dello Stato in regime di deflazione.* Estr. d. « Economia », anno V, vol. X, n. 4-5, aprile-maggio 1927.

Id. — *Qualche aspetto dell'Economia austriaca.* (Estr.. « idem. », n. 5-6, 1927.

Savona. — *Caratteristiche e potenzialità economiche della provincia.*

Savorgnan F. — *La composizione raziale della popolazione americana.* Estr. dal « Giornale degli Economisti », ott. 1927.

Id. — *Studi critici di sociologia,* fasc. II.

Scalfati S. G. — *Studio di scienza e di legislazione finanziaria.*

Scheggi R. — *Le società cooperative nello stato fascista.*

Sclavo A. — *Igiene e lavoro.*

Id. — *Il Bosco del Littorio e l'Igiene.*

Semo (De) G. — *Contratti collettivi di lavoro non depositati nè pubblicati. Fase sindacale e fase corporativa dello Stato.* « Atti del Seminario Giuridico-Economico », Bari, anno II, fasc. I.

Sensini G. — *I « benefici » del produttore.*

Id. — *Intorno ad alcuni punti della teoria della rendita.* (Estr. da « Giornale degli Economisti », agosto 1923).

Id. — *Intorno ai « benefici del produttore ».*

Id. — *Intorno alla teoria del « profitto ».*

Sitta P. — *La canapa nell'agricoltura, nell'industria e nel commercio.* (Ministero dell'Economia nazionale).

Società italiana per il progresso delle scienze. Annuario 1927.

Società Reale Mutua di Assicurazioni. — *La società Reale Mutua di Assicurazioni in Torino e i suoi cento anni di vita.*

Tesi e problemi sulla questione meridionale. (Manoscritti).

Tittoni T. — *La Bessarabia, la Romania, e l'Italia.* (Estr. da « Nuova Antologia », 1° aprile 1927).

Tournon A. — *Il problema del riso.* (Ministero dell'Economia Nazionale, 1927).

Traverso A. G. — *Un urgente problema sociale.*

Trucco A. M. — *È veramente utopia la pace?*

Tumedei C. — *Bilancio e cassa.* Discorso alla Camera dei Deputati del 3 giugno 1927.

Udina M. — *Sulla competenza del Consiglio della Società delle Nazioni in tema d'interpretazione dei trattati.* 1927.

Uggè A. — *Il contributo finanziario delle regioni italiane alla vita dell'Università Cattolica del Sacro Cuore.*

Id. — *L'abitazione famigliare.*

Unione italiana di riassicurazione. — *Relazione del Consiglio.* Rapporto dei Sindaci. Bilancio per l'anno 1926.

Unione femminile nazionale. — *L'opera dell'Unione per la protezione e l'assistenza alla maternità ed infanzia.*

Un italiano. — *I pericoli del neo-malthusianismo veduti da Ginevra.*

Università cattolica del Sacro Cuore. — *Studi dedicati alla memoria di Pier Paolo Zanzucchi della Facoltà di Giurisprudenza.*

Università di Pavia. — *Facoltà di Giurisprudenza. Studi delle scienze giuridiche e sociali.* Pubblicato dall'Istituto di esercitazioni. 1927.

Valagussa F. — *Intendiamoci.*

Id. — *Opera nazionale per la protezione della Maternità e dell'Infanzia. Finalità.*

Valle Del. G. — *Ritmi cosmici nelle oscillazioni climatiche con speciale riferimento alla serie pluviometrica Patavina.* (Estr. da « Atti e Memorie della R. Accademia di Arti, Scienze e Lettere », Padova).

Vecchio (Del) G. — *Congetture sopra i cambi.* (« Economia », anno I, n. 1).

Id. — *Considerazioni tecniche sopra il ritorno al biglietto convertibile.* («Giornale degli Economisti », aprile 1928).

Id. — *Contributo alle dottrine della circolazione.* (« Giornale degli Economisti », febbraio 1914).

Id. — *Cronache economiche.* (« Giornale degli Economisti », agosto 1928).

Id. — *F. Y. Edgeworth e l'economia matematica.* (« Giornale degli Economisti », sett. 1925).

Id. — *Il capitale disponibile e la circolazione del capitale.* Bologna, 1911.

Id. — *Il costo quale elemento della teoria economica.*

Id. — *Il mercato monetario.* Milano 1927.

Id. — *Il nuovo regime delle borse.* (« Giornale degli Economisti », ottobre 1913).

Id. — *Il pensiero economico di Giacomo Venezian.* (« Economia », anno I, n. 7, vol. II).

Id. — *Il premio sull'oro.* (« Giornale degli Economisti », Serie III, anno XXII, aprile 1911).

Id. — *Il problema della stabilità del sistema economico capitalistico.* (« Economia », anno III, n. 5 a 8, 1925).

Id. — *Induzioni statistiche per la teoria della circolazione.* (« Giornale degli Economisti », dicembre 1913).

Id. — *I sistemi di economia teorica e l'originalità scientifica di Maffeo Pantaleoni.* (« Giornale degli Economisti », marzo 1923).

Id. — *La dinamica dei prezzi decrescenti e il riordinamento della circolazione.* (« Giornale degli Economisti », giugno 1925).

Id — *La teoria economica del credito.* (« Giornale degli Economisti », febbraio 1913).

Id. — *La navigazione.* Milano, 1927.
Id. — *Le crisi e le teorie economiche.* (ibidem, marzo 1927).
Id. — *Le teorie sulla circolazione negli scritti del Pareto.* (« Giornale degli Economisti », gennaio-febbraio 1924).
Id. — *Lineamenti generali della teoria dell'interesse.* Athenaeum, 1915.
Id. — *L'opera di Alfredo Marshall.* (« Giornale degli Economisti », dicembre 1924).
Id. — *L'opera scientifica di Alfredo Barone.* (Ibidem, novembre 1925).
Id. — *L'Università di Roma.* 1927, Roma.
Id. — *Osservazioni sopra le presenti difficoltà monetarie.* (« Giornale degli Economisti », maggio 1920).
Id. — *Osservazioni sul fenomeno della cooperazione e sopra la riforma della legislazione in materia di cooperative.* (« Rassegna di Diritto e d'Economia », Milano, 1924).
Id. — *Problemi di politica bancaria.* (« Rassegna di Diritto e d'Economia », Milano, 1923).
Id. — *Prodotto netto e monopolio.* 1925.
Id. — *Questioni fondamentali sul valore della moneta.* Athenaeum, 1917.
Id. — *Questioni di economia teorica relative alla guerra.* Athenaeum, 1916.
Id. — *Relazioni fra entrata e consumo.* Roma, 1912.
Id. — *Relazione per l'anno accademico* 1926-27.
Id. — *Ricchezza immateriale e capitali immateriali.* Società Poligrafica, Alessandria, 1909.
Id. — *Stringere i freni.* (« Giornale degli Economisti », marzo 1924).
Id. — *Sulla teoria economica delle crisi.* (« Giornale degli Economisti », giugno 1914).
Id. — *Teoria dello sconto.* (« Giornale degli Economisti », agosto 1914).
Id. — *Teoria economica dell'assicurazione.* (« Annali di Economia », vol. IV, n. 1).
Id. — *Un capitolo di teoria monetaria.* (« Rivista Bancaria », n. 4, aprile 1925).
Id. — *Untersuchungen zur theorie des Unternehmergewinnes.* 1926.
Vergottini M. — *Alcuni dati sul traffico di Trieste e di Amburgo.*
Id. — *L'Economia Polacca* (1924-27).
Id. — *Sui depositi a risparmio nella regione Giulia.*
Id. — *Sul movimento economico Tcecoslovacco* (1926-27).
Vietta F. — *Uno sguardo all'attività dei cattolici italiani nel campo della cooperazione e del credito dal* 1900 *al* 30 *sett.* 1923.
Vinci F. — *Previsioni demografiche.* (R. Istituto Superiore di Scienze Commerciali e Economiche. Venezia. Studi del Laboratorio di Statistica).
Virgili F. — *Adamo Smith.* 1927.
Id. — *Le colonie italiane nella storia, nella vita presente e nel mondo avvenire.* Hoepli, Milano, 1927.
Id. — *Lo sviluppo delle nostre colonie.*
Id. — *Rassegna di alcuni nuovi libri di economia, finanza e politica coloniale,* Siena, 1923.
Volta (Dalla) R. — *Il problema demografico e le correnti emigratorie europee.*
Id. — *L'ordinamento sindacale e corporativo dello Stato.* Firenze, « La Nazione », 1927.
Firenze, Galletti e Cocci, 1926.
Zago F. — *I concimi azotati italiani.*

ZAHN FRIEDRICH. — *Tendenze a una politica famigliare nelle assicurazioni sociali.* « Le assicurazioni sociali », anno IV, marzo-aprile 1927, n. 2.

ZINGALI G. — *Giambattista Salvioni.* (« Giornale degli Economisti e Riv. di Stat. », febbraio 1926).

ID. — *Il salario della donna rispetto a quello dell'uomo.* (« Giornale degli Economisti », dicembre 1925).

ID. — *In attesa del censimento del bestiame.* (« Giornale degli Economisti », maggio 1296).

ID. — *Il rifornimento dei viveri all'esercito italiano durante la guerra.* (Storia economica-sociale della guerra mondiale).

ID. — *La bilancia alimentare prebellica, bellica e post-bellica di alcuni Stati d'Europa.* (« Giornale Economisti », ott. 1925).

ID. — *La popolazione della Sicilia preellenica.* (« Metron », vol. V, n. 2).

ID. — *L'industria zolfifera siciliana.* (« Giornale degli Economisti », aprile 1927).

ID. — *L'universalità del metodo statistico.* (1926).

ZUGARO F. — *Forniture e fornitori.* (Estr. « Esercito e Nazione », fasc. XI, 1927).

ID. — *Gli armamenti mondiali, quali sono e quanto costano.* « Esercito e Nazione », fasc. I, 1928.

ID. — *Gli ufficiali dei corpi amministrativi.* (Estr. da « Esercito e Nazione », fasc. IX, 1927, anno V).

ID. — *Il fascismo e l'esercito.*

ID. — *Il grano nella economia nazionale di pace e di guerra.*

ID. — *Il pane per le forze armate con grano nazionale.* (Estr. « Esercito e Nazione », fasc. XII, 1927).

ID. — *I mezzi di vita dell'esercito.* 1915-1919.

ID. — *Le massime ricompense al valore militare.*

ID. — *Spigolando sugli annuari.*

ANDERSON O. — *Ueber die Anwendung der Differenzen-Methode.* (« Variate difference method »). Bei Reihenausgleichungen, etc.

ANNALEN DER BETRIEBSWIRTSCHAFT. — Internationale Quartalsschrift für Betriebsverwaltung.

ARCHIV FÜR SOZIALWISSENSCHAFT UND SOZIALPOLITIK. 1926.

BELOCH J. — *Antike und moderne Grossstädte,* vol. I e II.

ID. — *Bevölkerunsgeschichte der Republik Venedig.*

ID. — *Das Verhältnis der Geschlechter in Italien seit dem XVI Jahrhundert.*

ID. — *Die Handelsbewegung im Altertum,* XIII.

BERECHNUNG UND AUSSCHALTUNG VON SAISONSCHWANKUNGEN — Ende, August 1927.

BÖHLER E. — *Amerikanische Finanzierungsmethoden,* VII.

BURKHARDT. — *Die Sächsische Bevölkerung nach der Muttersprache.*

ID. — *Die Wohnungszählung am 16 mai 1927.*

ID. — *Die Zählung der Wohnungsuchenden.*

ID. — *Dynamische und soziologische Probleme in der Statistik der Mortalität der Ehelichen und Unehelichen.*

ID. — *Zur Theorie des Finanzausgleichs.*

CASTRILLI V. — *Die Säuglingssterblichkeit in Bari.* (Italien).

DAS SCHWEIZERISCHE BAUWESEN, im Jahre 1926.

Die Kinderübernahmsstelle der Gemeinde Wien.
Die Lage der Verarbeitenden Industrie, *im Lichte der Leipziger Herbstmesse.* 1927.
Fasolis. — *Die Beschermung der Minderheden.*
Furlan V. — *Die Weltwirtschaftskonferenz.* Erstrebtes und Erreichtes.
Gumbel E. F. *Durchschnittlicher und mittlerer Fehler.*
Id. — *Zur Stichprobenmethode.*
Handwörterbuch der Staats- wissenschaften. — Jena 1909, Band. I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII.
Hultkrantz F. V. — *Die Verbreitung eines monohybriden Erbmerkmals in einer Population und in der Verwandtschaft von Merkmalsträgern.*
Kasten A. — *Die deutsche Reichs, und Landesgesundheitsstatistik* « Gesundheitsstatistik uns Soziologie », IX.
Keller K. — *Bevölkerung und Nahrungspielraum in Deutschland.*
Koch Hans. — *Die Erblichkeit der Musikalität.*
Id. — *Die Ewaldsche Hörtheorie.*
Kohn S. — *Alexandre A. Tschuprow als Gelehrter und Lehrer.* « Nordisk Statistisk Cidskrift ».
Ihrig K. — *Internationale Statistik der Genossenschaften.*
Fünfter Internationaler Congress für Vererbungswissenschaft. Berlin, 11-17 september 1927.
Lents F. — *Den Nordiske Races Skjebne.*
Lestschinsky J. — *Die berufliche Zusammensetzung der jüdischen Einwanderung in den Vereinigten Staaten.*
Markuson Th. — *Die Morbiditätsstatistik in der Sozialversicherung der U. d. S. S. R.* (Estr. « Archiv für soziale Hygiene und Demographie »).
Mjöen J. A. — *Im Winderen Laboratorium.*
Id. — *Zur Erbanalyse der musikalischen Begabung.*
Id. — *Zur psychologischen Bestimmung der Musikalität.*
Muller. — *Das Problem der Erblichen Modifikationen.*
Pitirim A. Sorokin. — *Arbeitsleistung und Entlohnung.*
Id. — *Experimente zur Soziologie.*
Riemer R. — *Der Aufwand für amtliche Statistik.*
Id. — *Der Gesetzliche Kinderschutz in Oesterreich und die wünschenswerten Richtungen seiner Reform.*
Id. — *Die selbständigen Gemeindesteuern in den österreichischen Städten.*
Ruhrbesetzung und Weltwirtschaft.
Sanders J. — *De Levenloos Aangegevenen.*
Id. — *Het Jongensoverschot.*
Schmidt F. — *Die Industriekonjunktur ein Rechenfehler!*
Slutsky E. — *Ein Beitrag zur formal-pracologischen Grundlegung der Oekonomik.* (Extrait des « Annales de la Classe des Sciences Sociales economiques », Tome I, V).
Statistisches Handbuch *für die Republik Österreich.* VIII Jahrgang 1927.
Statistisches Jahrbuch *der Stadt Berlin,* 1927.
Vöchting F. — *Die Romagna.* Eine studie über Halbpacht und Landarbeiterwesen in Italien.
Westergaard H. und H. C. Nydle. — *Grundzüge der Theorie der Statistik.*

Winkler W. — *Die XVII Tagung des Internationalen Statistischen Institutes in Kairo.*

Würzburger E. — *Die Zukunft der Statistik.*

Zahn F. — *Das Internationale Statistische Institut, Tagung in Cairo,* 1927-28.

Zizek F. — *« Doppelzählungen » in der Statistik.*

Id. — *« Nicht Vergleichbare » statistische Zahlen.*

Id. — *Ursachenbegriffe und Ursachenforschung in der Statistik.* « Allgemeines statistisches Archiv ».

Academie d'education et d'entraide social. — *Les erreurs de Malthus,* etc. 1927.

Annuaire de l'Université de Sofia. — Faculté de Droit, 1916-17-18.

Annuaire du Canadà. 1925.

Artom Cesare. — *La polyploïdie dans ses correlations morphologiques et biologiques.* « Société de Biologie », 1928.

Belgique (Royaume de). — *Enquête sur la situation des industries.*

Bernard L. et Robert Debré. — *Cours d'hygiène professé à l'Institut d'Hygiène de la Faculté de Médecine de Paris.* 2 vol., 1927.

Bowley A. L. — *Estimation de la population en état de travailler dans certains pays en* 1921 *et en* 1941. (Société des Nations).

Brunet M. F. — *La stabilité des tarifs douaniers.*

Bulgarie (Royaume de). — Direction générale de la statistique.

Annuaire statistique de 1926.

Commerce du Royaume avec les pays étrangers 1919-1923.

Comptes des ménages: enquête sur les recettes et dépenses des ménages de fontionnaires, d'artisans et d'ouvriers pendant le mois de mars 1925.

Le mouvement du commerce extérieur de la Bulgarie pendant le quatrième trimestre de l'année 1926; *et le priemier le deuxième et le troisième trimestre de* 1927.

L'enseignement dans le Royaume, Année scolaire 1922-23.

Mouvement de la population dans le Royaume en 1921.

Recensement de la population du Royaume au 31 *décembre* 1920. Vol. I, Vol. II, Vol. IV.

Statistique agricole pour l'année 1925; ibidem, 1926.

Statistique criminelle: crimes et délits et individus jugés pendant l'année 1921, ibidem, 1922.

Statistique de l'enseignement dans le Royaume. Année scolaire 1921-22.

Statistique des accidents du travail pendant l'année 1923; *ibidem* pendant l'année 1924; *ibidem* pendant l'année 1925.

Statistique des coopératives pendant l'année 1923.

Statistique des élections des députés pour la XX.ième Assemblée nationale ordinaire; Ibidem pour la XXI.ième Assemblée.

Bureau International du Travail. — *Bibliographie de l'organisation Internationale du travail* 1919-1926.

Id. — *Conférence Internationale du Travail*:

Huitième session, Vol. I, II: Neuvième session 1926. Dixième session 1927, Vol. I et II. Ouzième session 1928. Douzième session 1929. Questionnaires 1 et 2.

La prévention des accidents du travail.
Rapport du Directeur, 1ère et 2ième partie.
Rapport sur les méthodes de fixation des salaires minima.
La Céruse.
L'assurance maladie libre.
L'assurance maladie obligatoire.
La liberté syndicale: Dixième session, Genève, 1927.
La règlementation des migrations. Vol. I.
Le mouvement syndical dans la Russie des Soviets. Série A, N. 26.
Les méthodes de fixation des salaires minima. Etude Internationale, n. 17, 1927.
Les méthodes de fixation des salaires minima. Onzième session, Genève, 1928.
Les méthodes de la statistique de l'habitation.
Les méthodes de statistique du chomage. Série N. 7. Rapport préparé pour la 2.ième Conférence Internationale des Statisticiens, Avril 1925.
Organisations coopératives.
Organisation Internationale du Travail.
Recueuil International de jurisprudence du travail 1925.
Recueuil International de jurisprudence du travail 1926.
Représentation et organisation des travailleurs agricoles.

Butler H. B. — *Les relations industrielles aux États Unis.* (Bureau International du Travail).

Cassel G. — *Les tendances monopolisatrices dans l'industrie et le commerce au cours de ces dernières années.* (Société des Nations).

Courteault P. — *La vie économique à Bordeaux pendant la guerre.* Publication par la dotation Carnégie pour la paix internationale. 1925.

III.ième Congrès International de l'Organisation scientifique du travail — Programme général. Rome septembre 1927.

Congrès International de protection de l'enfance. — Paris, juillet 1928.

Dupreel E. — *L'optimum de population et ses critères.*

Englis C. — *Le budget de* 1928.

Fasolis G. — *Les applications pratiques de la notion des dépenses comme base d'imposition.* (Extrait de la « Revue de Science et de Législation financières », Avril-Mai-Juin 1927).

Frisch R. — *Sur le théorème des déterminants de M. Hadamard.*

Genève. — *Centre d'éducation et d'instruction.*

Gregor H. M. — *Les cartels internationaux.*

Grossman E. — *Système de rapprochement économique.*

Hersch L. — *La population de la Palestine et les perspectives du Sionisme.* « Metron », Serie A, N. 2.

Id. — *Les étrangers en Suisse.* (Tiré-à part de la « Revue d'Économie Politique »).

Hirsch J. — *Les monopoles nationaux et internationaux au point de vue des intérêts de l'ouvrier et du consommateur et de la rationnalisation.* (S. des N.).

Henyer G. B. — *Conditions de Santé à envisager au point de vue du mariage dans les maladies mentales et nerveuses et les intoxications.*

Id. — *Fonctionnement de la clinique annexe de Neuro-psychiatrie Infantile de la Faculté de Médecine de Paris.*

Houston D. — *Memorandum sur l'organisation rationnelle aux Etats Unis.*

Institut International d'Anthropologie. — *Session d'Amsterdam*, 20-29 septembre 1927.

Institut International de statistique. — *Membres au 28 mars* 1928.

Id. — *XVI.ième Session statistique des salaires et de la durée du travail*, par M. Hubert.

Id. — *Veux et avis concernant les statistiques démographiques, économiques et sociales adoptés à l'Institut au cours de la XVII.ième session.*

Institut Universitaire des hautes études internationales. — Genève. *Programme de l'année* 1927-28.

Isaac A. — *La terreur du superpeuplement.* (« Revue Politique et Parlementaire », 10 mars 1928).

Jacquart C. — *De l'influence de la guerre et d'autres évènements calamiteux sur la masculinité dans les naissances.*

Jadwiga A. — *Sur l'organisation de l'enseignement sélectif - le système de Gary.*

Landmann J. — *La réglementation du travail en Suisse.* 1926.

Id. — *L'économie nationale suisse.*

La Suisse economique et sociale. Publié par le département fédéral de l'Economie publique, 2 Vol.

Le developpement de Rome depuis l'avenement du Fascisme. 1928.

Lescure J. — *Hausses et baisses générales des prix.* (Extrait de la « Revue d'Economie Politique », 1912).

Les Regions economiques de la Pologne. 1927.

Lettonie. *Bureau de Statistique de l'Etat. Deuxième recensement de la population en Lettonie.* 1925.

Ligue pour la révision du Traité de Trianon. — *La lettre d'envoi et les Commissions de délimitation.*

Id. — *Les données statistiques des enclaves homogènes hongroises et allemandes dans les états dit successeurs.*

Id. — *Les minorités hongroises dans les états dit successeurs.*

L'oeuvre sociale en Suède.

Manuel des valeurs cotées à la Bourse de Genève. 1913-1919-27. (Société de Banque Suisse).

March L. — *La statistique et sa méthode.* « Revue d'Hygiène ».

Michel H. — *Les indices des prix.*

Id. — *Les méthodes de la statistique.*

Montandon R. — *Pour une coordination de l'effort scientifique dans la lutte contre les calamités.* (Matériaux pour l'étude des calamités), Genève, 1927.

Nogaro B. et L. Weil. — *La main-d'oeuvre étrangère et coloniale pendant la guerre.* Histoire économique et sociale de la guerre mondiale 1926.

Office central de statistique de la République Polonaise:

Annuaire extérieur du commerce de la République Polonaise, 1924; *ibidem* année 1926-27.

Annuaire statistique de la ville de Lodz, 1926.

Le premier recensement de la République Polonaise du 30 septembre 1921:

Logements, populations, professions: Département de Bialystok, département de Kielce, département de Lwow, département de Nowogrodek, département de Stanislawow, département de Tarnopol, département de Wilno; tableaux rélatif à la Pologne entière.

Le premier recensement de la République Polonaise du 30 septembre 1921:
Exploitations rurales: Départements Centraux, département de l'Est, département du Sud.
Bâtiments - Tableaux.
Terres en possession comune.
Les régions économiques de la Pologne, 1927.

Office permanent de l'Institut International de Statistique. — *Annuaire statistique des grandes villes.* 1927.

Oualid W. — *Les ententes industrielles internationales et leurs conséquences sociales.*

Pace M. W. T. — *Memorandum sur les classifications douanières discriminantes.*

Id. — *Memorandum sur les tarifs européens de négociation.*

Porcher C. et A. Verdean. — *L'approvvisionnement des « gouttes de lait » en lait.*

Rappard W. — *De l'optimum de la population.* (Extr. « Journal de Stat. et Revue Econ. Suisse », fasc. 5, 1927).

Rapport du Recteur de l'Université de Genève. 4 juin 1927. Séance de distribution des prix de concours.

Résultats statistiques du Recensement general de la population effectué le 6 mars 1921, Tome I, Quatrième partie. Paris, 1927.

Resumé de l'article intitulé « Essai d'établissement d'une succession dans les phases de certaines courbes qui pourraient servir d'indices de la situation économique des Pays-Bas ».

Risler G. et Bérnard L. — *La lutte contre les grands fléaux sociaux.* « Comité national d'études sociales et politiques ».

Rousiers P. — *Les cartels et les trusts et leur évolution.*

Smutny P. — *Organisation internationale de la statistique du tourisme.* (Tirage spécial du « Bulletin statistique Tcecoslovaque »).

Société des Nations. — *Annuaire Statistique International* 1926 *de la Section économique et financière:*
Comité économique.
Comité mixte pour la répression du faux monnayage.
Comité préparatoire de la Conférence économique internationale. C. E. C. P., depuis 1 à 92.
Conférence économique internationale:
Annuaire statistique international 1926.
Conférence économique internationale: C. E. I., depuis N. 4 à 45.
Guide des documents de la Conférence.
Le rapport du coût du travail agricole au coût total de la production dans l'agriculture.
Memorandum sur les balances des paiements et sur les balances du Commerce extérieur 1911-25.
Memorandum sur la production et le commerce.
Memorandum sur les finances publiques 1922-26.
Rapport sur les nivaux de vie des ouvriers dans différents pays.
Conférence Internationale pour l'abolition des prohibitions et restrictions à l'importation et l'exportation. Convention.
Note sur la Conférence diplomatique du 17 octobre.

Note sur la Conférence Internationale pour l'abolition des prohibitions et restrictions à l'importation et l'exportation.

Organisation d'Hygiène. Manuel de statistique N. 6.

Quatrième rapport épidémiologique de la Section d'Hygiène, 1926.

Section économique et financière:

Annuaire statistique International 1926 de la Section économique et financière.

Estimation de la population en état de travailler dans certains pays en 1931 et en 1941. Par le Prof. A. L. Bowley. Genève, 1926.

Rapport au Conseil sur la vingt et unième session tenue à Rome du 25 février au 2 mars 1927.

Statistique générale de la France. — *Résultats statistiques du recensement général de la population effectuée le 6 mars* 1921. Tome 1, 2.ième et 3.ième partie.

Société Eugenique Polonaise. — *Le compte rendu de la Société jusqu'à* 1925-36.

Statistique générale de la France. — *Statistique annuelle du Mouvement de la* population, Année 1905 et 1906.

Tcecoslovaquie. — *Commerce extérieur de la République Tcecoslovaque en* 1925, en 1926.

Id. — *Répertoire des marchandises pour la statistique du Commerce extérieur de la République pour l'année* 1928.

Tchayanoff A. — *L'état actuel de l'économie et de la statistique agricoles.*

Thirring G. — *L'Académie Hongroise et la statistique nationale.*

Union Géografique Internationale. — *Rapport sur les années* 1925 *et* 1926 *avec les statuts* 1927.

Union Russe socialiste sovietiste. — *Guide de l'exportation, de la protection de la maternité et de l'enfance dans l'U. d. R. S. S.*

Id. — *L'assistance sociale dans l'Union.*

Viner J. — *Memorandum sur le dumping.*

Wiedenfeld. — *Les cartels et les trusts.*

Abbot C. G. — *Influences of sun rays on plantes and animals.*

Id. — *On the evolution of the stars.*

Adams F. D. — *A visit to the gem districts of Ceylon and Burma.* « Smithsonian Report », 1926.

Agricultural statistics. 1847-1926. (Department of industry and Commerce. Dublin).

Anderson O. — *On the methodology of the statistical study of the Conjuncture.* (Estr. da « Russian Economic Review »).

Ashley W. J. — *The beginning of town life in the middle ages.* « The Quarterly Journal of Economic », Vol. X, July 1896.

Austin L. W. — *The present status of radio atmospheric disturbances.* « Smithsonian Report », 1926.

Baipey V. — *How Beavey build their houses.*

Bank of Findland. — *Year book* 1926.

Id. — *Year book* 1927.

Barbour G. B. — *The Loess of China.* « Smithsonian Report », 1926.

Bellerby J. R. — *Control of Credit as a remedy for unemployment.*

Beveridge H. W. — *The case for family Allowances.*
Bishop C. W. — *The bronzes of Hsin - Chêng-Hsien.*
Id. — *The ritual bullfight.*
Blaud E. — *The national park of Switzerland.*
Bowley A. L. — *National Progress in wealth and trade: Since* 1882. London 1904.
Id. — *J. Y. Edgeworth's contribution to mathematical statistics.*
Boyd M. J. — *Preventive medecine.*
Brunet M. F. — *Stability of customs tariffs.* (League of nations).
The Ceylon Blue Book 1926.
Chase A. — *Easern Brazil through an agrostologists spectacly.* « Smithsonian Report », 1926.
Clark A. H. — *Fragrant butterflies.*
Columbia. — *With special reference to Cotton.*
Commentaries. — *The Norvegian programm for race hygiene.*
Commission of Labor and Statistics of Maryland. 1926, Annual Report, 1927, J. Knox Insley Commissioner.
Congress, Lectures, courses, conferences in Geneva, 1927.
Congress of the World Ligue Against Alcoholism. — Winona Lake, August 17-23, 1927.
Cooper J. M. — *Birth Control.*
Coville F. V. — *The effect of aluminium sulphate on rododendrons and other acid-soil plants.*
Dodd L. — *The convergence of general mean of measurement to the true value.*
Id. — *The convergence of general mean and the invariance of form of certain frequency functions.*
Id. — *The probability law for the intensity of a trial period, with data subject to the gaussian Law.*
Dublin L. — *Accidents accordings to origin of hazard.* « Proceedings of Casualty Actuarial Society », Vol. 9, pag. 364, May 1923.
Id. — *Anthropometric data.* 1923.
Id. — *Anthropometrie and mortality tables for Overweights. Chest girth in Relation to relative Spine Length.* « Association Life Insurance », October 1925.
Id. — *A Study of* 1153 *Cases of Scarlat Fever.* 1916 March.
Id. — *Birth Control.* « Social Hygiène », Vol. VI, n. 1.
Id. — *Cancer Mortality.* Among insured wage carners and their families, 1925.
Id. — *Contributions causes of death. Their importance and suggestions for their classification.* « American journal of Public Health », february 1924.
Id. — *County Health Organization in the United States.* « American Medical Association », June 1914.
Id. — *Discussion of Dr. W. J. Bell's Paper on Maternal Mortality.* 1923.
Id. — *Does Health Work Pay?* The Survey of May 15, 1923.
Id. — *Do height and weight tables indentify undernourished children?* 1923, New York.
Id. — *Factors in American Mortality.* « American Economic Review », Vol. VI, n. 3, 1916.
Id. — *Health of the Workers.* « Montly Labor Review », January 1925.
Id. — *Health Work pays.* 1925.

Id. — *Infant Mortality in fall river, Massachusetts. A survey of the mortality Among 833 Infants Born in June, July and August* 1913.
Id. — *Influenza mortality among earness and their families.* « American Journal of Public Health », Vol. IX, n. 10, October 1919.
Id. — *Mankind at the Crossroads by Edward East.* « American Statistical Association », June 1924.
Id. — *Mortality from external causes among industrial policy holders of the Metropolitan Life Insurance Company,* 1911-1916.
Id. — *Mortality from external causes among industrial policy holders of the Metropolitan Life Insurence Company,* 1911-1916. « Proceedings of the Society », Vol. V, part. I, n. 11.
Id. — *Mortality from malaria among wage earners with some observations on the malaria mortality experience of the General Population.* 1919.
Id. — *Mortality from organic diseases of the heath among wage earners,* 1911, *to* 1916. « Boston Medical and Surgical Journal », Vol. CLXXXIX, n. 13.
Id. — *Mortality from tubercolosis among wage earners* 1911, *to* 1924. « Journal of the outdoor life », September 1918.
Id. — *Mortality statistics of cancer among wage earners: With observations on the comparative incidence of the disease in the general population.* IX Mortality statistics of insured wage earnes and their families, 1919.
Id. — *Mortality of overweights according to Spine Length.*
Id. — *Mortality statistics of diabete among wage earness.* « Medical Record », October, 12, 1918.
Id. — *Occupational mortality experience of 94, 269 industrial workers.* « American Journal of public Health », Vol. 6, n. 7.
Id. — *On tre two rate of natural increase.* « Journal of the American Statistical Association », September 1925.
Id. — *Possibilities of reducing mortality at the higer age groups.* « American Public Health Association », 1913, September.
Id. — *Phisical Disability of New York City School Teachers.* « School year », 1914-15.
Id. — *Phisical Disability of New York City School Teachers.* « School and society », Vol. IV, n. 93, october 7, and n. 94, october 14, 1916.
Id. — *Recent changes in Negro mortality.* « National Conference of Social Work », 1924.
Id. — *Statistical aspects of the problem of organic heart disease.* « New York Journal of Medecine », November 1925.
Id. — *Shifting of occupations among industrial insurance policyholders.* « Monthly Labor Review », April 1924.
Id. — *Some problems of life extension.* « American medical Association », June 1914.
Id. — *Teaching nurses in training the uses and Value of Sickness Statistics.* « American Journal of Nursing », Vol. XVII, n. 22, September 1917.
Id — *The application of the statistical method to public health Research.* « American Journal of Public Health », Vol. 7, n. 1.
Id. — *The causes for the recent decline in Tubercolosis and the Outlook for the future.* « Metropolitan Life Insurance Company », 1923.

Id. — *The costs of tubercolosis.* « The American Review of Tubercolosis », Vol. V, n. 2, 1921.
Id. — *The effect of life conservation on the mortality of the Metropolitan Life Insurance Company.* 1914.
Id. — *The Excesses of Birth Control.* « Metropolitan Life Insurance Company », 1925.
Id. — *The fallacious propaganda for Birth Control.* « The Atlantic Monthly », february 1926.
Id. — *The full - time Health Officer and Rural Hygiene* 1913.
Id. — *The improvement and extension of the registration Area.* « American Statistical Association », June 1915.
Id. — *The improvement of Statistics of Cause of death through supplementary inquiries to physicians.* « American Statistical Association », June 1916.
Id. — *The incidence of Hearth desease in adults.* « New York Medical Journal », April 10, 1920.
Id. — *The insurability of Women* 1913.
Id. — *The interest of the community in cancer.* May 1916.
Id. — *The Higher education of women and race betterment.* « Eugenics in race and State », Vol. II, 1923.
Id. — *The mortality of Early Infancy.* « American Child Hygiene Association », October 13, 1922.
Id. — *The mortality of foreign race stocks.* « The Scientific monthly », January 1922.
Id. — *The mortality of race Stoks in Pennsylvania and New York.* « American Statistical Association », March 1920.
Id. — *The mortality Statistics of insured wage earness and their families.* « American Journal of physical Anthropology », Vol. III, n. 1, 1920.
Id. — *The possibility of extending Human Life.* 1922.
Id. — *The reduction in Mortality among colored policyholders* 1920.
Id. — *The registration of vital Statistics and good Business.* 1913.
Id. — *The trend of American Vitality.* « Popular Science Monthly », April, 1915.
Id. — *The reporting of disease. The next Step in life conservation.* « Association of life Insurance », Presidents, June 1915.
Id. — *The significance of the declining birth rate.* January II, 1918.
Id. — *The statistician and the population problem.* « American Statistical Association », December 1924.
Id. — *The trend of American Vitality.* « Popular Science Monthly », April 1915.
Id. — *The vital Statistics of Old Age.* « New York Med. Journal », May 19, 1917.
Id. — *Typhoid Fever and its sequelae.* « American Public Health Assoc. », 1914.
Id. — *Vital Statistic in relation to life Insurance* « Second Pan American Scientific Congress », Washington, December 1915.
Id. — *Vital Statistics. A study of the practice in municipal Health departments.* « American Journal of Public Health », Vol. XII, n. 9, September 1922.
Ellsworth B. W. — *The annalist index of business activity.*
Elston J. S. — *Mathematics for students of casualty actuarial science.*
Id. — *The development of life insurance in the United States during the last ten years.*
Fisher A. — *Triplet children in Great Britain and Ireland.*

FISHER I. — *A statistical method for measuring «Marginal utility» and testing the justice of a progressive income tax.*

ID. — *On the distribution of the error of an interpolated value and other construction of tables.*

ID. — *Studies in Crop variation* (from the journal of Agricoltural Science Vol. XVII, Part IV, October 1927).

ID. — *The actuarial treatment of official Birth Records.* (Estr. «The Eugenic Review»).

ID. — *The income concept in the Light of esperience.*

ID. — *Report of the President of the American Eugenics Society.*

ID. — *On some objections to mimicry teory: Statistical and Eugenic.*

FLESCHE LA. F. — *Omaha bow and Arrow makers.*

FLUX A. W. — *The Census of production.* «Journal of the Royal Statistical Society», Vol. LXXXVII, Part. III (May 1924).

FREETH J. A. — *H. Kamerlingh onnes,* 1853-1926.

GIORGIO R. — *An economic study of Italy before and during the war.*

GOWEN J. W. — *Genetics of breeding better dairy stock.*

ID. — *Judding of dairy cattle and some of its problems.*

ID. — *Studies on conformation in relation to milk producing capacity in cattle.*

ID. — *The size of the cow in relation to the size of her milk production.*

GOWEN J. and. WESTONS E. — *Mortar Strength, a problem of pratical statistics.*

GRINNEL J. — *Geography and evolution in the pocket Gophers of California.* «Smithsonian Report», 1926.

GROSS A. O. — *Barro Colorado Island biological station.* «Smithsonian Report», 1926.

KAREL ENGLIS. — *The budget for* 1927, 1928. Documenti e fonti della Tcecoslovacchia.

KEYNES J. M. — *A tract of monetary reform.*

KNIBBS G. — *Multiple births their characteristics and laws mathematically considered.* (From the «Journal and Proceedings of the Royal Society of New South Wales», Vol. LIX).

KUCZYNSKI R. R. — *American Loans to Germany.*

HALL R. — *The balance of international payments of the United States* in 1927.

HALLIDAY J. L. — (Medical Research Council). *An Industry into the relationship between ousing conditions and the incidence and fatality of measles.*

HANDBOOK OF THE AMERICAN STATISTICAL ASSOCIATION. 1926.

HARPER R. M. — *Ante-bellum census enumeration in Florida.*

ID. — *A simple measure of fecundity based on census figures.*

HOBBY W. H. — *The cause of earthquakes especially those of the eastern United States.*

HOTELLING H. — *Differential equations subject to error and population estimates.*

HOWARD L. O. — *The parasite element of natural control of injurious insects and is control by man.*

INTERNATIONAL COMPARISON ON THE BURDEN OF TAXATION.

J. MAC JALL R. — *Is food the limiting in population growth?*

JEANS J. H. — *The new outbook in cosmogony.*

JEWES J. W. — *The Katcina Altary in hopi worship.*

LABOR LAW. — *New York State.* Issued under the direction of James A. Hamilton.

Labour office Government of Bombay:
Inquire into middle class family budgets in Bombay City. 1927.
Report of en enquiry into deductions from wages or payments in respect of fines. 1927.
Report on en enquiry into middle class unemployment in the Bombay Presidency.
Latifi A. — *Effects of war on property.*
Layton W. I. and others. — *Britain Looks forward.* London, 1927.
League of Nations. — *Memorandum on Cotton.*
Id. — *Natural silk industry.* (International econ. Conference, Geneva, May 1927).
Lewis C. — *The international accounts.* 1927.
Lewis Rietz H. — *Mathematical statistics.*
Lewton F. L. — *Samuel Slater and the oldest Cotton machinery in America.*
Little A. D. — *The romance of carbon.*
Mac Guire C. — *Italy's international economic position,* 1927.
Marshall L. C. — *The collegiate school of business at Erehwon.*
Medical Research Council. — *Medical uses of radium,* 1926.
Id. — *Report of the medical Research Council for the year* 1926-27.
Id. — *Spirochaetal Jaundice,* by G. Buchanan.
Id. — *The prevention of diphteria,* by J. Graham Forles.
Id. — *The toxaemias of fregancy.*
Id. — *A study of some organic arsenical compounds,* etc.
Id. — *Child life investigations.*
Id. — *The reaction of culture media,* by S. R. Douglas, J. W. Eyre, P. P. Laidlaw and C. C. Wolf.
Mjöen A. — *Biological consequences of race.*
Id. — *The norvegian system for identification and protection of the individual.*
Millikan R. A. — *High frequency rays of cosmic origin.*
Miner J. R. — *The influence of winter climate on pulmonary tubercolosis in the United States.*
Missouri State Board of Health. — *Healthy-Happy woman hood* 1927.
Id. — *Keeping fit.*
Id. — *The facts about Veneral diseases.*
Id. — *The parent's part.*
Morgan T. H. — *William Bateson.*
National Wealth and Income. — *A report by the Federal trade Commission.* Refered to the Committee on Finance, 1926.
Neyman J. — *On the correlation of the mean and the variance in samples drawn from an «Infinite» population.*
Id. — *Further notes on non linear regression.* (Estr. di «Biometrica»).
Id. — *The method of E. Zalewski.*
Id. — *The theoretical basis of different methods of test in cereals.*
New South Wales. — *Statistical Register for* 1925-26: Part. I, II, III, IV, V, VI, VII: *factories and mines, trade, transport and communications, social condition, finance and local government, Rent, prices, wages and statistical review,* 1925-26. *Rural industries, and settlement and meteorology.*
Id. — *Statistical register for* 1925-26. Part. I: *Population, vital statistic and government. Rural industries and settlement.*

NEWTON E. H. — *Cold Light.* « Smithsonian Report », 1926.
OGBURN W. J. — *The great man versus social forces.*
OGBURN W. J. AND GOLDENWEISER. — *The social sciences and their interrelations.*
PEARL R. — *A biometric study of the relative cell volume of human, in normal and tuberculous males.*
ID. — *Alchool and longevity.*
ID. — *A synthetic food medium for the cultivation of drosophila.*
ID. — *Biometrical studies in Pathology.* (Archives of pathology and laboratory medecine, june 1927, vol. 3).
ID. — *Biometrical studies in Pathology.* Statistical characteristics of a population composed of necropsied persons.
ID. — *Experimental studies on the duration of life.*
ID. — *Notes on the growing of seedlings for physiological experimentation.*
ID. — *Symposium on growth in Health and disease.*
ID. — *The constitutional element in the etiology of pneumonia.*
ID. — *The constitutional factor in Break down of the respiratory system.*
ID. — *The graphic representation of relative variability.*
ID. — *The rate of living.*
ID. — *Vital statistics of the national academy of Sciences.* V. The growth of the Academy.
PEARSON E. S. — *The application of the theories of differential equations to the solution of problems connected with the interdependence of species.*
PITIRM A. SOROKIN. — *Impoverishment and the expansion of governmental control.* (American Sociological Society, Vol. XXXII, N. 2, september 1926).
ID. — *Leaders of labor and radical movements in the United States and foreign countries.*
ID. — *Russian Sociology in the twentieth century.* (American Sociological Society, Vol. XXXI, 1927).
ID. — *Social and historical process.* « Social forces », Vol. VI, n. 1, septem. 1927.
ID. — *Social mobility.*
POPLAVSKY J. A. — *Current observation in economics of transportation.*
POPONOE P. — *Changes in administration.*
ID. — *Economic and social status of the sterilized-insane.*
ID. — *Eugenic sterilization in California,* 3 Vols. (Reprinted from the Journal of Social Hygiène, Vol XII, N. 6).
ID. — *Success on parole after sterilization.*
PROCEEDINGS OF THE NORTHWESTERN UNIVERSITY CONFERENCE ON BUSINESS EDUCATION. 1927.
REDMOND & C. — *Wealth-World Economics* 1926 New York.
REPORT of the Agent General for reparation payments, June 10, 1927.
ROMANOWSKY U. — *Généralisation d'une inégalité de A. Markoff.* (Calcul des probabilités).
ID. — *On the distribution of the regression coefficient in samples from normal population.*
ID. — *On the moments of standard deviations and of correlation coefficient in samples from normal population.* (Estr. « Metron », Vol. V, N. 4, 31-XII-1925).
ID. — *On the moments of the hypergeometrical series.*
ID. — *Sur une méthode d'interpolation de Tchebycheff.*

Rudeau L. — *Escursions on the plancts.*
Sanger M. — *International Aspects of Birth Control.* New York, 1925.
Id. — *Religious and Ethical Aspects of Birth Control.* New York, 1926.
Schwartz G. L. — *Output, employment and wage in industry in the United Kingdom,* 1924.
Seligman E. R. A. — *The economics of instalment selling.* A study in consumer's credit with special reference to the automobile. Vol. II.
Sisto J. A. & C. *Italian Stoks* 1922.
Starzynski S. — *Polish Economic, conditions in* 1926. Warsavia, 1927.
State of New York. — *Annual Report of the Industrial Commissioner for the Iffielve months ended june* 30-1927.
Statistical abstract *of the United States,* 1926.
The Dignity of Partuership. — *A plea for greater respect to the human element in industry.*
The Division of Child Hygiene. — *Infant Care for little mother's club. Health song and plays for children.*
Id. — *The care of the baby.*
The Ligue of red Cross Service. 1927.
Ten Years of Soviet power in figures. 1917-1927. (Central Statistical Board).
The new Encyclopaedia Britannica. (Prospectus, 13th edition).
The Official Year Book of New South Wales. 1926-27, Part. V, and VI.
The Social Science Research Council. — Annual Report, 1927.
The Standard of Living and Food Consumption in Italy. 1927.
Thornton H. G. and Fisher R. A. — *On the existence of daily changes in the bacterial numbers in American soil.*
Ttransaction. — *Actuarial society of America.* N. 77, May 1927.
Turner L. J. B. — *Handbook of commercial and general information for Ceylon.* 1926.
Ungarian Italian Bank. — Bulletin N. 5, May 1927.
U. S. A. Department of Commerce: Bureau of the Census. — *Data on Indian population in the United States and Alaska.*
Id. — *Financial statistics of cities having a population of over* 30.000. 1925.
Id. — *Financial statistics of states* 1926.
Id. — *Indian population in the United States and Alaska* 1910.
Id. — *Marriage and divorce* 1924.
Id. — *Mortality statistics,* 1925.
Id. — *Statistics for industry, states and cities.* Census of manufactures, 1923; 1925.
Id. — *Stock of tobaco,* 1926.
Id. — *United States Census of agriculture,* 1925. (Missisippi).
Id. — *United States Census of agriculture,* 1926.
Id. — *Wealth, public debt, and taxation* 1922. Estimated national Wealth.
U. S. A. Department of Labor. — *Building permits in the principal cities of the United States in* 1926.
Id. — *Decisions of courts and opinions affecting labor.* 1926, N. 449.
Id. — *Labor Legislation* 1926.
Id. — *Proceedings of the thirteenth annual convention of the association of governmental labor official of the United States and Canadà* N. 429.
Id. — *Productivity of Labor in the glass industry.* N. 441.

Id. — *Record of industrial accidents in the United States to* 1925, *N.* 425.
Id. — *Retail prices* 1890 *to* 1926.
Id. — *Revised index numbers of wholesale prices* 1923 *to july* 1927, N. 453.
Id. — *Trade agreements* 1926, N. 448.
Id. — *Wages and hours of Labor in cotton-goods manufacturing* 1910 *to* 1926.
Id. — *Wages and hours of Labor in the slaughtering and meat-packing industry* 1925. N. 421.
Id. — *Wages, hours and productivity in the pottery industry,* 1925.
Id. — *Wages and hours of Labor in the iron and steel industry,* 1907 *to* 1926.
Id. — *Wages and hours of Labor in the boot and shoe industry,* 1907 *to* 1926.
Id. — *Wages and hours of Labor in the motor vehicle industry,* 1925.
Id. — *Wages and hours of Labor in the hosiery and underwear industries,* 1907 *to* 1926.
Id. — *Wages and hours of Labor in woolen and worsted good manufacturing,* 1910 *to* 1926. N. 443.
Id. — *Wholesale prices* 1890 *to* 1926. N. 440.
Id. — *Workmen's compensation legislation of the United States and Canadà as for july* 1926.
U. S. A. — *Commerce Year Book* 1926. Vol. II, Foreign Countries.
U. S. A. — *Birth, Stillbirth and infant mortality statistics.* 1925.
U. S. A. — *Year Book of Agriculture.* 1926.
Wiesner J. e Karel Ficek. — *Education for business in Czecoslovakia.*
Wishart J. — *On errors in the multiple correlation coefficient due to randon sampling.*
Wicksell S. D. — *Sex proportion and parental age.*
Woods Adam. — *Is the human mond still evolving?* « Journal of Heredity », Vol. XVIII, N. 7, July 1927.
Workmen's Compensation Law. — *New York State.* August 1927.

Annuario del comercio exterior de la Republica Argentina. Año 1926.
Annuario democraphico do Estado de Sao Paulo. 1926.
Annuario estadistico do Estado do Rio Grande do Sul. (Brasil), Anno de 1925.
Annuario estadistico de la Republica Oriental del Uruguay. — Tomo II, Part. III. Censo general de la Republica en 1908.
Aznar S. — *La familia como institucion basica de la sociedad.* 1927.
Barboza M. F. — *A prosperidade Economica de Bahia.* 1926.
Comercio exterior do Brasil. — *Movimento marittimo, movimento bancario. Janero a dezembro* 1921, 1922, 1923, 1924, 1925.
XIII Conferencia parlamentar internacional do commercio. — *Os accordos Industriaes e Commerciaes a these a distribuiçao de materias primas.*
Direccion General de Estadistica. — *Censo de población de la Republica de Chile levantado el* 15 *de diciembre de* 1920.
Direccion General de Estadistica de Costa Rica. — *Anuario estadistico,* Año 1925, Tomo vigesimonoveno.
Direccion General de Trabajo y Accion social. — *Estadistica de los accidentes del trabajo acurridos en los años* 1923 *y* 1924. (Spagna).
Directoria Geral de Estadistica. — *Recenseamento do Brazil realizado en* 1° *de setembro de* 1920.

Id. — *Relatorios presentados ao Dr. Miguel Calmon du Pin e Almeida.*
Id. — *Census das industrias.*
Estadistica *de los salarios y journadas de trabajo referida al periodo* 1914-25.
Flores de Lemus A. — *Sobre una direccion fundamental de la produccion rural española* 1926.
Informe *de la Comission de estudio del Credito Hipotecario.* Ministero de Hacienda de la Nacion 30 de diciembre 1924.
Mexico. — *Memoria de la prima reunión Nacional de Estadistica,* 1927.
Ministero de Agricoltura Industria e Commercio do Brasil. — Anno de 1923.
Navarro Salvador E. — *La mortalidad Infantil Año* 1859 *e* 1921.
Preços das terras de cultura no Brasil. (Extrahido de « Aspectos da Economia Rural Brasileira »).
Republica de Guatemala. — *Ministero de Fomento* - Direccion General de Estadistica - *Censo de la poblacion de la republica levantado el 28 de agosto de* 1921, 4° Censo, part. I.
Salario de trabalhadores ruraes no Brasil. (Extrahido de « Aspectos da Economia Rural Brasileira »).
Servicio Sanitario do Estado do Sao Paulo. — *Annuario demographico,* Anno XXXII, 1925, Vol. I: Capital, Vol. II.
Anuarul statistic al Romaniei (1926). — (Annuaire statistique de la Roumanie).
Institutul de Statistica Generala a Statului. — (Statistique des prix en 1926). Bucarest, 1927.
Statistique des Sociétés par action en Roumanie pour l'année 1926; pour l'année 1927 (d'après les bilans fermés à la fin de l'année 1926).
Statistique Minière de la Roumanie. — Pour l'année 1926.
Norges officielle statistikk. — *Annuaire de l'administration générale des prisons,* 1924.
Id. — *Annuaire des chemins de fer Norvégiens,* 1925-26.
Id. — *Annuaire statistique de la Norvège 46.ième année* 1926 *et* 27.
Id. — *Assurances privées en Norvège pendant les années* 1913-1925.
Id. — *Assurance maladie pour l'année* 1926.
Id. — *Ecoles professionnelles,* 1926.
Id. — *Entreprise publique, Conventions collectives et conflits du travail en* 1926.
Id. — *Finances de l'Etat pour les exercices* 1913-14 - 1928-29.
Id. — *Finances des communes pendant l'année* 1924-25.
Id. — *Gages et salaires,* 1927.
Id. — *Grandes pêches maritimes,* 1926.
Id. — *L'industrie laitière de la Norvège en* 1925.
Id. — *Mouvement de la population pendant l'année* 1924.
Id. — *Mouvement de la population pendant l'année* 1927.
Id. — *Plebiscite du* 18 *octobre* 1926 *pour la prohibition des spiritueux.*
Id. — *Rapport sur l'état sanitaire et médical pour l'année* 1923.
Id. — *Rapport sur l'état sanitaire et médical pour l'année* 1924.
Id. — *Rapport sur les lépreux en Norvège pour les années* 1921-25.
Id. — *Recensement de sylviculture,* 1926
Id. — *Salaires des ouvriers agricoles,* 1926-27.
Id. — *Service vétérinaire civil,* 1925.
Id. — *Société d'assurance,* 1925. Rapport du Conseil d'assurance.

Id. — *Société d'assurance,* 1926. Rapport du Conseil d'assurance.
Id. — *Statistique concernant le traitement des enfants moralement abbandonnés,* 1925 *et* 26.
Id. — *Statistique de la criminalité pour les années* 1923 *et* 1924. Aperçu général de la criminalité pendant les années 1905-1924.
Id. — *Statistique de la navigation de la Norvège pendant l'année* 1925.
Id. — *Statistique de la navigation de la Norvège pendant l'année* 1926.
Id. — *Statistique de l'instruction publique pour l'année* 1924-25.
Id. — *Statistique des banques privées par actions pour l'année* 1926.
Id. — *Statistique des caisses d'épargne pour l'année* 1926.
Id. — *Statistique des hospices d'aliénés pour l'année* 1926.
Id. — *Statistique des mines et usines en Norvège en* 1926.
Id. — *Statistique des télégraphes et des téléphones de l'Etat de Norvège pour l'année financière* 1921-1925.
Id. — *Statistique du commerce de la Norvège pendant l'année* 1926.
Id. — *Statistique industrielle de la Norvège pour l'année* 1925.
Id. — *Statistique industrielle de la Norvège pour l'année* 1926.
IId. — *Statistique Postale pour l'année* 1926.
Id. — *Superficies agricoles et élevage du bétail de l'année* 1926. Recensement representatif.
Id. *Superficies agricoles et élevage du bétail de l'année* 1927; Recensement représentatif.
U. R. S. S. — *Characteristics from the productional stand point of the various groups of peasant farms in the flax districts of U. R. S. S.*
Mischaykoff D. — *Aperçu critique et historique sur l'essence scientifique de la statistique.*
Id. — *Enquêtes économiques sur le Phare d'Adrianople et de la mer Egée.*
Id. — *Le rôle scientifique de la méthode statistique dans les sciences sociales.*
Id. — *Les société par actions à l'étranger et chez nous.*
Id. — *L'état économique et financier de la Bulgarie.*
Population de .'U. R. S. S. — *Recensement de la population du 17 décembre* 1926.
The conjoncture Institute. — L. M. Kovalskaya. *The purchasing power of cereals in connection with the general fluctuations of economic conditions.* Mosca, 1927.
Id. — *The summation of random causes as the source of cyclic processes.* (Accompanied by english summary).
Statistisk Arsbok för Sverige. — (Annuario statistico della Svezia), 14° anno, 1927. Pubblicato dall'Ufficio Centrale di Statistica.

Agriculture en Estonie. — Album statistique 1926.
Annuaire statistique de Finlande. 1927.
Annuaire statistique des Pays-Bas. 1927.
Banca Nazionale d'Albania. — Relazione sul bilancio al 31 dicembre 1926.
Buereau de statistique de l'Etat Letton. — *Annuaire statistique pour l'année* 1926.
Id. — *Commerce extérieur et transit de la Lettonie* 1926.
Id. — *Etat de l'Agriculture en Lettonie de* 1920 *a* 1927.
Id. — *Les sociétés anonymes* 1924-1926.

Impôt *sur le reveuu et impôt spécial sur les traitements plus élevés en Bohême, Moravie et en Silésie au cours des année* 1914-1918.

Saile Tivadar Antal. — *Influence de Joseph de Körösy sur l'évolution de la statistique.* Suivie d'un résumé français.

Società per lo sviluppo economico dell'Albania. — *Relazione sul bilancio al* 31 *dicembre* 1926, presentata all'Assemblea generale degli azionisti del 27 aprile 1927.

Statistique de l'Islande. — *Statistique de l'Agriculture en* 1924.

Id. — *Statistique de la pêche et de la chasse aux phoques et de l'oisellerie en* 1923.

Topi Kallio. — *Köyhien Lasten Huolto.*

Id. — *Palvelijapolitükasta suomessa.*

Id. — *Rautateiden suunnat viennin kannalta ja valtion tulot suomessa.*

Pubblicazioni ricevute - Publications reçues
Publications received - Erhaltene Veröffentlichungen

Periodici - Périodiques - Periodicals - Zeitschriften

Acque e trasporti. — Rivista mensile: n. 4, aprile, 1928.

R. Ambasciata d'Italia a Washington. — La situazione economica degli Stati Uniti durante i mesi di aprile, maggio, giugno, agosto, 1927.

Annali di economia. — Vol. III, n. 1 e 2. Gennaio 1927,

Assistenza e servizio sociale di fabbrica. — Supplemento al « Giornale della Domenica »: n. 10, 15 giugno; n. 13, 15 agosto.

Atti della R. Accademia dei Georgofili. — Anno 174°; Dispensa 1ª e 2ª; Gennaio-aprile 1927: Supplemento alla dispensa 1ª e 2ª; dispensa 3ª e 4ª, luglio-ottobre 1927, Anno 175°, gennaio-aprile 1928, dispensa 1ª e 2ª.

Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. — Anno accademico 1926-27: dispensa 9ª, dispensa 10ª; Anno accademico 1927-28, Tomo LXXXVII, dispensa 1ª, 2ª, 3ª, 4ª, 5ª, 6ª, 7ª.

Banca Nazionale dell'Agricoltura. — Rassegna quindicinale: Anno 1927; n. 12 15, 16, 18, 19, 20, 22, 23; Anno 1928: n. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15.

Consiglio Provinciale dell'Economia di Bergamo. — Bollettino ufficiale: maggio 1927

Bollettino del Consiglio Provinciale di Alessandria. — Anno 1928: febbraio, marzo.

Bollettino del Consiglio Provinciale di Arezzo. — 1928, febbraio. Listino dei prezzi n. 13, 15, 16, 18, 19.

Bollettino del Consiglio Provinciale di Bergamo. — Anno 1927, maggio.

Bollettino del Consiglio Provinciale di Cremona. — Il Commercio, n. 29, luglio 1927.

Bollettino del Consiglio provinciale di Firenze. — Anno 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile.

Bollettino mensile del costo della vita: Anno 1927: maggio, giugno, luglio, agosto, dicembre.

Bollettino del Consiglio provinciale di Livorno. — Anno 1927: aprile, giugno, agosto, novembre, dicembre; Anno 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio.

Prezzo corrente delle merci sulla piazza di Livorno: Anno 1927: n. 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15.
Anno 1928: n. 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15.

Bollettino della Federazione Nazionale Fascista delle Imprese Assicuratrici. — Bollettino quindicinale, Anno 1928: n. 1, 2, 3, 4.

Bollettino della Laniera. — Rivista mensile, Anno 1927: maggio, giugno, luglio, agosto, settembre, ottobre, novembre, dicembre; Anno 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio, giugno.

Bollettino della Laniera. — Rivista settimanale, Anno 1927: n. 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52. Anno 1928: n. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28.

Bollettino dell'Associazione Mineraria Italiana. — Gennaio-febbraio 1926, fasc. 1 e 2.

Bollettino della Società Italiana di Biologia Sperimentale. — Giugno 1927, fasc. VI, vol. II.

Bollettino del Lavoro e della Previdenza Sociale. — Anno 1927: gennaio aprile, maggio, giugno, luglio-agosto, settembre-ottobre, novembre. Anno 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile.

Bollettino dell'Istituto Statistico Economico. — Anno III, 1927, n. 5-6, 7-8, 9-10, 11-12; anno 1928, n. 1-2, 3-4, 5-6.

Bollettino di Notizie Economiche. — Anno 1927, n. 4, 5, 6, 7-8, 9-10, 11-12; anno 1928, n. 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Bollettino di Statistica Agraria e Commerciale. — Istituto Internazionale di Agricoltura. Anno 1927: maggio, giugno, luglio, agosto, ottobre, dicembre; anno 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio, giugno, luglio.

Bollettino di Statistica e Legislazione Comparata. — Anno XXIV, Fasc. IV 1925-26; Anno XXV, fasc. I, 1926-27.

Bollettino economico quindicinale dell'Argentina. — Anno 1928, n. 3, 5, 6, 7.

Bologna. — Rivista del Comune di Bologna, anno 1928, marzo.

Capitolium. — Rassegna mensile di attività municipale. Anno 1926, n. 5, agosto.

Camera di Commercio e Industria di Forlì. — Anno 1927, listino dei prezzi, n. 20, 28.

Camera di Commercio e Industria di Napoli. — Lineamenti di vita economica in Italia e nella Campania, anno 1927, gennaio, febbraio.

Camera di Commercio e Industria di Palermo. — Città di Palermo, Bollettino mensile del costo della vita; novembre, 1926.

Camera di Commercio e Industria di Parma. — Mercuriali della C. C. I. Anno 1927, n. 13, 15, 23, 28; anno 1928, n. 3.

Camera di Commercio e Industria di Rovereto. — Bollettino di luglio 1927, n. 7.

Camera di Commercio e Industria di Udine. — Bollettino: anno 1927; giugno, luglio, agosto, settembre, ottobre, novembre, dicembre, anno 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile.

Confederazione Generale Enti Autarchici. — Bollettino statistico mensile: anno 1927, n. 4, 6. Bollettino amministrativo, anno 1928, n. 1.

Consiglio Provinciale dell'Economia di Messina. — Rivista mensile anno 1928, n. 1.

Consiglio Provinciale dell'Economia di Milano. — Listino dei prezzi: anno 1927, dal n. 21 completo; anno 1928 dal n. 1 al n. 30.

Numeri indici settimanali di borsa: anno 1927, dal 3 ottobre al 31 dicembre; anno 1928 dal 2 gennaio, al 2 luglio.

Numeri indici settimanali dei prezzi all'ingrosso in Italia, Francia, Inghilterra, Germania ed America; anno 1928 dalla prima settimana di gennaio alla quarta settimana di luglio.

Bollettino statistico dei dissesti: anno 1927, luglio, agosto, settembre, ottobre, novembre, dicembre; anno 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio.

Difesa Sociale. — Anno 1927: maggio, giugno, luglio, agosto, settembre, ottobre, novembre, dicembre.

Echi e Commenti. — Anno 1927 completo; anno 1928: n. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24.

Economia. — Vol. IX, n. 7, 8-9, 10, 12; Vol. X, n. 3, 4-5, 6; Vol. XI, n. 7; Vol. XII, n. 11, 12.

Nuova serie, Vol. I, n. 1, 2-3, 4, 5, 6, 7.

Educazione Fascista. — Rivista mensile di cultura politica, anno V, n. 1, 2.

Esperienza Cooperativa. — Anno I, n. 1, settembre, 1917.

Firenze. (Comune di) — Bollettino statistico, anno 1927, 1° trimestre, 2° trimestre, 3° trimestre.

Bollettino mensile statistico Amministrativo: anno 1928, gennaio.

Finanza locale. — Anno 1927: maggio, giugno, luglio, agosto, settembre, ottobre, novembre, dicembre; anno 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio.

Gazzetta delle Assicurazioni. — Anno 1928, n. 139; 31 maggio, 10 giugno.

Giornale degli economisti e Rivista di Statistica. — Anno 1925: gennaio, maggio; anno 1927: marzo, aprile, maggio, giugno, luglio, agosto, settembre, dicembre; anno 1928: febbraio, marzo, aprile, maggio, giugno.

Giornale di Agricoltura della Domenica. — Anno 1927: n. 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 51, 52; anno 1928, n. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Giornale di Matematica Finanziaria. — Anno IX, Vol. IX, n. 2, aprile 1927; giugno-ottobre, n. 3-4 e 5, 1927.

I Figli d'Italia. — Anno III. Anno 1927, ottobre, novembre, dicembre; Anno 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio.

Il Diritto del lavoro. — Anno 1927, marzo-aprile, maggio, luglio-agosto; anno 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio.

Il Giornale Economico. — Anno 1927, n. 3-4, 5-6, 7-8, 9-10, 11-12, 13-14, 15-16, 17-18, 19-20, 21-22, 23-24; anno 1928: n. 1-2, 3-4, 5-6.

Il Politecnico. — Gennaio 1928, n. 1.

Il progresso Sociale del Mezzogiorno. — Anno 1927, n. 7, 8.

I Problemi del Lavoro. — Anno 1927, n. 4, luglio; n. 5, agosto.

Indici del Movimento Economico Italiano. — Anno 1926, fasc. 1, 2, 3, 4. Anno II, 1927, fasc. 1, 2, 3, 4; Anno III, 1928, fasc. 1, 2.

Israel. — Corriere Israelitico; n. 47, Anno XII.

Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia.

Bollettino mensile di Statistica dell'Istituto Centrale di Statistica; Anno 1926: novembre, dicembre; Anno 1927, completo 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio, giugno, luglio.

Bollettino quindicinale dei prezzi: Anno 1927: dal luglio 1927 al dicembre. Anno 1928, dal gennaio al luglio 1928; Bollettino di statistica agraria e forestale.

Compendio statistico per l'anno 1927.

La Cooperazione di Consumo. — Dicembre, 1926.

La Marina Italiana. — Anno 1927: giugno, luglio, agosto, settembre, ottobre, novembre, dicembre; Anno 1928: febbraio, marzo, aprile, maggio, giugno.

La Rassegna di Ostetricia e Ginecologia. — Anno 1927: aprile, maggio, giugno, luglio, agosto, settembre, ottobre, dicembre; Anno 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio.

La Riforma Medica. — Anno 1928, marzo.

La Riforma Sociale. — Anno 1927: luglio-agosto, settembre-ottobre, novembre-dicembre; Anno 1928: gennaio-febbraio, marzo-aprile, maggio-giugno;

La Scuola Nazionale. — Anno 1928: 15 febbraio, 1° marzo, n. 7-8.

La Somalia Italiana. — Anno 1927: Marzo, aprile, agosto, ottobre, dicembre.

L'Assistenza Sociale nell'Industria. — Anno 1927: settembre- ottobre, n. II-III; Anno 1928, marzo- aprile.

La Stirpe. — Anno 1927: maggio, giugno, luglio, agosto, settembre, ottobre, novembre, dicembre; Anno 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio, giugno.

La Vita Italiana. — Anno 1927: giugno, luglio, ottobre, novembre, dicembre; Anno 1928: febbraio, marzo, aprile, maggio, giugno.

Le Assicurazioni Sociali. — Anno III, n. 3, 4, 5; Anno IV, n. 1.

L'Esplorazione Commerciale. — Rassegna bimestrale. Anno XLII, n. 8-10, agosto-ottobre 1927.

L'Esportatore Italiano. — Anno 1927: maggio, giugno, luglio, agosto, settembre, ottobre, novembre, dicembre; Anno 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio, giugno, luglio

Le Vie d'Italia. — Rivista mensile del Touring Club Italiano, Anno 1927: settembre, ottobre; Anno 1928: gennaio, febbraio.

L'Italia Agricola. — N. 12, dicembre, 1926.

L'Italia che scrive. — Anno 1927: giugno, luglio, agosto, settembre, ottobre, novembre, dicembre; Anno 1928: n. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

L'Italia e il Mondo. — Rassegna delle migrazioni, Anno 1927: maggio, luglio, agosto, settembre, ottobre, dicembre. Anno 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio.

L'Organizzazione Industriale. — Anno 1927: n. 13, 18, 19; Anno 1928: n. 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14.

L'Organizzazione Scientifica del Lavoro. — Anno 1927: gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio, giugno, agosto, ottobre, dicembre; Anno 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio.

L'Ufficio Moderno. — Rivista mensile dei sistemi moderni di organizzazione, Anno 1928, n. 2, 3, 5, 6.

L'Unione Industriale. — Rivista mensile, Anno 1928, n. 3, marzo.

Massimario di Giurisprudenza per l'Impiego Privato. — Anno III, 1927, n. 8-9-10, 11-12; Anno 1928, n. 1-2, 3, 4, 5.

Maternità ed Infanzia. — 1928, gennaio.

Ministero delle Comunicazioni. — Bollettino ufficiale 1927-1928; Bollettino statistico: giugno, luglio, agosto, settembre, ottobre, novembre, dicembre, 1927; gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio, giugno, luglio 1928.

Ministero delle Corporazioni. — Bollettino ufficiale: Anno 1927: maggio, giugno, luglio, settembre, ottobre-novembre; Anno 1928 marzo.

Ministero degli Esteri. — Bollettino dell'Emigrazione: Anno 1927: maggio. giugno, luglio, agosto, settembre, ottobre, novembre, dicembre; Anno 1928, n. 1.

Bollettino di Legislazione doganale e commerciale, Anno 45°, aprile, 1928.

Ministero dell'Economia Nazionale. — Notizie periodiche di Statistica Agraria, Anno 1927, fasc. 4°.

Atti del Consiglio Superiore dell'Economia, Sessione VI, aprile, 1927.

Ministero delle Finanze. — Conto riassuntivo del Tesoro: Anno 1927: luglio, agosto, settembre, ottobre, novembre, dicembre; Anno 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio, giugno, luglio.

Statistica del Commercio speciale di importazione e di esportazione: Anno 1927, completo; Anno 1928, dal gennaio al luglio.

Bollettino Ufficiale della Direzione del Demanio e delle Tasse, Anno 1927 completo; Anno 1928 dal gennaio al luglio.

Statistica delle imposte di fabbricazione: Anno 1927, dal gennaio al Dicembre 1927; Anno 1928, dal gennaio al giugno 1928.

Movimento Commerciale nel Regno d'Italia nell'anno 1925.

Relazione dimostrativa dello stato e dell'andamento dei lavori catastali dal 1° luglio 1926 al 30 giugno 1927.

Ministero dell'Interno. — Estratti della Gazzetta Ufficiale: Anno 1927, completo; Anno 1928 dal gennaio al luglio.

Bollettino delle malattie infettive del Regno, Anno 1927, dal numero 16 al n. 52: Anno 1928 dal n. 1 al n. 20.

Ministero della Pubblica Istruzione. — Bollettino ufficiale: Anno 1927, completo. Anno 1928; dal gennaio al luglio.

Ministero dei Lavori Pubblici. — Bollettino Statistico dei Lavori Pubblici: Anno 1927: luglio, agosto, settembre, ottobre, novembre, dicembre; Anno 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio, giugno, luglio.

Le derivazioni di acque pubbliche, Anno 1923.

Napoli. — Bollettino mensile del R. Commissariato del Porto, Anno 1928, gennaio-maggio.

Notiziario Economico quindicinale dell'Argentina. — Anno 1928: n. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.

Nuovi studi di Diritto Economia e Politica. — Vol. 1 novembre 1927, fasc. 1°; Anno 1928: gennaio, febbraio, marzo.

Politica. — Anno 1927: febbraio, aprile, giugno, Anno 1928: febbraio, aprile.

Problemi Siciliani. — Rivista mensile, Anno 1927: giugno, luglio, agosto, settembre, ottobre, novembre, dicembre; Anno 1926: gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio, giugno, luglio, agosto.

Primo Congresso Nazionale di Scienza delle Assicurazioni. — Bollettino n. 1.

Rassegna delle Assicurazioni. — Anno 1927: giugno-luglio, ottobre, novembre-dicembre; Anno 1928: gennaio, febbraio, marzo.

Rassegna della Previdenza Sociale. — Anno 1927: aprile-maggio, giugno, luglio, agosto, settembre, ottobre, novembre, dicembre; Anno 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio, giugno.

Rassegna degli studi Sessuali e di Eugenica. — Anno 1927: gennaio-aprile, maggio-luglio, agosto-novembre, dicembre; Anno 1928: gennaio-marzo, n. 1.

Rassegna economica dell'Abruzzo Teramano. — Anno 1927: aprile maggio, giugno, luglio, agosto, novembre, dicembre.

Rassegna Internazionale di Agronomia. — 1926, Vol. IV.

Ravenna. — Il Comune di Ravenna giugno, luglio, novembre, 1927.

Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo. — Tomo L, settembre-

dicembre 1926; Tomo LI. gennaio-aprile, maggio-agosto, settembre-dicembre 1927; Tomo LII, gennaio-aprile 1928.

Rendiconti del Reale Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti. — Serie II Vol. LX. fasc. VI-X, XI-XV, n. 1, 2, 3, 4, 5, 6, XVI-XX; Vol. LXI, fasc. I-V.

Rivista Bancaria. — Anno 1927, n. 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12; Anno 1928.

Rivista Geografica Italiana, — Annata XXXIV, fasc. IV-V, VI, IX, XI-XII.

Rivista d'amministrazione e Finanza. — Anno 1927: maggio, giugno, luglio, agosto, settembre, ottobre, novembre, dicembre; Anno 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio, giugno.

Rivista delle Assicurazioni. — Anno 1927, aprile-maggio, giugno-luglio, agosto-settembre, ottobre; Anno 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio, giugno.

Rivista delle Colonie Italiane. — Anno 1928, n. 1, gennaio-febbraio.

Rivista delle Comunicazioni Ferroviarie. — Anno III, 1927, completo; Anno 1928 dal gennaio al giugno.

Rivista dei Trasporti. Anno 1927: settembre, ottobre, novembre.

Rivista del Diritto Commerciale. — Anno 1927, n. 4-5, 6-7, 8-9, 10, 11-12; Anno 1928: n. 1-2, 3-4, 5-6.

Rivista di Diritto Agrario. — Anno 1927, n. 4-5-6, 7-8-9, 10-11-12; Anno 1928: Gennaio-marzo, n. 1-2, 3.

Rivista di Diritto del Lavoro. — Anno 1927: marzo-aprile, maggio-giugno, settembre-ottobre, novembre-dicembre.

Rivista di Economia Finanziaria. — Anno 1927: agosto, novembre, dicembre.

Rivista di Politica Economica. — Anno 1927; Gennaio, maggio, giugno, luglio, agosto, settembre, ottobre, novembre, dicembre; Anno 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio, giugno.

Rivista di Sociologia. — Anno 1, 1927, luglio-agosto; Anno 1928 gennaio, febbraio.

Rivista Mensile. — Anno 1927: n. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. Anno 1928: n. 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Scientia. — Vol. XVI, 1-2, 9-10, 11-12, 1927; Vol. XLIII, 1-III; 1928.

Sentinella Agricola. — Cremona, 11 agosto, 1927.

Società delle Nazioni. — Bollettino mensile, Anno 1927: maggio, giugno, luglio, agosto, settembre, ottobre, novembre, dicembre. Anno 1928: gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio.

Società Reale Mutua di Assicurazioni. — Bollettino n. 8, 9, 10, 11, 12, per l'anno 1927; Anno 1928: febbraio.

Studi Senesi. — Vol. XLI, fasc. 1, 2, 3, 4, 5, Vol. XLII, fasc. 1, 2.

Trieste. — (Municipio di). Numeri indici del costo della vita, febbraio, agosto, 1927.

Valorizzazione del lavoro. — Rivista mensile, Anno 1°, n. 1.

Vita nuova. — Periodico mensile dell'Istituto G. Ferraris, Supplemento al n. 9 del febbraio 1928.

Venezia. — Rivista della città di Venezia - Anno 1927: aprile, maggio, giugno, luglio, ottobre, novembre, dicembre; Anno 1928: gennaio.

Banque Hongroise — Italienne. - S. A. Budapest. Bulletin mensuel n. 10, année 1927.

Bulletin de la Banque Nationale de Tchecoslovaquie. — Prague, année 1927: n. 11, 13, Année 1928: n. 18, 19, 20.

Bulletin de la Statistique générale de la France. — Année 1927: avril-juin, juillet-septembre, octobre-décembre; Année 1928: janvier-mars, avril-juin.

Bulletin de Statistique de la République Tchecoslovaque. — Année VIII, 1927: cahier 7-8, juillet, 9-10 septembre; Année XI, cahier 1-3, janvier, 4-5 avril 1928.

Bulletin d'information. — Organe de la Société pour les relations culturelles entre l'U. R. S. S. et l'étranger: Année 1927, n. de 11 à 52; Année 1928, n 1 à 25

Bulletin Economique de l'Institut Central des Sociétés Financières — Budapest, Année 1926, n 2, 3.

Bulletin de la Statistique générale de la France — Année 1927: avril-juin, juillet-septembre, octobre-décembre; Année 1928: janvier-mars, avril-juin

Bulletin mensuel de l'office permanant de l'Institut International de Statistique — Année 1927, mai, juin, juillet, août, septembre, octobre, novembre, décembre; Année 1928: janvier, février, mars, avril, mai, juin

Bulletin mensuel de Statistique de la Société des Nations — Année 1927: mai, juin, juillet, août, septembre, octobre, novembre, décembre; Année 1928: janvier, février, mars, avril, mai, juin, juillet

Bulletin mensuel de Statistique du Royaume de Bulgarie — année 1927: n 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12; Année 1928: n. 1-2, 3-4, 5.

Bulletin trimestriel de l'Institut des Actuaires Français. — n. 128, mars, 1927.

Bureau International du Travail.

Bibliographie d'Hygiène Industrielle. — Vol. II, n. 7, septembre-décembre.

Bulletin officiel. — Année 1927: 31 juillet, n. 3; 15 novembre, n. 4; Année 1928, n. 1, Vol. XIII, n. 2.

Chronique mensuelle des migrations. — Année 1927: n. 7, 8, 9, 10, 11, 12; Année 1928: janvier, février, mars, avril, mai.

Chronique de la sécurité industrielle. — Année 1927: janvier-février, mars-avril, mai-juin, juillet-août, septembre-octobre,

novembre-décembre; Année 1928: janvier-février, mars-avril, mai-juin.

Hygiène du travail. — Année 1926: fasc. de 66 à 84; Année 1927: fasc. de 84 à 128; Année 1928: fasc. de 129 à 155.

Informations sociales. — Année 1927 au complet; Année 1928: Vol. XV, n. de 1 à 13, Vol. XVI, n. de 1 à 13, Vol. XVII, n. 1, 2, 3, 4, 5.

Notice bibliographique. — Année 1927: janvier, février, mars, avril, mai, juin, juillet, août, septembre, octobre, novembre, décembre; Année 1928: janvier, février, mars, avril, mai, juin, juillet.

Série Législative. — Cahier: Année 1927: juillet, août, septembre, octobre, novembre, décembre; Année 1928: janvier, février, mars, avril, mai, juin.

Confèrence Internationale du Service Social.

Indices du Mouvement Général des affaires en France et en divers Pays. — Année 1926: janvier, juillet; année 1927: janvier, avril; Année 1928: janvier, avril.

Journal de la Société Hongroise de Statistique. — Année 1928: n. 1, janvier-mars.

Journal de la Société de Statistique de Paris. — Anné 1927: mai, juin, juillet, août-septembre, octobre-novembre, décembre; Année 1928 janver, février, mars, avril, mai, juin.

L'Afrique Française. — Bulletin mensuel: Année 1927, n. 5, 6, mai, juin.

La Géographie. — N. 3-4, mars-avril.

La Prevoyance. — Publié mensuellement par le département de l'Hygiène: Année 1927: mai-juin; Année 1928: mars-avril, mai-juin,

La Prophylaxie Mentale. — N. 11, 3.ième trimestre 1927.

La Revue d'Egypte économique et financière. — Année 1927, n. 33, 34, 35; Année 1928: n. 36, 37, 38.

Le Moniteur des Assurances. — 15 juin 1927, n. 705.

Le Mouvement syndical International. — Année 1927: n. 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12; Année 1928: n. 1, 2, 3, 4, 5.

Le Musée Social. — Année 1927: mai-juin, juillet, août, septembre, octobre, novembre décembre; Année 1928: n. 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Materiaux pour l'étude des calamités. — Année 1927: janvier-mars, avril-juin, juillet-septembre, octobre-décembre; Année 1928: janvier- mars.

Rapports de l'office de Statistique de la République Tchecoslovaque. — Année 1927: n. 4 à 82; Année 1928, n. de 1 à 30.

Revue Anthropologique. — Année 1927: n. 9-10-11-12; Année 1928, n. 4-6 avril-juin, 1928.

Revue de la Société Hongroise de Statistique. — Année 1926: janvier-

juin, juillet-décembre; Année 1927: janvier-mars, avril-juin, juillet-décembre.

Revue de l'Institut de Sociologie. (Solvay) — Année 1926, n. 2, mars; Année 1927: janvier-mars, avril-juin, juillet-septembre, octobre-décembre.

Revue des études coopératives. — Année 1928: janvier-mars, n. 26.

Revue Internationale du Travail. — Année 1927: août, septembre, octobre, novembre, décembre; Année 1928: janvier, février, mars, avril, mai, juin.

Revue mensuelle — Rotterdamsche Bankvereeniging. — n. 12, décembre, 1927.

Revue trimestrielle de Statistique de la République Polonaise. — Année 1926: fasc. 3, 4; Année 1927, fasc. 1, 2, 3, 4; Année 1928: fasc. 1, 2.

Société de Banque Suisse. — Année 1927: mai, juin, juillet, août, septembre, début de novembre, fin de novembre, fin décembre; Année 1928: janvier, février, mars, avril, mai, juin.

Société des Nations

Institut international de coopération intellectuelle. — Année 1927: jullet, août, septembre, octobre, novembre, décembre; Année 1928: janvier, février, mars, avril, mai, juin, juillet.

Journal de la Conférence Economique internationale. — N. 14, 15, 16, 17, 18.

Rapport épidémiologique mensuel de la section d'Hygiène du secrétariat. — Année 1927: juin, juillet, août, septembre, octobre, novembre, décembre; Année 1928: n. 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Section d'Hygiène. — Relevé hebdomadaire des rapports sur la fréquence de certaines maladies épidémiques reçus par la section; Année 1927, de 43 à 97; Année 1928, de 98 à 125.

Statistique Générale de la France. — Mouvement de la population de la France, 1927, 5 mai, 1928.

Actuarial Society of American transaction. — Vol. XXVIII, Part. II n. 78.

Bankers Trust Company. — Year 1923, June 2, 3, 10, 27, 22, 23; july 5, 9, 16, 28; august 2, 5, 8, 9, 12, 17, 23, 27, 29; september 1, 7, 13, 14.

Bank of Findland. — Montly Bulletin: Year 1927: may, june, july, august, september, october, november december; Year 1928: january, february, march, april, may, june.

Biological Measurements. — British Association, 1927.

Board of Trade. — Journal and Commercial Gazette; January 1927.

British Columbia. — Public Service Bulletin, Vol. 2, July-august-october; Year 1928: Vol. 2 january, february, march, april.

Bulletin and Italiana. — Italy-America Society: April 1927, Vol. 1 n. 4.

Bulletin of the Museum of fine Arts. — Vol. XXVI, 1928, april, n. 154.
Bulletin of the National Association of wool Manufacturers. — Year 1927, july, n. 3, october, n. 4, year 1928: january, n. 1, april, n. 2.
Bulletin of the National Bank of Czecoslovakia. — 12, october 1927.
Bulletin of the Scientific Research Institute of Agricultural Economics in Moscow. — Year 1927, n. 1-2.
Bureau of labor Statistics. — Bulletin of the United States n. 421, 424 426, 427, 431, 432, 435, 437.
California Cultivator. — Vol. LXVIII, june 25, 1927, n. 26.
Commerce Reports. — Year 1927: march n. 12, 13, april n. 14, 15, 16; year 1928: february n. 8, 9, march n. 10, 11.
Compendium for Farmers. — July, 1927.
Crops and Market. — Year 1927: n. 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12; Year 1928: n. 1, 2, 3, 4, 5.
Department of Agriculture. — (U. S. A.). Speculative transactions in the 1926 may wheat future n. 1479.
Department of Commerce. — Cotton Production and distribution, season of 1926-27 Bulletin 162.
Department of Labor. — Special Bulletin State of New York: Year 1927: n. 150 february, n. 151 july, n. 152 august, n. 153 august; Year 1928: n. 154 january, n. 155 june.
Dominion of New Zeland. — Monthly abstract of Statistics, vol. 14
Ecology. — Year 1927: april, n. 2, july, n. 3, october, n. 4, year 1928: january n. 1, april n. 2, july n. 3.
Economica. — Year 1927; june n. 20, december n. 21, Year 1928: n. 23.
Economic Bulletin of the Conjuncture Institute. — Year 1927: n. 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.
Eugenical News. — Vol. XII july 1927, n. 7, august 1927, n. 8.
Farm Economics. — January 1928, n. 50.
Florida Review. — Bureau of Immigration, department of Agriculture, Vol. 2, n. 1, 2, 3, 4, june, july 1927.
Guaranty Trust Company 1927 december 31.
Harvard Economic Service. — Year 1927 january to december ; summary Year 1928 nu. 1 to 28.
Industrial Hygiene Bulletin. Vol. III, 1927: may, june n. 11-12; july nu. 1, august nu. 2, september nu.3, october n. 4, november nu.5, december nu. 6; Year 1928: january, february, march, april, may, june, july.
Illinois Health News. — Year 1927: june, july, august, september, october, november, december; Year 1928: january, february, march, april, may, june.
International Cotton Bulletin. — Vol. 4, n. 20 july, nu. 21 november, 1927; Year 1928: january, nu. 22, april n. 23, july nu. 24.

Journal of Educational Research. — Vol. XVI, 1927 june, september, october; Year 1928, n, 1, 2.

Journal of the American Statistical Association. — Year 1926: december; Year 1927: june, september, december; Year 1928: march and supplement, june.

Journal of the Royal Statistical Society. — Vol. XC, part. III, 1927, part. IV, Vol. XCI, part. II, 1928.

Labour Gazette — Year 1927: april, may, june, july, august, september, october, november, december; Year 1928: january, february, march, april, may.

League of Nations — Economic and financial section: C. E. C. P., nu. 71, 96, 98.

International Economic Conference — 1927: C. B I. nu. 9, 20, 23, 24, 27, 28, 29, 31, 32, 33, 38, 41, 42, 43.

London and Cambridge Economic Service — Year 1927 summary; Year 1928, n. 25 march, n. 26 may.

Michingan Public Health — Year 1927: june, july, august, september, october, november, dicember; Year 1928: n. 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Monthly Labor Review — January, february, march, april, may, june, july, august, september, october, november, december, 1927; Year 1928: january, february, march.

Monthly Report Department of Public Health of the City of Toronto — Year 1927: august; Year 1928: march.

Monthly Summary of Foreign Commerce of the United States — Year 1927: january, february, april, june: part. II; july. part. III; au gust, part. I and II; september, part. I and II; october, part. I.

Monthly Vital Statistics Review — Year 1927: may, june, july, september, november, december; Year 1928: february, march, april, may, june, july.

National Bank of Czechoslovakia — Bulletin Year 1928, n. 16, 17.

New South Wales — Quarterly statistical Bulletin: june, september, december, 1927.

The official year book 1926-27.

Political Science Quarterly — Vol. XLI Year 1926, march n. 1; Year 1927, march, n. 1.

Prevention — Issued monthly of the Department of Health: Year 1927: may, june, july-august, november-december; Year 1928: march-april, may-june.

Proceeding of the Academy of Political Science in the city of New York — may 1924 number I, Wealth and Taxation.

Proceeding on the Casualty Actuarial Society — May 13, n. 28, 1927.

Public Service Bulletin to British Columbia — Vol. 2, june n. 6, 1927; n. 9.

Quarterly Journal of Economics — Vol. XVI, may, n. 3, 1927; Year 1928: february, n. 2, may, n. 3.

Statistical Bulletin — Metropolitan Life Insurence Co.; Year 1927: april, may, june, july, august, september, october, november, december; Year 1928: january, february, march, april, may, june.

The American Economic Review — Vol. XVII, 1927; june and supplement, september, december; Year 1928: march, june and supplement.

The Annalist — Fridav, september 24, 1926.

The Commonwealth of Massachussetts — Annual Report on the statistics of Labor for the year ending november 30-1926, Part. II, Salaries of office employees in Mass.: may 1926, n. 15.

The Economic Journal — Year 1927: may, june, september, december; Year 1928: n. 149, march, n. 150, june.

The Eugenics Review — Vol. XIX, n. 2 july 1927: Vol. XX, n. 1, april 1928.

The Fount of Life — N. 3 october, 1927.

The Health Bulletin — Vol. XLII, july 1927, n. 7.

The Industrial Bulletin — Year 1926: september; Year 1927: may, june, august, september, october, november, december; Year 1928: january, march, april, may.

The Journal of Political Economy — Vol. XXXV, june, n. 3; august n. 4; october n. 5, december n. 6, Year 1927.

The Review of Economic Statistics — Vol. IX, april n. 1, may n. 2, 1927; Year 1928, n. 1, Vol. X.

The World's Health — Ligue of Red Cross Society: march, 1927.

Vital Statistical Bulletin — Pennsylvania Dept' of Health, Vol. 2, 1927, june, july, august, september, november, december; Year 1928: january, february, march, april, may, june.

Westminster Bank Review — Year 1928, n. 167, january.

Winona — Vol. 2, n. 4, may, 1927.

Allgemeines Statistisches Archiv — Band 16, 17, 1927; Band 16, 17, 1928.

Archiv fur soziale Hygiene und Demographie — Heft 4, 5, 1927; Heft 1, 2, 1928.

Berichte Usw. Des Landtags — Nr. 593.

Berliner Wirtschaftsberichte — 4 Jahrgang 1927: n. 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22. 5 Jahrgang 1928: nr. 6, 7, 14, 15.

Danziger Statistische Mitteilungen — 1927: nr. 4-5, 6-7, 8, 9-10, 11-12.

Das System — Jahrgang 1927, Heft 1, Prospekt.

Deutsches Statistisches Zentralblatt — 1927: nr. 3-4, 5, 6, 7-8, 9-10, 11-12; 1928: nr. 3-4, 5-6.

Graphisch Statistische Darstellungen von Berlin — Januar 1928.

Kolner Vierteljahrshefte fur Soziologie — 6 Jahrg. Heft 4; 7 Jahrg. Heft 1.

Internationales Archiv fur Ethnographie — Band XXVIII, Heft II.-V.

Isk — 2 Jahrgang, II Heft nov. 1927.

Literarisches Zentralblatt fur Deutschland — 28 februar 1927, n. 4.

Merkblätter fur Berufsberatung — Neuausgabe 1927, D. 12, Der Statistiker.

Mitteilungen des Statistischen Amts der Stadt Berlin — 1927, n. 7 August, n. 5, September.

Monatliche Nachweise uber den Auswärtigen handel Deutschlands — 1927: April, Mai, Juni, Juli, August, September, Oktober, November, Dezember; 1928: Januar, Februar, März, April, Mai.

Monatsbericht des Statistischen Amts der Stadt Berlin — April, März, Mai, Juni, August, 1927; Januar 1928.

Sozialstatistische Mittellungen — Juni, Juli, August, September, 1927.

Statistische Nachrichten — 1927: 25 September, n. 9; 25 Oktober, n. 10.

Statistischer Viertelijahresbericht der Stadt Hannover — Okt. Nov. Dez. 1926.

Vierteljahrsheft zur Konjunkturforschung — 2 Jahrgang 1927, Heft 2.

Wirtschaft und Statistik — 1927: nr. 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 24; 1928: nr. 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13.

Zeitschrift des Preussischen Statistischen Landesamts — 66 Jahrgang, 1926: 3 nord, 4 Abteilung, 67 Jahrgang 1927, Heft 5.

Zeitschrift fur schweizerische Statistik und Volkswirtschaft — (Journal de Statistique et Revue Economique Suisse) 1926: Heft 3, 4; Heft 2, 4, 1928; Heft 1, 2.

Zeitschrift des Sächsischen Statistischen Landesamtes — 72, und 73 Jahrgang 1926-27.

Acta Pathologica et Microbiologica Scandinavica — Vol. III, fasc. 3, 1926.

Annuario de Estadistica Agro Pecuaria — Ano 1925-26, n. 13, 14, 15, Seccion A. B. C.

Anuario Estadistico de la Republica Oriental del Uraguay — Parte I, 2, 3, 4, 5, 6, del tomo XXXIII.

Boletin de Estadistica — Ministero de Trabajo, Comercio y Industria: julio-septiembre, octubre-diciembre de 1926; enero-marzo de 1927.

Boletin Demografico de España — Cuarta época, num. 10. Segundo trimestre de 1927.

Boletin Mensual de Estadistica Agro-Pecuaria — agosto, octubre de 1926; febrero, marzo, abril, mayo, junio, julio, septiembre, noviembre, diciembre de 1927; enero, febrero, marzo de 1928.

Boletim do Instituto de Café do Estado de São Paulo — Octubro, novembro, dezembro de 1926; janeiro, fevereiro, março, abril, majo,

junho, juhlo, agosto, novembro, dezembro de 1927; janeiro, fevereiro, março abril, majo, junho de 1928.

Boletim Herdomadario de Estatistica Demographo-Sanitaria da Cidade do Rio de Janeiro — Anno 25º, 1927: n. 51, 52; Anno 26º, 1928: num. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 20.

Boletim hebdomadario de Estatistica Demographo-sanitaria dos Municipios do Estado de Sao Paulo — 1927: num. 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 15, 16, 17, 18, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 42, 43, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51.

Boletim Mensal de Estadistica Demographo-Sanitaria da Cidade do Rio de Janeiro — 1927: agosto, n. 8, setembro, n. 9.

Boletim Mensal de Estadistica-Demographo-Sanitaria de Sào Paulo — Anno IX, dezembro de 1926; Anno X, janeiro de 1927, n. 1, fevereiro, março, abril, mayo, junho, juhlo agosto, setémbro, octubro de 1927.

Bulletin Statistique de la Roumanie — Année 1927, septembre, n. 3, octobre, décembre, n. 4; Année 1928: n. 1, janvier-mars.

Caridad — N. 9, Barcellona, 1928.

Deu Nordiske Race — Ni. 1 og 2, 1926.

Direccion de Economia Rural Y Estadistica — Los prognosticos que formula n. 275.

Direccion General de Estadistica de la Nacion — El comercio exterior Argentino. Informe n. 24, 25, 26, 27 de 1927. N. 29, 30 de 1928.

El Comercio Exterior Argentino — Y estadisticas economicas retrospectivas en los primeros trimestre de 1927 y 26, en los primeros semestre de 1927 y 26, Boletin n. 201, en 1926 y 25.

El Trabajo Nactional — Julio, agosto de 1927, febrero de 1928.

Eesti Statistika — (Recueil du Bureau Central de Statistique de l'Estonie) detsember 1926, januar 1928.

Genové Zpravy — (Publiés par l'office de Statistique de la République Tcécoslovaque) Année 1927: 10-11, 12, 13, 16, 17-18-19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27-28, 29, 30, 31, 32. Année 1928: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, L'', 14.

Konjunktura Gospodarcza — (Congiuntura économica) Varsavia, Anno 1928, fasc. 1º.

Kronika Warszawy — 1926, n. 5, 6, 8.

Handel Zagraniczny Rzeczypospolitey Polskiej — Commerce extérieur de la République Polonaise Année 1927: janvier, février, mars, avril, mai, juin, juillet, août, septembre, octobre, novembre, décembre; Année 1928: janvier, février, mars, avril, mai

I. A. Ulkomaankauppa — Vuosijulkaisu, 47, 1927.

I. A. Ulkomaankauppa Utrikeshandel — 1927: februari, maj, juni, juli, november, december, 1928: januar, mars, april, maj.

Lwow W. Cyfrach — Léopol en chiffres, Bulletin mensuel de stati-

stique municipale. Année 1927, mars, avril, mai, juin, juillet, août, septembre, octobre, novembre, decembre; Année 1928: janvier, février, mars.

Maandschrift van het Central Bureau Voor de Statistiek — Année 1927: n. 5, 6, 7, 8, 9, 10: Année 1928: n. 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Mesicni Prehled Zahranicniho Obchodu Republiky Ceskoslovenske — Année 1927: n. 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12; Année 1928: 1, 2, 3, 4, 5.

Ministero de Agricoltura de la Nacion — Ano agricola 1926-27 Erye n. 19, 24, 26, 32, 37, 78, 107, 111, 112, 113, 115, 125, 144, 146, 153, 219, 221, 223; Ano agricola 1927-28, n. 47, 49, 56, 57.

Neederland Maandstatistiek van den in-ult-en Doorvoer — Année 1927: novembre, décembre; Année 1928: janvier, février, mars, avril, mai, juin.

Nordisk Statistik Tidskrift — Band 6, 1927, Häft 2-3.

Norge Officielle Statistikk — (Bulletin mensuel du Commerce extérieur) Année 1928: février, mars, avril, mai, juin, juillet, août, octobre, décembre; Année 1928: janvier, mars, avril, mai.

Rapports de l'office de Statistique de la République Tchecoslovaque — Année 1927: n. 55, 56, -58-59, 60, 61, 62, 63-64, 65, 77, 78-82; Année 1928: n. 1, 2, 4, 7, 8-9, 10, 13-14, 16.

Revista de Economia Argentina — no de 1927: junio, julio, agosto, sep. y oct., noviembre, diciembre; Ano de 1928: Tomo XX: Enero, febrero, marzo, abril, mayo, junio.

Revue trimestrielle de la Republique Polonaise — Année 1926: fasc. 3, 4; Année 1927: fasc. 1, 2, 3, 4; Année 1928: fasc. 1, 2.

Servicio Social — Ano I. 1927, marzo-junio.

Statistiek van Neederland — Overzicht van den omvang der valkbeweging op. 1 januari, op. 1 juni 1927.

Statistique de Industries — Finlands officiella Statistik; Année 1926.

Statistique du Travail — Revue trimestrielle de la République Polonaise; Année 1927: fasc. 1, 2, 3, et 4; Année 1928: fasc. 1, 2, 3.

Statistiske Meddelelser — 1928, n. 2, 3 4, 5, 6.

Tilastokatsauksia. Julkaissut Tlastollinen Paatoimisto — 1927: 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12; 1928: n. 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Vesnik Finansov — Anno 1928, fasc. 4°.

Wiadomosci Statystyczne — (Informations statistiques dell' Office Cetral de Statistique; Année 1927: marz, avril, mai, juin, juillet, août, septembre, octobre, novembre, décembre; Année 1928: fasc 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14.

Wiadomosci Statystyczne — Miasta Poznania, 1927: n. 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12; 1928: n. 1, 2, 3, 4, 5.

Roma - Tip. Failli CORRADO GINI - *Direttore-responsabile*